
Bestimmte Unbestimmtheit

Übersicht	55
Vorgehen	56
Lernziele von Kapitel 3	56
3.1 Klassische Physik - Quantenphysik: Ein Vergleich	57
3.2 Quantenobjekte werden durch Wahrscheinlichkeitswellen beschrieben	60
3.3 Die Unschärferelation	61
3.4 Der Tunneleffekt	67
Lernkontrolle	74
Lösungen zu den Aufgaben	75

Übersicht

Sie haben gelernt, dass nicht nur wellenartiges Licht auch Teilchencharakter zeigt, sondern dass ebenso teilchenartige Objekte zu Wellenphänomenen Anlass geben. Doch die einfachen Gesetze der Quantenphysik, die alle die universelle Naturkonstante " h " einschliessen, stehen bisher beziehungsarm nebeneinander. Gesucht ist eine Synthese!

Die zentrale Antwort lautet "Unschärferelation". Sie ist zwar bloss eine einfache Ungleichung. Aber sie erfasst den zentralen Punkt des quantenphysikalischen Messprozesses: Es ist nicht möglich, gewisse wohlvertraute Grössen wie Ort und Impuls zugleich beliebig genau zu erfassen. Wir können uns Mühe geben soviel wir wollen, eine genau bestimmbare "Ungenauigkeit" bleibt. Die Natur lässt sich nicht beliebig in die Karten blicken. Gewisse, uns wichtig erscheinende Grössen sind "in Wirklichkeit" gar nicht genau bestimmt.

Es ist eine spannende, wenn auch anstrengende Angelegenheit, Einblick in die merkwürdige Welt der Quantenobjekte zu gewinnen. Oft ist unser Vorstellungsvermögen dabei überfordert, etwa beim Tunneln von Elektronen. Dabei gelangen diese an Orte, wo sie unserer Ansicht nach nicht hinkommen dürften.

Vorgehen

Sie kennen das schon: Beginnen Sie wieder mit den Lernzielen. Dann widmen Sie sich dem Stoff, den Experimenten und Übungsaufgaben von Kapitel 3. Wenn Sie sich sicher fühlen und die Aufgaben der Lernkontrolle am Schluss des Kapitels richtig lösen können, dann melden Sie sich zum Kapiteltest.

Lernziele von Kapitel 3

- Sie sind in der Lage, wesentliche Merkmale anzugeben, in denen sich die Quantenphysik von der klassischen Physik unterscheidet.
- Sie verstehen die Unschärferelation und können sie in drei Beispielen anwenden. Es ist Ihnen zudem klar, dass die Unschärferelation nichts mit Messungengenauigkeit zu tun hat.

3.1 Klassische Physik - Quantenphysik: Ein Vergleich

Das Gebäude physikalischer Theorien ist lebendig. In der Geschichte ist es immer wieder umgebaut worden. Theorien müssen und können laufend durch neue, umfassendere ergänzt werden, um neue Phänomene zu erklären.

Eine Panne der klassischen Physik: Es gibt gar keine Atome!

Gegen Ende des 19. Jahrhunderts ist man überzeugt, die ganze Physik aus den Newton'schen Gesetzen ableiten zu können. Diese Physik nennt man heute "klassische Physik":

Betrachten Sie ein Gas, eingeschlossen in einem Behälter. Im Prinzip scheint es möglich zu sein, die Bewegung der Gasmoleküle für jeden beliebigen Zeitpunkt in der Zukunft vorhersagen zu können. Voraussetzung dafür ist, dass zu einem bestimmten Zeitpunkt Ort und Geschwindigkeit von jedem Teilchen genau bekannt sind. Die Meinung herrscht vor, dass alle physikalischen Grössen im Prinzip beliebig genau messbar sind. Die Messgeräte müssen bloss ausreichend empfindlich sein.

Bezogen auf den Farbspray-Versuch am Doppelspalt (Kapitel 1) bedeutet dies: Mit geeigneten technischen Hilfsmitteln lässt sich für jedes Farbtröpfchen die genaue Bahn verfolgen. Für jeden Zeitpunkt kann der Ort und die Geschwindigkeit eines Tröpfchens beliebig genau bestimmt werden. Es lässt sich feststellen, durch welchen Spalt das Tröpfchen geht. Die Beobachtung stört das Farbtröpfchen in seiner Bewegung nicht. Wenn nur ein Teil der Tröpfchenbahn bekannt ist, lässt sich der Rest berechnen. Eine Wiederholung des Versuchs mit denselben Anfangsbedingungen würde zu den genau gleichen Tröpfchenbahnen führen. Dabei unterschlagen wir die praktischen Schwierigkeiten. Ihretwegen sind für die Beschreibung von Gasen, Kristallen usw. (allgemein: Systeme mit sehr vielen Teilchen) Begriffe wie Druck, Temperatur etc. eingeführt worden. Diese statistischen Grössen liefern in der Praxis genügend Information.

Die klassische Physik bietet Lösungen für viele physikalische und technische Probleme. Allerdings gibt es auch Fragen, auf welche die klassische Physik keine Antwort weiss. Eine ist die Stabilität der Atome. Nach dem Rutherford'schen Modell ist die Masse weitgehend in einem sehr kleinen Kern vereinigt. Die Elektronen kreisen um ihn, so wie die Planeten um die Sonne. An Stelle der Gravitation wirkt die elektrische Anziehungskraft zwischen dem positiv geladenen Kern und den negativ geladenen Elektronen. Doch diese Vorstellung ist nicht haltbar:

Nach der Elektrodynamik gibt ein beschleunigtes, geladenes Teilchen Energie in Form von elektromagnetischer Strahlung ab. (Vergleichen Sie mit den Elektronen in der Antenne eines Funktelefons.) Im Atom kreisende Elektronen führen eine beschleunigte Bewegung aus und verlieren darum dauernd Energie. Ihre Bewegungsenergie nimmt ab, und die Elektronen fallen schliesslich in den Kern. Man kann ausrechnen, dass Atome innerhalb einer hundertmillionstel Sekunde zusammenstürzen müssten:

Atome dürfte es nach der klassischen Physik gar nicht geben!

Die klassische Physik versagt beim Atom. Gesucht ist eine neue Theorie, welche u.a. die Existenz der Atome erklären kann und zugleich die klassische Physik umfasst.

Schwierigkeiten für eine Quantenphysik

Erinnern Sie sich an den Doppelspaltversuch aus Kapitel 2, Abschnitt 2.4. Dort haben wir Folgendes festgestellt: Betrachten wir einen Elektronenstrahl, der auf einen Schirm hinter einem Doppelspalt trifft, gewahren wir ein Beugungsmuster (Figur 2.8), ähnlich des Intensitätsverlaufes von Wasserwellen am Meerhafen mit zwei Einfahrten (Figur 1.6). Diese Analogie legt nahe, auch Elektronen Welleneigenschaften zuzuschreiben. Da wir wissen, dass ein Elektron auch Teilcheneigenschaften hat, wäre es uns angenehm, wenn das Elektron als Ganzes durch einen der beiden Spalte flöge. Wie können wir aber feststellen, *durch welchen Spalt* ein bestimmtes Elektron hindurchfliegt? Hier zwei Vorschläge:

1) Der einfachste Weg scheint zu sein, *einen der beiden Spalte zu schliessen*: Ist nur ein Spalt vorhanden, kann ein Elektron auch nur durch diesen hindurchfliegen. Damit kennen wir seine Position (bis auf die Spaltbreite) zu einem bestimmten Zeitpunkt. Leider verschwindet nun aber das Interferenzmuster hinter dem Spalt. Mit anderen Worten: Mit unserer Messung der Position eines Elektrons (Teilcheneigenschaft) stören wir seine Welleneigenschaft. Unsere Messung bewirkt eine Veränderung des ursprünglichen Resultates.

2) Wir könnten doch die beiden Spalten senkrecht von der Seite laufend *mit Licht bestrahlen* und mit Geräten das Licht registrieren, das zurückgeworfen wird, wenn ein Elektron durch einen Spalt fliegt. Doch auch bei dieser scheinbar störungsfreien Beobachtung verschwindet das Interferenzmuster! Können wir das erklären?

Wir haben in Kapitel 1 gesehen, dass Lichtquanten einer gewissen Wellenlänge eine bestimmte Energie und einen bestimmten Impuls tragen. Gelingt es uns, ein Elektron beim Durchfliegen eines bestimmten Spalts zu ertappen, geschieht das durch Licht, das mit dem Elektron in Wechselwirkung gestanden hat. Das Elektron hat dem Photon einen Stoss gegeben und es zum Registriergerät abgelenkt. Nach dem Wechselwirkungsprinzip (Newton 3) hat bei diesem Prozess aber auch das Elektron einen Stoss erhalten. Dabei ist es von seiner ursprünglichen Bahn abgelenkt worden. Deshalb verschwindet das Interferenzmuster.

Sie werden jetzt schnell zwei Einwände bereit halten.

Erstens: Man könnte doch *die Intensität des Lichts verringern* und hoffen, der Einfluss aufs Interferenzbild werde kleiner. - Das ist richtig. Das Verringern der Lichtintensität bedeutet aber nur, dass nicht mehr alle Elektronen an den Spalten erfasst werden. Nun gibt es bei der Ankunft am Schirm neu eine dritte Gruppe von Elektronen. Von diesen kann nicht gesagt werden, durch welchen Spalt sie gekommen sind. Sie allein bauen das Interferenzbild wieder auf.

Ihr zweiter Einwand: Wir nehmen *Licht mit grösserer Wellenlänge*. Dann haben nämlich die Photonen wegen $p_{\text{photon}} = h/\lambda$ einen geringeren Impuls und stören beim Stoss die Bewegung der Elektronen nur unmerklich. Das müssen wir etwas genauer anschauen:

Die Elektronen haben in Einfallsrichtung den Impuls p_{el} . (Machen Sie selber eine Skizze!) Dazu gehört die de Broglie-Wellenlänge $\lambda_{el} = h/p_{el}$. Die de Broglie-Wellen werden beim Durchqueren eines Doppelspalts gebeugt. Für den Winkel zwischen dem 0. und dem 1. Hauptmaximum beim Doppelspalt gilt die beim Licht (Kapitel 1, Fig. 1.13) hergeleitete Bedingung ebenfalls:

$$\sin \varphi = \frac{\lambda_{el}}{d}$$

Wir können mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit Elektronen beobachten, die nicht geradeaus, sondern in der Richtung des 1. Hauptmaximums weggehen. Das bedeutet, dass die Elektronen beim Durchfliegen des Doppelspalts "von Natur aus" mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit einen Impuls senkrecht zur ursprünglichen Flugrichtung erhalten. Das so entstandene Interferenzmuster darf durch unsere Beobachtung nicht gestört werden:

Was heisst das nun für den Impuls des Photons, mit dem wir das Elektron beim Durchgang durch den einen oder den andern Spalt ertappen? Ganz einfach: Der beim Stoss übertragene Impuls senkrecht zur ursprünglichen Flugrichtung darf höchstens so gross sein, dass ein Elektron statt im 0. Hauptmaximum im 1. Minimum landet und dieses "auffüllt". Weil es sich immer um kleine Winkel handelt, können wir für den Ablenkwinkel α fordern: $\alpha \leq \varphi/2$. Damit ergibt sich folgende Bedingung für den Impuls quer zur Ausbreitungsrichtung im Vergleich zum ursprünglichen Impuls in Ausbreitungsrichtung:

$$\frac{\Delta p_{\text{quer}}}{p_{\text{el}}} = \tan \alpha \approx \alpha < \frac{\varphi}{2} \approx \frac{1}{2} \sin \varphi = \frac{\lambda_{\text{el}}}{2d}.$$

Nach dem Impulssatz ist $\Delta p_{\text{quer}} \approx p_{\text{Photon}} = h/\lambda_{\text{Licht}}$. Setzen wir das oben ein und vereinfachen, erhalten wir:

$$\frac{h/\lambda_{\text{Licht}}}{h/\lambda_{\text{el}}} < \frac{\lambda_{\text{el}}}{2d} \Rightarrow \lambda_{\text{Licht}} > 2d > d.$$

Das ist die Bedingung an die Wellenlänge des Lichtes, wenn wir das Interferenzmuster erhalten wollen. Riechen Sie den Braten? Stichwort "Auflösungsvermögen": Wenn $\lambda_{\text{Licht}} > d$ ist, dann haben wir keine Chance, Strukturen der Grösse d zu erkennen! Wir können mit keinem Registriergerät herausfinden, aus welchem Spalt der Lichtblitz stammt, wir können die Elektronen nicht mehr in die Gruppen 1 und 2 aufteilen. Verflixte Geschichte!

Vielleicht denken Sie nun, die Störung der Welleneigenschaften durch eine Ortsmessung trete nur bei der oben gewählten Methode der Ortsmessung eines Elektrons auf. Tatsächlich ist es aber so, dass jede beliebige, noch so raffinierte Messung, die Aufschluss über den Weg eines Elektrons im Doppelspaltexperiment liefert, das Interferenzmuster stört.

In der Mikrophysik gibt es grundsätzliche Beschränkungen der Beobachtbarkeit. Man beschreibt zwar Messresultate weiterhin in Begriffen der klassischen Physik. Aber einige wichtige und scheinbar unproblematische Begriffe der klassischen Physik (Ort, Energie, ..) verlieren ihre übliche Bedeutung, wenn sie auf Quantenobjekte angewandt werden. Diese verhalten sich bei einer Messung eben nicht wie gewöhnliche Objekte. Im Bereich der Quantenobjekte *zwingt* die Natur den Beobachter zu einer statistischen Beschreibungsweise.



Halten wir fest:

Speziell: Beim Doppelspaltexperiment gibt es keine Möglichkeit herauszufinden, durch welchen Spalt ein Elektron gegangen ist, ohne dass man das Interferenzmuster zerstört.

Allgemein: In der Welt der Quantenobjekte bedeutet jede Messung eine Störung und Beeinflussung des zu messenden Objektes. Derartige Störungen sind grundsätzlich weder vermeidbar noch berechenbar.

3.2 Quantenobjekte werden durch Wahrscheinlichkeitswellen beschrieben

Sie wissen: Bei Doppelspaltversuchen mit Licht, aber auch mit Elektronen, treten typische Interferenzmuster auf. Jedenfalls, solange an den Einzelspalten keine weiteren Messungen vorgenommen werden. Die Muster können z. B. auf einem Film festgehalten werden. Sorgfältige Untersuchungen zeigen ein ganz geheimnisvolles Verhalten dieser Quantenobjekte. Jedes Muster ist zusammengesetzt aus einer grossen Zahl von statistisch verteilten Einzelpunkten auf dem Film, verursacht durch einzelne Photonen oder Elektronen.

Wo auf dem Film ein einzelnes, herausgegriffenes Photon oder Elektron auftreffen wird, kann aber nicht vorausgesagt werden! Hingegen lässt sich aus dem Interferenzmuster ableiten, dass an Stellen grosser Helligkeit auf dem Film die *Wahrscheinlichkeit für das Auftreffen* eines Quantenobjekts gross ist, bei dunklen Stellen ist diese entsprechend klein. Mit dem Quantenobjekt ist anscheinend eine *Wahrscheinlichkeitswelle* verknüpft, die im Doppelspaltexperiment zu Interferenzen Anlass gibt. Nun ist es gewiss so, dass dieser letzte Satz einer weiteren Erläuterung bedarf. Der Text in der folgenden Aufgabe soll Ihnen dabei helfen.



Aufgabe 3.1

Lesen Sie im Buch "Physik 4" (Sexl-Kühnelt-Stadler-Jakesch 92) die Seiten 52 und 54. Beachten Sie die Bedeutungsänderung der Amplitude: Beim Licht dient die klassische Wellenamplitude (genauer: die elektrische Feldstärke) zur Festlegung der Wahrscheinlichkeit für das Auftreffen von Photonen.

Bei den Elektronen erfindet man nachträglich eine unanschauliche Welle, welche die beobachtbare Wahrscheinlichkeit für das Auftreffen der Quantenobjekte "erklärt".

Zusammenfassend schreiben Paul Davis und John Gribbin in ihrem Buch "Auf dem Weg zur Weltformel" (S.191) (Davies 85) dazu folgendes:

Ein Elektron kann sich manchmal wie eine Welle verhalten und manchmal wie ein Teilchen, aber niemals wie beide gleichzeitig - analog zu einer Münze, die entweder Zahl oder Wappen zeigt.

Wir müssen also der Versuchung widerstehen, Elektronenwellen wie Wellen irgendeines materiellen Stoffes zu betrachten, etwa wie Schall- oder Wasserwellen. Die korrekte Interpretation, die Max Born in den zwanziger Jahren vorschlug, lautet, dass die Wellen ein Mass der Wahrscheinlichkeit sind. Man spricht von Elektronenwellen wie von Kriminalitätswellen. Die Aussage, dass ein Stadtbezirk von einer Verbrecherwelle heimgesucht wird, bedeutet, dass die Wahrscheinlichkeit eines, sagen wir, Einbruchs in einem Stadtteil gestiegen ist. Dementsprechend sucht man am besten dort nach einem Elektron, wo die Elektronenwelle am stärksten ausgeprägt ist. Die Wahrscheinlichkeit, ein Elektron aufzuspüren, ist hier am grössten, aber das Elektron könnte ebensogut woanders sein.

Borns Interpretation der mit dem Quantenobjekt verbundenen Welle als *Wahrscheinlichkeitswellen* wurde später von Bohr, Heisenberg und anderen in Kopenhagen weiterentwickelt. Sie ist bisher mit keinem Experiment in Widerspruch geraten. Doch die Grundlagen dieser Interpretation sind umstritten, wie Sie im Additum 2 erfahren können.

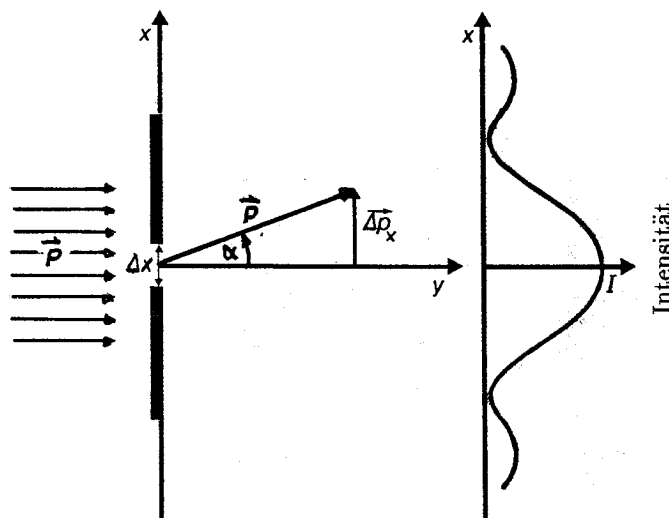
Die abstrakte, mathematische Beschreibung der Quantenobjekte, seien es Elektronen im Diodenlaser Ihres CD-Players, Neutronen im Kernreaktor oder Biomoleküle, stützt sich meist auf eine von Erwin Schrödinger 1926 in Zürich erarbeitete Gleichung. Im Additum 1 können Sie eine Einführung in diese sogenannte "Schrödingergleichung" durcharbeiten und einige bemerkenswerte Erkenntnisse gewinnen. Wir aber geben uns im folgenden mit einer einfachen Ungleichung zufrieden: der Unschärferelation. Diese "Schrödingergleichung des armen Mannes" ermöglicht bereits substantielle Einsichten in die Welt der Quantenobjekte, wie Sie sogleich sehen werden.

3.3 Die Unschärferelation

Symptomatische Schwierigkeiten bei Quantenobjekten tauchen beispielsweise dann auf, wenn versucht wird, ihren Ort und ihre Geschwindigkeit gleichzeitig zu messen.

Durchgang von Elektronen durch einen Einfachspalt.

Betrachten wir einen von links kommenden Strahl von Elektronen (Figur 3.1). Er ist senkrecht auf eine Blende mit einem Spalt der Breite Δx gerichtet. Alle Elektronen haben den exakt gleichen Impuls p . Beim Durchgang werden sie ebenso zur Seite gelenkt, wie Licht, das durch einen sehr schmalen Spalt fällt: Beugung von Wellen am schmalen Spalt. Je schmaler der Spalt und je grösser die de Broglie-Wellenlänge ist, umso stärker ist die Ablenkung.



Figur 3.1: Durchgang von Elektronen durch einen Einfachspalt.

Intensität = Anzahl Elektronen pro Zeit und pro Schirmbreite.

Der Einfachspalt ist eine besonders einfache Apparatur, welche die Positionsbestimmung in einer Richtung mit der Genauigkeit Δx erlaubt. Haben Sie übrigens noch gewusst, dass die Ausbreitung von Wellen hinter einem schmalen Spalt weder den Vorstellungen der Strahlen-

optik noch dem Ideal einer Elementarwelle in Sinne von Huygens entspricht. Nur wenn Sie das alles noch "im Griff" hatten, dürfen Sie die folgende Aufgabe überspringen.



Aufgabe 3.2

Überfliegen Sie im Buch "Der Weg zur modernen Physik" (Sextl-Raab-Streeruwitz 92) die Seite 68.

Beachten Sie vor allem die Abbildung, die zeigt, dass im geometrischen Schattenraum abwechselungsweise helle und dunkle Linien auftauchen, wenn der Spalt schmaler wird.

Fassen wir nun unseren Kenntnisstand über Ort und Impuls der Elektronen vor und nach dem Spalt zusammen! Wir beschränken uns auf die x -Richtung:

- 1) Solange die Elektronen noch vor dem Spalt sind, weiss man nichts über ihre x -Ortskoordinate. Die x -Komponente des Impulses p_x hingegen ist bekannt. Sie hat den Wert 0.
- 2) Nach dem Spalt werden die Elektronen auf einem Schirm aufgefangen, wo wir eine Häufigkeitsverteilung entsprechend dem Beugungsmuster beobachten. Diese interpretieren wir so: Der Spalt bestimmt die x -Koordinate der Elektronen auf Δx genau. Der Impuls p_x ist nicht mehr sicher 0, denn gewisse Elektronen sind abgelenkt worden. Im Durchschnitt besitzen die Elektronen eine Impulsunschärfe Δp_x , deren Wert mit *abnehmender* Spaltbreite Δx *zunimmt*.



Figur 3.2: Dieser "Junge" mit dem damals topmodernen Hut hat als 25-jähriger grundlegende Beiträge zur Quantenphysik formuliert. 1932 erhielt Werner Heisenberg (1901-1976) dafür den Nobelpreis. Die Unschärferelation war zuerst ein Nebenprodukt sehr allgemeiner Überlegungen und verwickelter Rechnungen. In den 50er Jahren ging seine "Weltformel" durch die Medien, allerdings ohne zu überdauern. - Heisenberg spielte als Cheftheoretiker der deutschen Atom(bomben)forschung während des zweiten Weltkriegs eine bis heute nicht ganz aufgeklärte Rolle. Später engagierte er sich für den Verzicht Deutschlands auf eigene Atomwaffen.

Man kann die Ergebnisse des Einfach- und des Doppelspaltexperiments verallgemeinern und als Beispiele für eine beliebige Messvorgänge auffassen. Δx ist dann die Unschärfe der Ortsmessung, Δp_x diejenige einer *gleichzeitig* erfolgenden Impulsmessung. Zwischen diesen beiden Grössen besteht anscheinend ein Zusammenhang: die Unschärferelation.



Unschärferelation (für Ort und Impuls)

Je genauer der Ort eines Quantenobjektes gemessen wird, desto ungenauer bleibt die Kenntnis des zugehörigen Impulses - und umgekehrt. Die Genauigkeit der Messung von Ort und Impuls kann *nicht gleichzeitig* beliebig gesteigert werden. Das Produkt aus der Ortsunschärfe Δx und der Impulsunschärfe Δp_x kann den Wert des Planck'schen Wirkungsquantums nicht unterschreiten:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq h$$

Die Unschärferelation ist der mathematische Ausdruck für die Wechselbeziehung zwischen Orts- und Impulsunschärfe: Versucht man bei einer Messung die Ortsunschärfe sehr klein machen, dann wird die Impulsunschärfe "von Natur aus" immer grösser - und umgekehrt.

Die Unschärferelation hat nichts zu tun mit Unzulänglichkeiten der Messmethoden oder der Messapparaturen. Vielmehr ist sie Ausdruck der Begrenzung, der die Begriffe der klassischen Physik in der Quantenphysik unterworfen sind. Die Unschärferelation gibt die grösstmögliche Genauigkeit an, mit der Ort und Impuls eines Quantenobjektes gleichzeitig gemessen werden können. Das bedeutet auch, dass Ort und Impuls eines Objektes in einem beliebigen Zeitpunkt *gar nicht beliebig genau existieren!* Mehr zu dieser bemerkenswerten Feststellung, die Sie hoffentlich irritiert, können Sie im Additum 2 lernen.

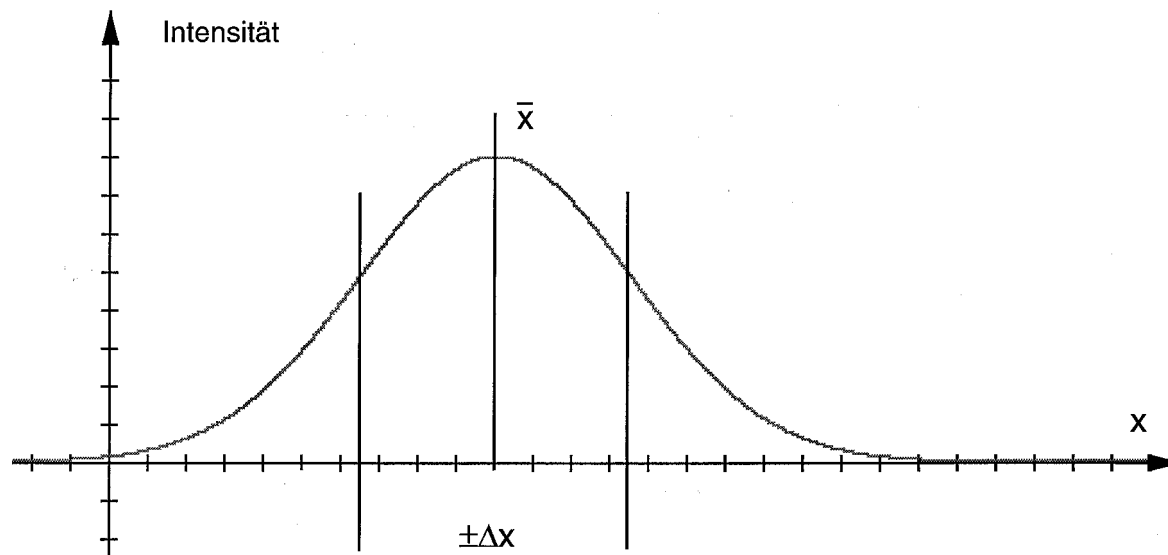
Sie müssen die Unschärferelation als das glauben und akzeptieren, was sie ist: ein universelles Naturgesetz. In ihrer Bedeutung ist sie vergleichbar mit dem Prinzip der Energieerhaltung. Viele Experimente haben die Unschärferelation bestätigt. Anwendungen werden Sie in diesem Kapitel noch kennenlernen. Dazu ein Kommentar (zitiert nach Brachner 71, Seite 69):

"Heisenberg erkannte, dass die Quantenphysik nicht widerspruchsfrei wäre, wenn Ort und Impuls gleichzeitig eine grössere Genauigkeit haben, als es die Unschärferelation zulässt. Er postulierte deshalb, dass in einem Experiment nur solche Situationen entstehen können, in denen die Unschärferelation nicht verletzt wird."

Zum Begriff der Unschärfe

Die Bedeutung des " Δ " in Δx oder Δp_x erfordert eine mathematische Klärung. Allzu genau nehmen wir es auch nicht; es geht es nur um Faktoren 2π ... Misst man den Ort x einer Menge gleichartiger Quantenobjektes sehr oft, so wird man dabei eine Wahrscheinlichkeitsverteilung für die verschiedenen Messergebnisse erhalten. Diese streuen um einen Mittelwert \bar{x} . Das gleiche trifft zu, wenn (allerdings nicht gleichzeitig!) die Impulskomponente in x-Richtung sehr oft gemessen wird. Diese Werte streuen um \bar{p}_x .

Die Unschärfen Δx und Δp_x sind definiert als *durchschnittliche Abweichungen* der Messwerte von diesen Mittelwerten. Bei einer grossen Anzahl von Messungen stellen Δx und Δp_x Standardabweichungen im Sinne der Statistik dar (Figur 3.3). (Es spielt hier keine Rolle, wenn Sie den Begriff Standardabweichung noch nicht, respektive nicht mehr kennen.)



Figur 3.3: Wahrscheinlichkeitsverteilung für Messergebnisse einer Ortsbestimmung.

Drei Anwendungen der Unschärferelation:

1) Die Spur eines Teilchens in einer Blasenkammer

Sie kennen vielleicht Nebelkammern, mit denen Alphateilchen sichtbar gemacht werden können. Die Elementarteilchenphysiker benutzen in analoger Weise Kammern mit flüssigem Wasserstoff: Dort, wo ein Teilchen durchfliegt, bringt es die rund 20 K kalte Flüssigkeit zum Sieden. Die Siedebblasen können gut photographiert werden. Sie liefern Informationen über Bahnen und Prozesse. Üblicherweise erzeugt man zusätzlich in den Blasenkammern ein homogenes Magnetfeld, so dass geladene Teilchen durch die Lorentz-Kraft abgelenkt werden. Aus der Ablenkung kann bei bekannter Masse auf die Geschwindigkeit und die Energie geschlossen werden.



Aufgabe 3.3

Untersuchen Sie die Bedeutung der Unschärferelation für die Orts- und Impulsbestimmung von Protonen mit Blasenkammern.

Nehmen Sie dazu an, mit einer Blasenkammeraufnahme könne der Ort eines Protons auf 0.1 mm genau bestimmt werden. Bestimmen Sie die Impulsunschärfe des Quantenobjekts. Entscheiden Sie, ob in diesem Fall die Geschwindigkeit des Protons, die typisch 90 % der Lichtgeschwindigkeit beträgt, beeinflusst wird.

Hinweis: Rechnen Sie nicht-relativistisch.

2) Die Unschärferelation rettet die Existenz der Atome

Sie erinnern sich noch an den einleitenden Abschnitt: Nach der klassischen Physik dürfte es keine Atome geben. Im Bereich der Atome verliert der Begriff der Teilchenbahn seinen Sinn. Ein Elektron aus der Hülle eines Atoms weist eine sehr kleine Ortsunschärfe auf. Es bewegt sich ja innerhalb eines Atomdurchmessers: $\Delta x \approx 10^{-10}$ m. Die Impulsunschärfe ergibt sich somit zu

$$\Delta p = \frac{h}{\Delta x} \approx 6.6 \cdot 10^{-24} \text{ Ns.}$$

Wegen der kleinen Elektronenmasse führt die Impulsunschärfe zu einer Geschwindigkeitsunschärfe von $\Delta v \approx 7 \cdot 10^6$ m/s. Wenn wir für die Geschwindigkeit der Elektronen die gleiche Grössenordnung annehmen, erhalten wir als kinetische Energie $2 \cdot 10^{-17}$ J oder etwa 100 eV oder rund 12 MJ pro mol. Dies sollte auch die Grössenordnung der Bindungsenergie für ein Elektron sein. Die Chemie bestätigt das als eine halbwegs richtige Grössenordnung.

Entscheidend ist nun folgende Überlegung: Versucht das Elektron, das nach der klassischen Physik in den Kern stürzen müsste, dies zu tun, dann verringert sich seine Ortsunschärfe Δx zunehmend. Gemäss der Unschärferelation würden dann die Impulsunschärfe und damit auch die Geschwindigkeit und die kinetische Energie wachsen. Aber niemand liefert diese Energie. Ergo: der Absturz findet nicht statt! Die Unschärferelation liefert - salopp gesprochen - den Druck von innen nach aussen, der den Absturz verhindert.

3) Wieso merken wir nichts von Quantenerscheinungen?

Dass Quantenphänomene erst in diesem Jahrhundert entdeckt worden sind, hat nicht zuletzt mit verfeinerten Messmethoden zu tun. Das Planck'sche Wirkungsquantum h weist bekanntlich einen so kleinen Zahlwert auf, dass man sich Mühe geben muss, um Quanteneffekte (Portionierung von Energie und Impuls beim Licht, Beugung von Elementarteilchen usw.) nachzuweisen! Sogenannt "makroskopische Quanteneffekte" wie die Supraleitfähigkeit (Stoffe leiten den elektrischen Strom ohne Widerstand) sind erst künstlich im Labor erzeugt worden, *nachdem* die Quantenphysik einen hohen Stand erreicht hatte.

Auch die Unschärferelation erlaubt eine Antwort auf die Frage: Stellen Sie sich etwa ein Auto vor, das mit (30 ± 0.3) m/s auf der Autobahn fährt. Es hält einen Abstand von 20 m ein. Könnte die Ortsunschärfe dazu führen, dass ein Auffahrtunfall entsteht? - Sie rechnen leicht nach, dass die Ortsunschärfe nur einen Wert von $2 \cdot 10^{-36}$ m erreicht. Das Wirkungsquantum müsste 10^{37} mal grösser sein, damit es als Unfallursache vorgeschoben werden könnte...



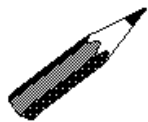
Aufgabe 3.4

Zum Farbsprayversuch von Kapitel 1: Ein Farbtröpfchen von 1 mg Masse bewegt sich mit einer Geschwindigkeit von 1 m/s. Es soll an einem 1 mm breiten Spalt gebeugt werden. Wieviel mal grösser als in Wirklichkeit müsste das Planck'sche Wirkungsquantum h etwa sein, damit dieses Teilchen Beugungserscheinungen zeigte?

Denkaufgabe: Das Fotoapparat-Modell

Suchen Sie sich wenn möglich einen oder zwei Diskussionspartner, die etwa gleich weit fortgeschritten sind wie Sie. Es ist eine ziemlich schwierige Aufgabe, aber sorgfältiges Denken lohnt sich! Sie können hier viel lernen.

Man könnte für die Unschärferelation folgendes Modell wählen: Sie stehen auf einer Autobahnbrücke und wollen zu einem Zeitpunkt feststellen, wo und wie schnell ein Auto ist. Sie haben einen Fotoapparat zur Verfügung. Die Analogie läuft so: Wenn Sie eine sehr kurze Belichtungszeit verwenden, ist das Auto scharf auf der Fotografie. Sie wissen exakt, wo das Auto war, aber Sie haben keine Ahnung, wie schnell es gefahren ist. Fotografieren Sie hingegen mit langer Verschlusszeit, erhalten Sie einen verschmierten Strich als Bild. Aus dessen Länge und der Verschlusszeit können Sie die Geschwindigkeit ausrechnen. Sie wissen aber nicht mehr, wo das Auto genau war.



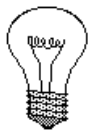
Aufgabe 3.5

Frage: Ist dieses Modell zutreffend? Tragen Sie die positiven und die negativen Punkte zusammen. Es sei vorweggenommen: Es gibt vor allem negative Punkte!

Die Unschärferelation für Energie und Zeit

Nicht nur das Produkt aus Orts- und Impulsunschärfe eines Quantenobjekts ist nach unten durch das Planck'sche Wirkungsquantum begrenzt. Auch für die beiden physikalischen Grössen Energie und Zeit gibt es eine Unschärferelation.

Aus Zeitgründen müssen wir darauf verzichten, diese unten angegebene Beziehung mit der Ihnen bereits vertrauten Unschärferelation für Ort und Impuls in Beziehung zu setzen.



Unschärferelation (Energie und Zeit)

Bei Quantenobjekten ist es prinzipiell unmöglich, die Energie genauer als bis auf eine Unschärfe ΔE zu bestimmen, wenn Δt die Unschärfe der Zeitmessung angibt. Das Produkt aus der Energieunschärfe ΔE und der Zeitunschärfe Δt kann den Wert des Planck'schen Wirkungsquantums nicht unterschreiten:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq h$$

Übrigens gibt es noch weitere Grössenpaare, die durch eine Unschärferelation verbunden sind. Das Kennzeichen ist, dass ihr Produkt die Masseinheit des Wirkungsquantums besitzt:

Grössenpaare, deren Produkt die Masseinheit J·s hat, unterliegen einer Unschärferelation!

Anstelle eines Herleitungsversuchs geben wir Ihnen lieber ein illustratives Beispiel für die Energie-Zeit-Unschärferelation: Betrachten wir ein Atom in einem angeregten Zustand. Sie wissen, es kann nur eine Wahrscheinlichkeitsaussage darüber gemacht werden, wann es in einen Zustand mit niedrigerer Energie übergeht. Die Lebensdauer des angeregten Zustandes ist also nur bis auf eine Zeitunschärfe Δt bekannt. Nach der Unschärferelation gilt für die Energieunschärfe des angeregten Zustandes

$$\Delta E \geq \frac{h}{\Delta t}$$

Beim Übergang emittiert das Atom ein Photon. Dieses trägt die Energiedifferenz zwischen angeregtem Zustand und Grundzustand des Atoms mit sich. Damit ist es mit derselben Energieunschärfe ΔE behaftet. Wegen

$$E_{\text{Photon}} \pm \Delta E = h \cdot (f \pm \Delta f)$$

entspricht dies einer Frequenzunschärfe:

$$\Delta f = \frac{\Delta E}{h}$$

Die bekannte Beziehung zwischen Frequenz, Wellenlänge und Ausbreitungsgeschwindigkeit

$$c = \lambda \cdot f$$

zeigt, dass wegen der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit bei einer Frequenzänderung auch die Wellenlänge sich ändern muss.

Darum ist im Labor die Frequenzunschärfe Δf gleichbedeutend mit einer Unschärfe $\Delta \lambda$ der Wellenlänge. Sie wird "natürliche Linienbreite" genannt. Im Spektroskop (Prisma oder Gitter) haben die Spektrallinien stets mindestens diese Breite. Bei einer genauen Messung beobachtet man anstatt einer Linie eine Verteilung wie in Figur 3.3. Man müsste dem Atom unendlich lange Zeit lassen, auf seiner Energie zu verharren, damit es die zugehörige Wellenlänge ganz genau anzeigt. Aber dann sendet das Atom gar kein Licht aus...

Damit haben Sie bestimmt ein gewisses Verständnis für die Energieunschärfe entwickelt. Im folgenden Abschnitt werden wir auf sie zurückkommen.

3.4 Der Tunneleffekt

Sie haben eine anstrengende Zeit der Beschäftigung mit sehr abstrakter Materie hinter sich. Auch die neue Thematik "Tunneleffekt" ist eigenartig und anspruchsvoll. Doch nach dem theoretischen Einstieg dürfen Sie zum Ausgleich endlich wieder einen Laborversuch durchführen!

Vermutlich haben Sie den Ausdruck "Tunneleffekt" schon einmal gehört. Das Stichwort fasst folgendes zusammen: Ein Vorgang ist durch eine Barriere am Ablauf gehindert. Die Barriere ist eigentlich genügend gross, um den Vorgang total abzublocken. Dennoch läuft er ab!

Ein Beispiel: Sie fahren mit angezogenen Beinen auf dem Fahrrad von einem 10 m hohen Hügel hinunter. Natürlich ist die so erreichte Geschwindigkeit zu klein, um damit auf einen 20 m hohen Hügel hinaufzukommen. Auf dem kleineren Hügel besitzen Sie weniger potentielle Energie als Sie auf dem grösseren Hügel besitzen würden. Die Energieerhaltung verbietet, dass es Ihnen gelingt, mit dem Anlauf vom kleineren Hügel über den grösseren Hügel zu fahren.

Quantenobjekte können genau das tun: einen für ihr Tempo zu hohen Hügel überwinden! Das strapaziert unser Vorstellungsvermögen arg. Noch knapp vorstellbar ist, dass sich das Quantenobjekt schnell einen Tunnel durch den klassisch unüberwindlichen (Potential-)hügel gräbt. Daher die Begriffsbildung!

Doch zeigt es sich, dass der Tunneleffekt gar keine Erscheinung ist, die nur in der Quantenphysik auftaucht. Der *Tunneleffekt* ist vorerst ein Phänomen, das *alle klassischen Wellen* zeigen: Wasserwellen überwinden eine untiefe Stelle. Licht dringt bei Totalreflexion ein wenig in "verbotenes" Gebiet der Luft ein. (siehe Figur 3.4). Auch Mikrowellen gelangen dorthin, wo sie nach der geometrischen Optik nicht dürften (Experiment 3.1):

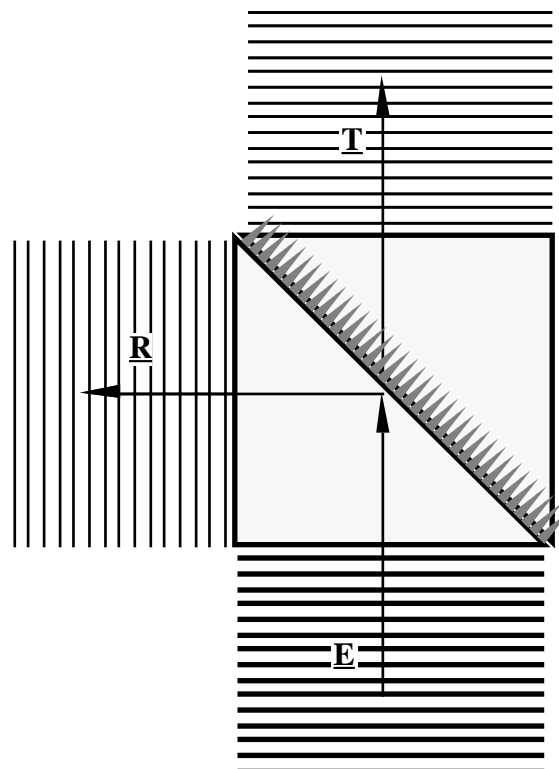
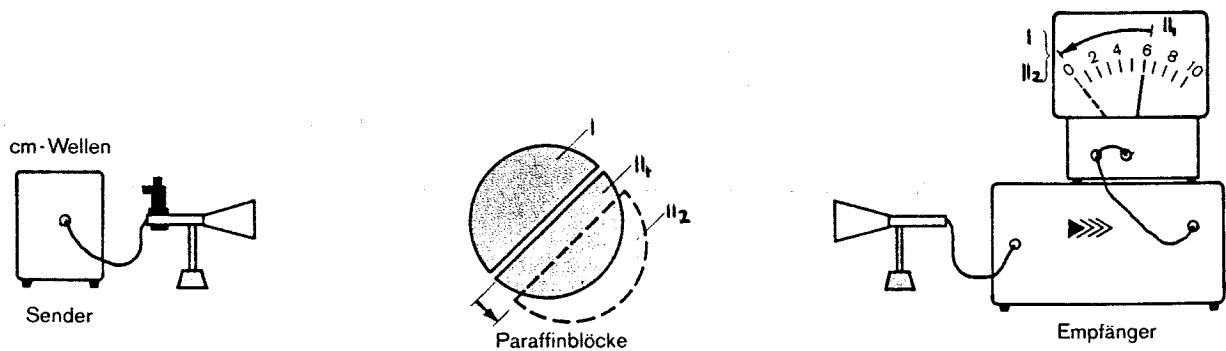


Abbildung 3.4: Tunneleffekt mit Licht zwischen zwei Glasprismen, die sich nicht ganz berühren: Ohne das obere Prisma würde alles einfallende Licht (E) total reflektiert (R). Wenn die Entfernung zum oberen, zweiten Prisma in der Grössenordnung der Lichtwellenlänge ist, tunnelt ein Teil des Lichts geradeaus (T).

Tunneleffekt mit Mikrowellen

Das in Abbildung 3.4 dargestellte Experiment erfordert zur Realisierung teure Einrichtungen, mit denen man die Prismen um Tausendstelmmillimeter gegeneinander verschieben kann. Statt mit sichtbarem Licht sollen Sie deshalb den Tunneleffekt mit einer elektromagnetischen Strahlung beobachten, deren Wellenlänge etwa 5 Millionen mal grösser ist, mit Mikrowellen. Sie kennen diese Strahlung von der Küche her, oder, physikalisch gleichwertig, als Radarstrahlung auf dem Flughafen oder bei der Polizei. Im Versuch 3.1 arbeiten Sie mit der bequemen Wellenlänge von etwa 3 cm und einer Intensität, die absolut gefahrlos ist. Nebenbei werden Sie Überraschungen erleben, welche Stoffe "durchsichtig" sind und welche nicht.



Figur 3.5 Versuchsaufbau zum Tunneleffekt von Mikrowellen (Kuhn 76).

Der erste Halbzylinder aus Paraffin oder Quarzsand usw. ist so angeordnet, dass er von den Mikrowellen senkrecht getroffen wird. Sie setzen ihren Weg im Innern ungebrochen fort. Bei genügend flachem Auftreffwinkel auf die ebene Trennfläche zwischen dem Block 1 und der Luft findet Totalreflexion statt. Wie aus der geometrischen Optik bekannt, kann die Strahlung dann nicht vom optisch dichteren Medium (Paraffin) ins optisch dünnere Medium (hier Luft) eindringen. Sie wird an der Grenzfläche vollständig reflektiert. Der Empfänger, in etwa 10 cm Distanz zum Ort der Reflexion, registriert in der Luft nichts.

Wird aber der zweite Paraffinblock so zum ersten hingestellt, dass nur ein kleiner Spalt von einigen cm Breite offenbleibt, so zeigt der Empfänger einen merklichen Ausschlag: Mikrowellen tunneln durch "verbotenes" Gebiet! Der Tunneleffekt geht beim Vergrössern der Spaltbreite zwischen den Blöcken rasch zurück.



Experiment 3.1: Tunneleffekt mit Mikrowellen

Sie wissen nun, was Sie bei diesem Experiment beobachten können. Führen Sie das Experiment möglichst zu zweit gemäss der Anleitung durch. Tragen Sie zu den Geräten im Empfänger Sorge: Die Intensität springt von 0 auf hohe Werte, wenn der Mikrowellenstrahl trifft.

Das Experiment umfasst drei Etappen:

- Prüfen Sie, welche der zur Verfügung stehenden Materialien für Mikrowellen "durchsichtig" sind.
- Benützen Sie nur den Block 1. Drehen Sie ihn so, dass Sie Positionen ohne und mit Totalreflexion unterscheiden können.
- Benützen Sie nun beide Blöcke derart, dass die Mikrowellen zwischen ihnen tunneln können. Untersuchen Sie die Abhängigkeit der tunnelnden Strahlung vom Abstand. Aber Achtung: Es geht nicht linear!

Sie wissen nun, was das Tunneln bei Mikrowellen bedeutet. Damit Sie sich nochmals klar machen, dass dieses Phänomen bei allen Wellen auftritt, lösen Sie bitte folgende Aufgabe:



Aufgabe 3.6

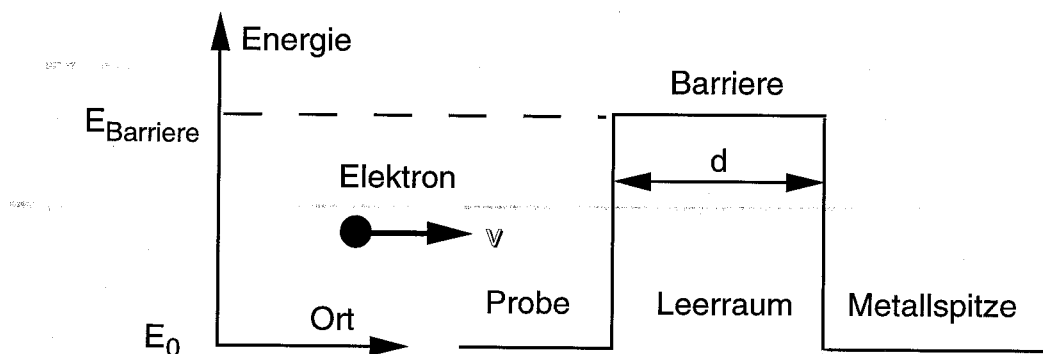
Wie könnte wohl die Anordnung von Abbildung 3.4 dazu benutzt werden, zweierlei Licht zu mischen?

Tunneln in der Quantenphysik

Insofern als Mikrowellenstrahlung auch aus (allerdings sehr energiearmen) Quanten besteht, ist Ihnen der Tunneleffekt in der Quantenphysik bereits vertraut. Bemerkenswerter ist jedoch das Tunneln von Quantenobjekten, die "man" sich im Geheimen immer noch als Teilchen vorstellt - das Tunneln von Elektronen beispielsweise.

"Kein Problem", werden Sie sich sagen. "Den Elektronen ist (Kapitel 2) eine de Broglie-Wellenlänge zuzuordnen. Wenn Elektronen über einen verbotenen Potentialhügel möchten, dann ist das möglich, wenn seine Breite in der Grössenordnung der Wellenlänge liegt." - Damit haben Sie endlich eine genauere Begründung für eine Alltagserscheinung, die Ihnen nie Kopfzerbrechen verursacht hat: Das Fließen von Elektrizität aus der Steckdose in die Stecker von Stereoanlagen, Schreibtischlampen, Radioweckern, Computern, Haartrocknern usw. Zwischen den beiden Metallen, in denen sich die Leitungselektronen praktisch frei bewegen können, liegt nämlich die Kontaktzone. Dort ist möglicherweise allerlei chemische Überraschung verborgen. Bastler können ein Lied von schlechten Lötstellen singen. Normalerweise liegt einfach eine genügend dünne, für Elektronen verbotene Zone vor, durch die sie einfach (!) durchtunneln!

Etwas präziser können wir das Tunneln von Elektronen und anderen Quantenobjekten mit der Unschärferelation verstehen. Die Situation ist in Figur 3.6 in einem abstrakten Energie-Orts-Diagramm dargestellt: Das Elektron fliegt mit einer gewissen Geschwindigkeit und damit einer kinetischen Energie im kräftefreien Bereich der Probe. Der Weg zur Metallspitze wird durch eine klassisch zu hohe Schwelle blockiert. Mysteriöserweise gelingt es, diese zu durchdringen.



Figur 3.6: Potentialbarriere der Höhe E_{Barr} und der Breite d . (Der Potentialberg ist der Einfachheit halber als eckig angenommen.)

Für die Erklärung gehen wir von der Energie-Zeit-Unschärferelation aus: $\Delta E \cdot \Delta t \geq h$. Zuerst müssen wir uns die Energiewerte eines Elektrons anschauen. Sie wissen aus Figur 3.3, dass die Unschärfe ΔE die Breite einer Häufigkeitsverteilung markiert. Die meisten Elektronen haben also Energien im Bereich $E_0 \pm \Delta E$, wobei für normale Temperaturen $E_0 \approx 0$ ist. Wir müssen

nun erreichen, dass die Unschärfe ΔE grösser ist als die Energie E_{tot} , die ein Elektron braucht, um die Barriere zu überwinden. Zusammen mit der Unschärferelation gilt dann:

$$E_{\text{tot}} \leq \Delta E \approx h/\Delta t.$$

Nun haben wir eine gute Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Elektron genügend Energie hat, um die Schwelle zu überspringen. Etwas salopp: Das Elektron, das über den Potentialberg möchte, darf sich die dazu nötige Energie E_{tot} für die kurze Zeit Δt aus dem Nichts leihen - im Widerspruch zum Energieerhaltungssatz!

Wie gross ist aber die "Ausleihezeit" Δt ? Es ist $\Delta t = d/v$. Dabei ist v die Geschwindigkeit des Elektrons während des Tunnelns. Nun wissen wir, dass

$$E_{\text{tot}} = E_{\text{Barr}} + E_{\text{kin}}$$

und

$$E_{\text{kin}} = \frac{m \cdot v^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{\text{kin}}}{m}}.$$

Damit wird

$$E_{\text{tot}} \leq \frac{h}{d} \cdot v = \frac{h}{d} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E_{\text{kin}}}{m}} \leq \frac{h}{d} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E_{\text{tot}}}{m}}.$$

Dies können wir auflösen, und wir erhalten

$$d \cdot \sqrt{E_{\text{tot}}} \leq h \cdot \sqrt{\frac{2}{m}}.$$

Schliesslich folgt wegen $E_{\text{Barr}} < E_{\text{tot}}$ die (nicht zum Auswendiglernen bestimmte)

$$\text{Tunnelbedingung:} \quad d \cdot \sqrt{E_{\text{Barr}}} \leq h \cdot \sqrt{\frac{2}{m}}.$$

Tunneln im Atomkern

Der Tunneleffekt wurde um 1930 erstmals genau von George Gamov untersucht. Er hat all die Klippen, die wir durch Vereinfachungen umschiffen haben, bewältigt. In seinen Berechnungen tauchen die Faktoren $\Delta x \cdot \sqrt{E_{\text{Barr}}}$ und $h \cdot \sqrt{2/m}$ am Schluss in genau der Bedeutung auf, die wir auch gefunden haben. Was aber für den Tunnelmikroskopiker von grösster Bedeutung ist, dass nämlich der Tunnelstrom exponentiell mit dem Abstand abnimmt, das zu zeigen erfordert einen viel längeren mathematischen Anlauf. Siehe z. B. "Atome unter der Lupe" Kapitel 3.

Gamov hat insbesondere den Alpha-Zerfall erklären können: Im Innern eines grösseren Atomkerns fliegen vollständige Heliumkerne herum. Anziehende Kernkräfte und abstossende Coulombkräfte bilden für diese eine Potentialbarriere. Mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit tunneln die Brocken aus zwei Protonen und zwei Neutronen durch die Potentialwand des Kerns.

Das statistische Tickern des Zählers beim radioaktiven Alpha-Zerfall ist ein direktes Abbild des statistischen Verhaltens der Quantenobjekte.



Wir fassen zusammen: Tunneleffekt

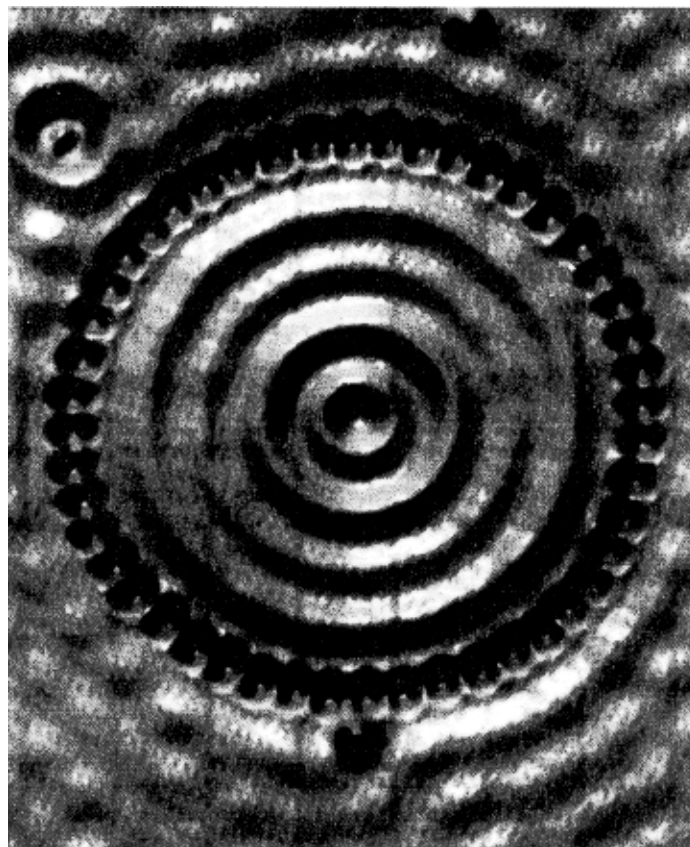
Wenn bei einer Potentialbarriere die Breite d und die Höhe E_{Barr} zugleich genügend klein sind, besteht eine realistische Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Quantenobjekt die Barriere durchdringen kann. Die klassische Physik kann diesen *Tunneleffekt* nicht erklären.

Wiederum diktiert das Wirkungsquantum h , was "genügend klein sein" bedeutet.

Die Tunnelwahrscheinlichkeit nimmt mit wachsender Masse rasch ab, so dass Tunneln nur im atomaren Bereich auftritt.

3.5 Das Raster-Tunnel-Mikroskop

Kommen wir noch einmal zum Thema des Leitprogrammes zurück: Kann man Atome sehen? Jetzt sind Sie fast am Ziel: Der Tunneleffekt ermöglicht nämlich ein Gerät, mit dem man tatsächlich einzelne Atome abbilden kann – das Tunnelmikroskop! Es wurde weitgehend von Gerd Binnig und Heinrich Rohrer am IBM-Forschungslabor in Rüschlikon entwickelt. 1986 erhielten die beiden dafür den Nobelpreis. Mittlerweile wurde vieles weiterentwickelt und es ist möglich, an Atomen auf Oberflächen zu "zupfen" und sie sogar hin und her zu schieben. In Figur 3.7 sehen Sie einen Teil einer damit hergestellten Ringstruktur: Stonehenge in Nanotechnology! Haben wir Ihre Neugier geweckt? Dann lernen Sie diese erstaunliche Geräte im Leitprogramm "Unter dem Tunnelmikroskop" besser kennen!



Figur 3.7: Ringstruktur aus 48 Atomen, aufgenommen mit einem Tunnelmikroskop (IBM)

Quantenphysik: eine Kurzbilanz



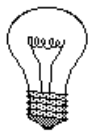
Bei der Untersuchung der elektromagnetischen Strahlung und des Mikrokosmos der Atome versagt unser Vorstellungsvermögen, und die klassische Physik muss durch die Quantenphysik abgelöst werden.



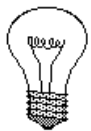
Alle Gesetze, denen die Quantenobjekte gehorchen, enthalten eine neue Naturkonstante, das Planck'sche Wirkungsquantum h . Seine Dimension ist Energie mal Zeit. Es ist winzig klein.



Im Quantenbereich sind Grössen wie Ort und Impuls nur noch eingeschränkt vorhanden. Die Natur lässt sich nicht beliebig in die Karten blicken.



Die klassische Physik wird durch die Quantenphysik nicht widerlegt, sondern bestätigt. Sie ist aber bloss noch der Grenzfall für grosse Objekte.



Atome kann man sehen!

- Mit dem Elektronenmikroskop
- Mit dem Raster-Tunnel-Mikroskop

Man kann sogar einzelne Atome herumschieben: Nanotechnologie.

Was ist ein Quantenobjekt wirklich? -

"It is like neither."

Die Antwort "It is like neither" gab Richard P. Feynman, einer der Physiker, welche die Quantenphysik in den 50er Jahren zur Quantenfeldtheorie ausgebaut haben, auf die Frage, was denn nun ein Elektron wirklich sei. Sie sind also weitgehend auf dem Stand der Experten...

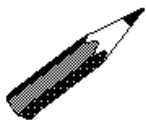
Lernkontrolle

Die folgenden Aufgaben geben Ihnen Gelegenheit, Ihr Wissen zum Stoff von Kapitel 3 zu überprüfen.



Aufgabe 3.7

Notieren Sie sich die wesentlichen Merkmale, in denen sich die klassische Physik von der Quantenphysik beim Messen unterscheidet. Denken Sie vor allem an die Begriffe "Teilchenbahn", "Vorhersage zukünftiger Entwicklungen", "Messgenauigkeit".



Aufgabe 3.8

Welche Gemeinsamkeiten bestehen zwischen den Wahrscheinlichkeitswellen von Quantenobjekten und gewöhnlichen Wellen der klassischen Physik?



Aufgabe 3.9

a) Erläutern Sie mit der Unschärferelation, weshalb es für ein Elektron energetisch günstig sein kann, eine chemische Bindung einzugehen und damit im Durchschnitt weiter vom Kern entfernt zu sein.

Hinweis: Denken Sie an die Bewegungsenergie.

b) Erläutern Sie anschliessen die in der Chemie wichtige Hybridisierung, die Sie vom Methan- oder vom Benzolmolekül her kennen.



Aufgabe 3.10

a) In einem Experiment werden Neutronen mit einer Geschwindigkeit von 2000 m/s auf einen Doppelspalt geschossen. Der Abstand der Spalten beträgt 0.1 mm. Die Blende ist aus Bor-haltigem Material hergestellt. Was wird man mit einem Neutronenzähler in genügend grossem Abstand hinter dem Doppelspalt messen?

b) Unter welchen Umständen könnten die Neutronen als klassische Teilchen betrachtet werden?

Lösungen zu den Aufgaben

Lösung 3.3

Die Masse eines Protons beträgt $m = 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg. Der Impuls unserer Protonen ist demnach von der Grössenordnung $p = mv \approx 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 3.0 \cdot 10^7 \text{ m/s} = 5.0 \cdot 10^{-19} \text{ kgm/s}$.

Die Unschärferelation führt hier zu folgender Impulsunschärfe:

$$\Delta p \approx h / \Delta x = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} / 1 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 6.6 \cdot 10^{-30} \text{ kgm/s}.$$

Die fortlaufende Registrierung des Orts der Protonen hat demnach keinen merklichen Effekt auf den Impuls.

Lösung 3.4

Gegeben sind: $m = 1 \text{ mg}$, $v = 1 \text{ m/s}$; Spaltbreite $s = 1 \text{ mm}$.

Lösungsidee: Beugung tritt auf, wenn die de Broglie-Wellenlänge λ von der gleichen Grössenordnung wie s ist. Nach der de Broglie-Beziehung gilt:

Quantitative Lösung: $mv = p = h_{\text{neu}} / \lambda$ mit $\lambda \approx s$. Daraus folgt:

$$h_{\text{neu}} = mv\lambda \approx mvs. \text{ Deshalb wäre } h_{\text{neu}} \approx 10^{-9} \text{ Js}.$$

Lösung 3.5

Positives:

Das Modell liefert eine grobe Anschauung der Unschärferelation für den, der noch nie etwas davon gehört hat.

Negatives:

Das Modell ist um so schlechter, je länger man es betrachtet. Die beiden Hauptfehler im Detail:

- Es ist keine Unschärferelation erfüllt in diesem Modell. Es sieht auf den ersten Blick nur so aus. Tatsächlich gibt es nämlich keine scharfen Bilder beim Fotografieren eines bewegten Autos. Sie können die Belichtungszeit noch so kurz machen, Sie finden immer eine geringe Verschmierung auf dem Bild. (Ihr Apparat habe keine technischen Grenzen!) Sie können damit aber die Geschwindigkeit berechnen und das Produkt der Unschärfen von Ort und Geschwindigkeit beliebig klein machen.
- Die Messung beeinträchtigt die Bahn des Autos nicht. Ob Sie fotografieren oder nicht, das Auto fährt immer gleich weiter. Das Wesentliche am quantenphysikalischen Messprozess ist aber gerade dies: Die Messung ist ein Eingriff ins System und verändert den Zustand des gemessenen Objekts! Dieser Punkt ist im Modell vollständig verfehlt.

Darum ist das Modell schlecht. Es ist sogar gefährlich, weil es zu falscher Anschaulichkeit verführt. Also aufgepasst vor falschen Vorstellungen!

Lösung 3.6

Eine Lichtquelle leuchtet von unten auf das Prismenpaar, wie in Figur 3.4 eingezeichnet ist. Die zweite Lichtquelle leuchtet von rechts auf das obere Prisma. An dessen Hypothenuse findet Totalreflexion statt. Nach oben geht dann *eine Mischung* aus getunneltem Licht von Quelle 1 und totalreflektiertem Licht der Quelle 2 weg. (Übrigens: Wenn der Abstand zwischen den beiden Prismen auch vergleichbar ist mit der Wellenlänge des Lichts aus Quelle 2, dann wird ein Teil dieses Lichts ins untere Prisma tunneln und nach links weggehen. Solche Anordnungen benutzt man zur sogenannten Frequenzverdoppelung, mit der man neuerdings Laser im Ultraviolettbereich betreiben kann. Mehr dazu in der Fachliteratur.)

Lösung 3.7

Die klassische Physik nimmt an, dass alle physikalischen Grössen stets wohlbestimmte Werte aufweisen, die grundsätzlich beliebig genau messbar sind. Das physikalische Geschehen folgt ganz strengen Gesetzen; die künftige Entwicklung eines abgeschlossenen Systems ist damit im Prinzip in allen Details voraussagbar.

Lösung 3.8

Beide Wellenarten zeigen Interferenzerscheinungen. Diese können beispielsweise mit Einfach- oder Doppelspaltanordnungen erzeugt werden.

Beide Wellenarten besitzen eine Amplitude, welche die Intensität definiert. Bei klassischen Wellen hat die Amplitude eine klassische Bedeutung: Länge, Überdruck, elektrische Feldstärke usw. Quantenphysikalische Amplituden beschreiben eine Wahrscheinlichkeitsverteilung.

Lösung 3.9

a) Wie in der klassischen Physik - etwa bei einem Erdsatelliten - besteht die Gesamtenergie eines gebundenen Quantenobjekts aus potentieller und aus kinetischer Energie. Die potentielle Energie ist bei einem gebundenen System negativ, die kinetische ist immer positiv. Wenn die Bindung durch eine Zentralkraft wie Gravitation oder Coulombanziehung realisiert wird, beträgt die Summe die halbe potentielle Energie. So gesehen gäbe eine möglichst kleine Entfernung den Zustand mit der niedrigsten Energie.

Nun spielt die Unschärferelation hinein: Eine enge Lokalisierung entspricht einer kleinen Ortsunschärfe. Sie führt zu einer grossen Impulsunschärfe, zu einer grossen kinetischen Energie und damit weg vom energieärmsten Zustand. Zusätzlich zu den Energieen, die schon im klassischen Fall zu bedenken sind, kommt die sogenannte "Lokalisierungsenergie", die stets positiv ist und mit kleiner werdendem Abstand sehr rasch zu nimmt.

b) Unter Umständen - besonders wenn die Elektronen auch noch Symmetriebedingungen zu erfüllen haben - ist es energetisch günstig, wenn die Ortsunschärfe noch grösser wird und das Elektron bei einer ganzen Reihe von Atomen "sitzt".

Lösung 3.10

a) Die Masse eines Neutrons beträgt $m = 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg. Der Impuls unserer Neutronen ist demnach von der Grössenordnung $p = mv \approx 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 2.0 \cdot 10^3 \text{ m/s} = 3.3 \cdot 10^{-24} \text{ kgm/s}$.

Die de Broglie-Wellenlänge besitzt einen Wert von

$$\lambda \approx h / p = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} / 3.3 \cdot 10^{-24} \text{ kgm/s} = 2.0 \cdot 10^{-10} \text{ m}.$$

Es ist also möglich, mit derart langsamen Neutronen Interferenzerscheinungen hinter diesem Doppelspalt von $d = 1.0 \cdot 10^{-4} \text{ m}$ zu beobachten. Der Winkel vom 0. zum 1. Hauptmaximum wird zwar sehr klein: $\alpha = 0.2$ Winkelsekunden. Mit einer genügend intensiven Quelle, einem sehr schmalen Zähler, der in grosser Entfernung montiert ist - und mit der nötigen Geduld! ist dies jedoch möglich. Mehr dazu im Additum 2.

b) Sie müssen die de Broglie-Wellenlänge des Quantenobjekts bestimmen. Ist diese viel kleiner als die geometrischen Abmessungen der Versuchsanordnung (Spaltbreite, Blendenöffnung etc.), so kann auch ein Neutron wie ein klassisches Teilchen behandelt werden.