
Materie

Übersicht	31
Vorgehen	32
Lernziele von Kapitel 2	32
2.1 Elementarteilchen	33
2.2 Elektronen: Teilchen oder Wellen?	34
2.3 Die Wellenlänge eines Teilchens	38
2.4 Der Doppelspaltversuch	42
2.5 Das Elektronenmikroskop	46
Lernkontrolle	50
Lösungen zu den Aufgaben	52

Übersicht

Im ersten Kapitel lernten Sie die Tatsache kennen, dass Licht nicht bloss Wellen- sondern auch Teilchencharakter aufweist. In diesem Kapitel begegnen Sie der logischen Ergänzung:

Sie wissen, was "Teilchen" sind. Als Teilchen betrachten Sie beispielsweise Sandkörner, Lego-Bausteine, Tennisbälle, Bücher, Automobile. Automobile sind zwar etwas gross. Sie unterscheiden sich aber nicht wesentlich von Tennisbällen, wenn Sie nur den Teilchenaspekt betrachten. Sie wissen, wie sich solche "Teilchen" verhalten und wie sie sich bewegen. Sie haben ein Gefühl dafür entwickelt. Solche Teilchen sind ein wesentlicher Bestandteil Ihrer Alltagserfahrung.

In diesem Kapitel werden Sie "Teilchen" kennenlernen, die sich völlig anders verhalten als Tennisbälle. Sie werden vermutlich Schwierigkeiten haben, das zu glauben, was wir hier entwickeln werden. Irgendwie werden Sie das Gefühl haben, hier bleibe die "normale Logik" auf der Strecke. Tatsächlich haben Sie den Stoff gut verstanden, wenn sich bei Ihnen dieses Gefühl einschleicht.

Zum Schluss des Kapitels werden Sie sich mit dem Elektronenmikroskop beschäftigen und dabei erneut eine Antwort auf die Frage erhalten, ob man Atome sehen kann.

Vorgehen

Studieren Sie wiederum die Lernziele. Sie werden dabei grob erahnen, was auf Sie zukommt. Dann widmen Sie sich dem Stoff von Kapitel 2. Nicht bloss zur Auflockerung, sondern vor allem um die Beziehung zu den Dingen zu vertiefen, werden Sie drei Experimente durchführen.

Die Aufgaben sollen Ihnen helfen, das Gelesene zu vertiefen und das Verständnis zu fördern. Die Antworten finden Sie am Schluss von Kapitel 2. Wenn Sie sich sicher fühlen und die Aufgaben der Lernkontrolle am Schluss des Kapitels grösstenteils richtig lösen können, dann melden Sie sich zum Kapiteltest.

Lernziele von Kapitel 2

- Sie können ein Experiment beschreiben, bei dem Elektronen Welleneigenschaften aufweisen.
- Sie wissen, wie man die Wellenlänge berechnet, die man allen Teilchen zuordnen muss.
- Es ist Ihnen bewusst, dass Sie das übliche Verständnis von "Teilchen" aufgeben müssen.
- Sie entwickeln ein Verständnis für den Begriff "Quantenobjekt" und können ihn anhand einer Karikatur in eigenen Worten erläutern.
- Sie verstehen das Funktionsprinzip eines Elektronenmikroskops und Sie wissen, inwiefern die Welleneigenschaften von Elektronen eine Rolle spielen.

2.1 Elementarteilchen

Wir haben in der Übersicht zu diesem Kapitel gesagt, dass wir Teilchen untersuchen wollen, die sich "völlig anders" verhalten als Tennisbälle. Solche Teilchen treffen wir nicht in unserer Alltagswelt an: Hier geht es um Elementarteilchen, aber auch um Atome und Moleküle.

Was sind Elementarteilchen? Wir gehen davon aus, dass Sie z. B. aus der Chemie wissen, was Atome sind. Sie wissen, dass Atome aus einem Atomkern und einer Elektronenhülle bestehen. Der Atomkern ist aus Protonen und Neutronen aufgebaut. Damit sind bereits die drei bekanntesten Elementarteilchen erwähnt: Protonen, Neutronen und Elektronen. Gesamthaft gibt es nach heutigem Wissensstand etwa 200 Elementarteilchen: "gewöhnliche" wie Protonen, Neutronen und Elektronen, aber auch "exotische" wie Positronen, Neutrinos, Pi-Mesonen, Top-Quarks... Die meisten dieser Teilchen sind nicht stabil. Sie zerfallen schon sehr kurze Zeit nach ihrer Entstehung und sind nur mit grossem experimentellen Aufwand nachzuweisen.

Im folgenden wollen wir uns mit Protonen, Neutronen und Elektronen begnügen und kurz ihre wichtigsten Eigenschaften zusammentragen: Masse, Durchmesser und Ladung. Sie müssen die Zahlenwerte nicht auswendig lernen. Sie sollten aber ein Gefühl dafür mitnehmen, wie fern diese Teilchen von unserer Alltagserfahrung (Tennisbällen oder Lego-Steine) sind.

Elementarteilchen	Masse (in kg)	Radius (in m)	el. Ladung (in C)
Proton	$1.673 \cdot 10^{-27}$	$0.8 \cdot 10^{-15}$	$+ 1.6 \cdot 10^{-19}$
Neutron	$1.675 \cdot 10^{-27}$	$0.8 \cdot 10^{-15}$	0
Elektron	$9.109 \cdot 10^{-31}$	0 (?)	$- 1.6 \cdot 10^{-19}$

Was fällt Ihnen bei dieser Tabelle besonders auf? Am meisten wohl die Behauptung, dass der Durchmesser des Elektrons gleich Null sein soll? Tatsächlich hat man in keinem Experiment bisher Hinweise dafür gefunden, dass man dem Elektron eine endliche Ausdehnung zuschreiben müsste. Das Elektron ist offenbar als "Massenpunkt" zu verstehen. Anscheinend kann man auch die Grössen von Proton und Neutron nicht genau messen. Elementarteilchen besitzen keine scharf definierte Oberfläche. Auffallend ist zudem, dass die elektrischen Ladungen von Proton und Elektron bis aufs Vorzeichen genau gleich gross sind. Man kürzt sie mit " e " ab (von Elementarladung):

$$e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C.}$$



Aufgabe 2.1

Warum ist es für den Aufbau der Atome von Bedeutung, dass Elektronen und Protonen bis aufs Vorzeichen die gleiche Ladung aufweisen?

Schauen Sie sich nochmals die Tabelle an. Elementarteilchen sind offenbar sehr kleine, ausserordentlich leichte Teilchen. Könnte man sich damit ein Proton als ein "gewöhnliches" kleines Materiestück vorstellen? Hat es grundsätzlich ähnliche Eigenschaften wie die Materie, die wir aus unserer Alltagserfahrung kennen? Mit der Angabe von Masse und Durchmesser eines Teilchens lässt sich seine Dichte berechnen. Dies ist die nächste Aufgabe.



Aufgabe 2.2

Wie gross ist die Massendichte eines Neutrons? In welchem Verhältnis steht sie zur Dichte des Wassers?

Sicher haben Sie die Aufgabe lösen können: Die Dichte beträgt rund 10^{18} kg/m^3 . Dies ist so ungeheuer gross, dass ein Stecknadelkopf bestehend aus dicht gepackten Neutronen etwa 100'000 t wiegen würde! - Wir haben also Teilchen, die man sich als äusserst klein vorstellen muss, Teilchen mit gigantisch grossen Dichten. Das ist zwar schon etwas extrem, aber grundsätzlich könnte man bis jetzt mit dem Tennisballmodell zufrieden sein.

Im folgenden werden wir aber bei diesen Elementarteilchen völlig bizarre Eigenschaften entdecken, die mit Tennisbällen gar nichts mehr zu tun haben. Unbekannt sind uns diese Eigenschaften aber nicht: Es sind Welleneigenschaften! Wir werden also sehen, dass die Elementarteilchen in Wirklichkeit Quantenobjekte sind, wie wir sie in Kapitel 1 definiert haben! Trotzdem wollen wir vorläufig die Bezeichnung "*Elementarteilchen*" beibehalten, wenn wir von Protonen, Neutronen und Elektronen sprechen.

Mit diesen drei erwähnten Elementarteilchen kann man unterschiedlich gut experimentieren. Am billigsten sind Elektronen: Man kann sie in grosser Zahl leicht "erzeugen", und sie sind elektrisch geladen. Dadurch kann man ihre Bewegung über elektrische und magnetische Felder leicht beeinflussen. Wir werden uns deshalb im folgenden vor allem mit Elektronen beschäftigen. Vieles, was Sie über Elektronen herausfinden werden, gilt aber auch für die anderen Elementarteilchen, ja sogar für ganze Atome und Moleküle. Wo dies nicht der Fall ist, wird es speziell erwähnt.

2.2 Elektronen: Teilchen oder Welle?

Millikan wies im Jahre 1913 in seinem berühmten Öltröpfchenversuch nach, dass sich Ladungen auf den Tröpfchen jeweils nur um die Grösse

$$e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

oder ein ganzzahliges Vielfaches davon unterscheiden. Das Elektron ist der kleinste Träger dieser Elementarladung. Da Ladung aber stets mit Masse verknüpft ist, denken wir beim Wort "Elektron" als Ladungsträger naturgemäss an ein Teilchen.

Lassen Sie uns den Teilchencharakter des Elektrons noch etwas deutlicher hervorheben:

Zwei Experimente zum Teilchencharakter:

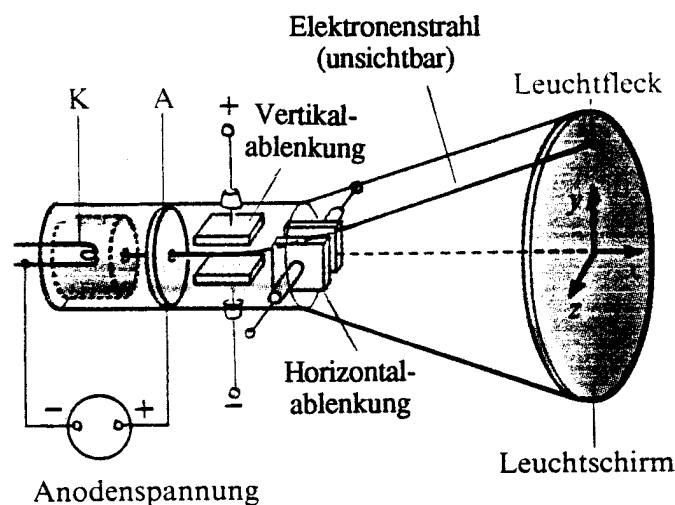
1) Betastrahlung

Als "Radioaktivität" bezeichnet man die Eigenschaft einer Reihe von Atomkernen, sich spontan in andere Atomkerne zu verwandeln. Um Ihnen den Teilchencharakter der Elektronen nochmals vor Augen zu führen, betrachten wir eine solche Umwandlung genauer:

Als erstes Experiment werden Sie eine schwach radioaktive Probe untersuchen, die Sr-90 (Strontium-90) enthält. Ein Sr-90-Kern besteht aus 38 Protonen und 52 Neutronen. Manchmal zerfällt eines der vielen Neutronen. Dabei fliegt ein β -Teilchen (= Elektron) davon, und ein Proton bleibt im Kern zurück. Einen solchen Zerfall eines Neutrons nennt man β -Zerfall. Durch diesen Zerfall eines Neutrons entsteht ein Proton mehr und deshalb wandelt sich ein Strontium-90-Kern in einen Yttrium-90-Kern (39 Protonen, 51 Neutronen). Hier interessieren wir uns jedoch nur für das fortfliegende Elektron. Bei jedem β -Zerfall können wir das Elektron mit einem Teilchendetektor nachweisen und über einen Lautsprecher hörbar machen.

2) Kathodenstrahlen

In einem zweiten Experiment wollen wir uns mit den Elektronen in einer Braun'schen Röhre beschäftigen (Figur 2.1). Im Prinzip besteht sie aus einem luftleeren Glaskolben mit einer beheizten, negativ geladenen Kathode (K) und einer positiv geladenen Anode (A). Sobald die Kathode zu glühen beginnt, treten einzelne Elektronen aus und werden von der positiven Anode angezogen. Je grösser die Spannung zwischen Kathode und Anode ist, desto schneller werden sich die Elektronen bewegen. Dies kann man benutzen, um einen Elektronenstrahl zu erzeugen: Man versieht die Anode mit einem kleinen Loch. Jene Elektronen, die nicht von der Anode aufgefangen werden und durch dieses Loch dringen, bilden dann einen feinen Strahl von schnellen Elektronen. Am Ende des Glaskolbens befindet sich ein Leuchtschirm. Er besteht aus einer Schicht von Kristallen, die Licht abgeben, wenn sie von Elektronen getroffen werden. Man sieht also einen hellen Flecken dort, wo der Elektronenstrahl die Leuchtschicht trifft. Ist das Glas dicker als etwa 1/100 mm, können die Elektronen nicht austreten.



Figur 2.1: Braun'sche Röhre (nach: Dorn 92).

Sie können den Elektronenstrahl mit elektrischen oder magnetischen Feldern ablenken und sehr genau auf jeden beliebigen Punkt auf dem Leuchtschirm richten. Trifft ein Elektron auf den Leuchtschirm, erzeugt es dort einen winzigen Lichtblitz, dessen Farbe vom getroffenen Material abhängt. Die Farb-TV-Röhre ist eine moderne Weiterentwicklung des 100 Jahre alten Prinzips. Der Elektronenstrahl trifft mit passender Stärke und magnetisch geführt abwechselungsweise auf rot, grün oder blau leuchtende Stoffe und erzeugt so farbige Stellen. Leuchten die drei Stoffe miteinander, entsteht weiss; leuchtet keiner, so lauert im Dunkel dort der Mörder ...

Gehen Sie nun zu den Experimenten:



Experiment 2.1: Elektronen aus dem Atomkern

Rufen Sie sich den Teilchenaspekt der Elektronen in Erinnerung. Verfolgen Sie den β -Zerfall eines Sr-90-Kerns mit einem Teilchendetektor.



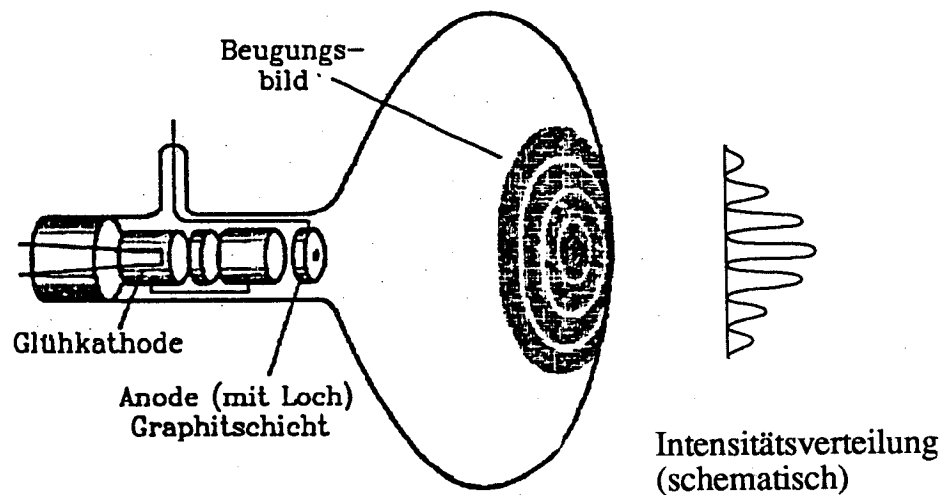
Experiment 2.2: Elektronen in der Vakuumröhre

Führen Sie das Experiment mit der Schulversion einer TV-Röhre gemäss Anleitung durch. Überzeugen Sie sich, dass die Teilchenvorstellung für Elektronen durchaus passend ist.

Sie ahnen es möglicherweise: Jetzt folgt ein Experiment, das Ihre Teilchenvorstellung für Elektronen wieder in Frage stellt. Wiederum erfahren Sie zuerst, worum es geht. Sie wissen dann, worauf Sie achten sollen. Anschliessend führen Sie das Experiment selbst durch:

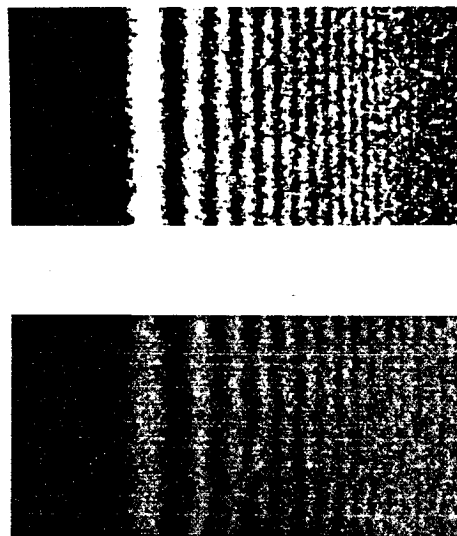
Wellenerscheinungen bei Elektronenbeugung

Grundsätzlich ist die Versuchsanordnung dieselbe wie beim vorangegangenen Experiment (Figur 2.2). Es gibt aber einen wichtigen Unterschied: Das Anodenloch ist mit einer durchsichtigen Folie bedeckt. Auf dieser ist eine dünne Schicht von polykristallinem (aus vielen winzigen Kriställchen aufgebautem) Graphit angebracht. Wäre der Elektronenstrahl nichts weiter als ein Teilchenstrahl, würde nach unserer Vorstellung ein Teil der Elektronen vom Graphit eingefangen, der Rest mehr oder weniger stark weggelenkt. (Stellen Sie sich etwa ein Sieb vor, auf das ein Strahl von Zuckerkörnern fällt!) Man würde einen vergrösserten Leuchtflecken erwarten, möglicherweise mit dem diffusen Schattenbild des Graphits. Tatsächlich werden Sie aber etwas anderes sehen: Ein heller Flecken in der Mitte ist von konzentrischen, hellen Kreisringen umgeben. Dazwischen liegen dunkle Ringe. Zudem werden Sie feststellen können, dass die Radien dieser Ringe mit der Geschwindigkeit der Elektronen zusammenhängen: Je grösser die Spannung zwischen Kathode und Anode gewählt wird, je schneller also die Elektronen sind, desto kleiner sind diese Radien.



Figur 2.2: Elektronenbeugung (Dorn 92 und Bittcher 91).

Diese Ringe, besonders die dunklen, können zwanglos nicht anders erklärt werden als durch die Annahme, dass Elektronenstrahlen Interferenzeffekte zeigen, wie sie für Wellenobjekte typisch sind: Dort, wo es dunkel ist, treffen "Elektronenwellenberge" und "Elektronenwellentäler" gleichzeitig zusammen und löschen sich aus! Der übereinstimmende "Wellenaspekt" von Licht und Elektronen kommt sehr schön in Figur 2.3 zu Vorschein:



Figur 2.3: Beugung von Licht (oben) und Elektronen (unten) an einer Kante (nach Sexl III 91).



Experiment 2.3: Elektronenbeugung an Graphit

Führen Sie nun den vorbereiteten Versuch durch, und lassen Sie die Einsicht auf sich wirken, dass Elektronen offenbar auch (noch!) etwas anderes sind als Teilchen.

Sie haben gesehen, dass Elektronenstrahlen unter bestimmten Bedingungen Interferenzerscheinungen hervorbringen können, wie sie typisch für Wellenphänomene sind. Diese Einsicht soll noch etwas vertieft werden.

Bestimmt ist Ihnen klar geworden, dass Elektronen keine gewöhnlichen Teilchen sind. Wie man ihren Wellencharakter beschreibt und wie dies alles zu deuten ist, werden Sie bei der Bearbeitung dieses Leitprogramms immer besser verstehen. Aber Vorsicht: R. P. Feynman, ein bekannter zeitgenössische Physiker (Nobelpreis 1965) hat einmal gesagt (zitiert nach Hey 90, Seite 15):

"... ich denke, ich kann davon ausgehen, dass niemand die Quantenmechanik versteht."

2.3 Die Wellenlänge eines Teilchens

Nach dem, was Sie im vorigen Abschnitt über Elektronen erfahren haben, scheint es naheliegend, den Begriff der Wellenlänge auch bei Elektronen einzuführen. Denn offenbar verhalten sich Elektronenstrahlen unter bestimmten Bedingungen so, wie Sie es von Lichtstrahlen gewohnt sind. Beim Licht sind Phänomene wie Beugung und Interferenz nur verstehbar, wenn wir Licht als einen Wellenvorgang mit einer bestimmten Wellenlänge auffassen.

Sie haben im ersten Kapitel gelernt, dass Licht unter anderen Umständen aber auch als Teilchenstrom, als Strom von Photonen, interpretiert werden kann. Licht weist damit auch Teilchencharakter auf. Für Licht der Frequenz f bzw. der Wellenlänge λ haben Planck und Einstein die "zugehörigen" Photonen wie folgt charakterisiert:

Für die Energie von Photonen gilt: $E = h \cdot f$.

Der Impuls von Photonen hat den Wert: $p = \frac{h}{\lambda}$.

h ist das bekannte, Planck'sche Wirkungsquantum: $h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$

Noch bevor die Physiker die eigenartige Doppelnatur des Lichtes tiefer verstanden hatten, stellte im Jahr 1924 Louis Victor de Broglie (Figur 2.4) auf Grund von verwickelten Überlegungen zur Relativitätstheorie eine gewagte Hypothese auf:

Ebenso wie das wellenartige Licht sich unter bestimmten Bedingungen wie ein Strom von Teilchen verhält, sollen umgekehrt auch Elektronen und alle teilchenartigen Objekte unter bestimmten Umständen sich wellenartig bemerkbar machen.



Figur 2.4: Louis de Broglie, 1892 - 1987 (aus Sexl 91).

Der Zürcher Physiklehrer und de Broglie-Biograph Fritz Kubli schrieb anlässlich des 100. Geburtstags des bedeutenden Forschers folgende Würdigung in der NZZ:

Louis de Broglie (1892-1987)

Vor hundert Jahren, am 15. August 1892, kam Louis de Broglie als viertes Kind des Herzogs Victor de Broglie in Dieppe zur Welt. 32 Jahre später verteidigte er vor einer Jury der Sorbonne seine «Thèse de doctorat», deren Aussage die Physik nachhaltig verändern sollte. Die zentrale Idee war, dass alle materiellen Teilchen nebst ihrer korpuskularen Natur mit einem Wellenphänomen gekoppelt sind. Dies legte den Weg zur sogenannten Wellenmechanik frei, deren Grundgleichungen 1926 von Erwin Schrödinger abgeleitet wurden. Damit erreichte die 1900 von Max Planck begründete Quantentheorie einen ihrer Höhepunkte.

Niels Bohr hatte 1913 eine elementare Bedingung für die Stabilität der Bahn des um einen Atomkern kreisenden Elektrons gefunden. Sie lässt sich nach de Broglie mit der Annahme deuten, dass die mit dem Elektron gekoppelte Welle längs seiner Bahn einer Resonanzbedingung genügen muss. Das heisst, dass der Umfang der Bahn ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge des Elektrons darstellt. Anfänglich fand de Broglies Argumentation nur eine geteilte Aufnahme. Zustimmung erhielt er jedoch von Albert Einstein, dem die Dissertation zur Begutachtung zugeschiedt wurde.

De Broglie hat nie einen Hehl daraus gemacht, dass er zu seiner Folgerung durch Einsteins Arbeiten zur Dualität von Wellen- und Teilchennatur beim Licht inspiriert wurde; nur er erkannte jedoch die Allgemeingültigkeit dieser Dualität. Die experimentellen Beweise zur Wellennatur des Elektrons brachten die 1927 durchgeführten Versuche von Davisson und Germer zur Beugung von Elektronen an Nickelkristallen. Die von de Broglie vorausgesagten Elektronenwellen ermöglichten dann in den dreissiger Jahren die Entwicklung des Elektronenmikroskops, mit dem heute sogar einzelne Atome sichtbar gemacht werden können.

Wenn Teilchen Welleneigenschaften aufweisen sollen, dann muss man ihnen auch eine Wellenlänge zuordnen können. De Broglie hatte also die Kühnheit zu behaupten, die oben für das Licht gegebene Beziehung zwischen Impuls und Wellenlänge gelte auch für Teilchen:

$$\text{Wellenlänge von Teilchen: } p = \frac{h}{\lambda} \Leftrightarrow \lambda = \frac{h}{p}$$

Die so ermittelte Wellenlänge wird als *de Broglie-Wellenlänge* bezeichnet. Beachten Sie das Folgende: de Broglie hatte es gewagt, dieses Ergebnis seiner theoretischen Arbeit in seiner Dissertation zu publizieren, ohne den geringsten experimentellen Hinweis auf Wellenphänomene zu haben. Die Experimente aus Kapitel 2.2 waren noch nicht bekannt. Deshalb wusste der Prüfungsausschuss in Paris zunächst nicht, was er damit anfangen sollte. Zur Stellungnahme wurde auch Einstein angegangen. Dessen positive Reaktion verhalf dann schliesslich de Broglie zu seinem Dokortitel. Dass dies zu Recht geschehen war, zeigte sich bereits 1927, als die postulierte Wellennatur von Elektronen im Experiment durch C. J. Davisson und L. H. Germer nachgewiesen werden konnte.



Wir fassen zusammen:

Nach de Broglie muss allen Teilchen auch eine Wellenlänge zugeordnet werden. Sie heisst *de Broglie-Wellenlänge*, hängt vom Impuls des Teilchens ab und beträgt

$$\lambda = \frac{h}{p}.$$

Die Proportionalitätskonstante h ist wiederum das Planck'sche Wirkungsquantum mit dem Wert von $6.63 \cdot 10^{-34}$ Js.

Diese Formel für die Berechnung der de Broglie-Wellenlänge müssen Sie auswendig können. Beachten Sie, dass das Planck'sche Wirkungsquantum, dessen Grössenordnung Sie mittlerweile bestimmt (...) kennen, auch hier eine zentrale Rolle spielt. Hätte h den Wert Null, wären alle Wellenlängen auch Null und es gäbe nichts Wellenartiges zu beobachten.

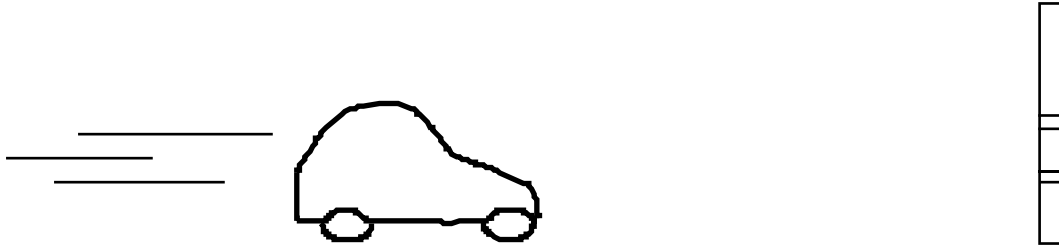
Die de Broglie-Beziehung gilt grundsätzlich für jedes Teilchen, d.h. sowohl für Elektronen, Neutronen, Heliumatome, Wasserstoffmoleküle ... als auch für Zuckerkörner, Tennisbälle und Automobile, Satelliten, Monde und Sonnen. - Warum merken wir jedoch im Alltag nichts vom Wellencharakter der Materie?

Der Grund dafür liegt darin, dass die Energie all jener Dinge, die wir von Auge sehen können, in quantenphysikalischen Begriffen sehr gross ist. Um das zu überprüfen, formen wir die de Broglie-Gleichung um:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE}}.$$

Wir benützen dabei die in der klassischen Physik gültige Beziehung zwischen Impuls und kinetischer Energie: $E = p^2/2m$. Wenn nötig: nachrechnen! (Bei Teilchen, deren Geschwin-

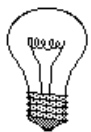
digkeit c nahe kommt, gilt eine kompliziertere Beziehung aus der Relativitätstheorie. An unseren Folgerungen ändert das aber nichts.) Damit λ gross wird, müssen die Masse und Bewegungsenergie möglichst klein sein. Mit Einzelatomen beim absoluten Nullpunkt erreicht man extrem grosse Werte: Ein Heliumatom bei $1 \mu\text{K}$ besitzt sogar eine Wellenlänge in der Grössenordnung von sichtbarem Licht ...



Figur 2.5: Doppelspaltexperiment mit Auto?

Sie können also beruhigt sein: Der Wellencharakter von realen Autos führt nie dazu, dass das Fahrzeug zwischen den Gitterstäben eines Brückengeländers hindurchfliegt. Wenn etwas Ähnliches geschieht, können Sie es mit den Gesetzen von klassischen "Teilchen" und der Hypothese, dass der Lenker die Geschwindigkeit nicht den Verhältnissen angepasst hat, verstehen. Die Massen der Alltagsobjekte besitzen - wegen der Wärmebewegung auch wenn sie in Ruhe sind - derart kleine de Broglie-Wellenlängen, dass man nichts beobachten könnte. Man kann ja die Trennschicht zwischen zwei Spalten nicht dünner als ein Atom, also etwa 10^{-10} m , machen.

Allerdings kann uns die Wissenschaftsgeschichte eine Warnung sein: Einige Effekte, die 1930 bloss in Gedankenexperimenten möglich schienen, wurden 50 Jahre später im Labor nachgewiesen. Die Welleneigenschaften von Heliumatomen sind experimentell nachgewiesen worden. Und was jetzt mit Helium möglich ist, kann später vielleicht mit Viren oder noch grösseren Lebewesen demonstriert werden...



Wir fassen zusammen:

Nach de Broglie muss man jedem Teilchen eine Wellenlänge zuordnen.

Für Teilchen aus dem Alltag ist diese Wellenlänge aber so klein, dass wir davon nichts merken.

Bei Elementarteilchen sieht das anders aus. Ihre Massen sind so klein, dass mit ihnen bis zu recht hohen Geschwindigkeiten Wellenphänomene nachgewiesen werden können.

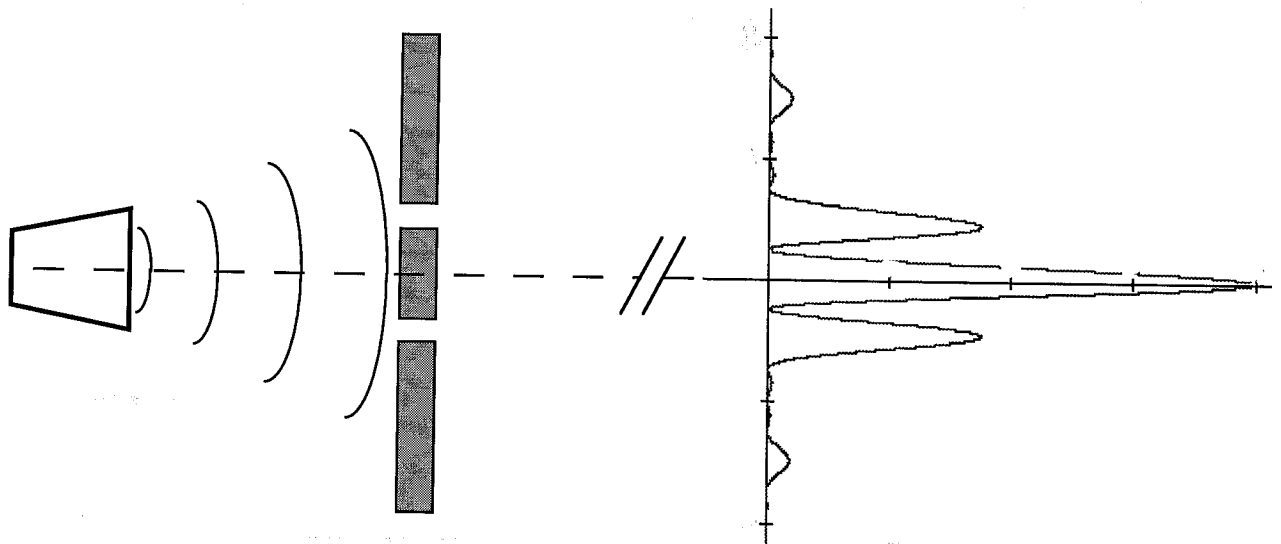
2.4 Der Doppelspaltversuch

Wir haben in der Einführung zu diesem Kapitel davon gesprochen, dass im Bereich der Elementarteilchen die Logik der Alltagserfahrung auf der Strecke bleibt. Vielleicht haben Sie bis jetzt das Gefühl, dass das Auftreten von Welleneffekten bei Elektronen gar nicht so spektakulär ist. In diesem Abschnitt werden Sie sich deshalb etwas eingehender mit diesen Welleneffekten beschäftigen.

Auch wenn im folgenden keine einzige Formel verwendet wird, handelt es sich um einen schwierigen Abschnitt. Vielleicht müssen Sie ihn zweimal lesen. Als Lohn winkt ein tieferes Verständnis für das "Funktionieren" der Materie im Kleinen. Und möglicherweise geraten Sie sogar ins Philosophieren, wenn Sie etwa darüber nachdenken, nach welchen physikalischen Gesetzmässigkeiten denn etwa unser Gehirn arbeiten könnte...

In Kapitel 1 haben Sie den Doppelspaltversuch bereits kennengelernt. Sie wissen, wie das Beugungsmuster einer Welle nach dem Durchgang durch die beiden Spalten aussieht. Wir haben das am Beispiel von Wasserwellen und Licht diskutiert. Wichtig beim Doppelspaltversuch ist, dass der Abstand der Spalte möglichst von der Grössenordnung der Wellenlänge ist. Bei Wasserwellen ist dies kein Problem, eher schon beim Licht.

Nun geht es um das Doppelspaltexperiment mit Elektronen. $d \approx \lambda$ ist nicht erreichbar. Bei realen Experimenten ist man schon zufrieden, wenn der Spaltabstand nicht grösser als das 10^4 - oder 10^5 -fache der de Broglie-Wellenlänge der Elektronen ist. Dass man unter solchen Umständen überhaupt etwas sehen kann, erfordert höchste Präzision und eine Strahlqualität, für die man Fr. 100'000.- aufwenden muss...



Figur 2.6: Versuchsanordnung zum Nachweis von Elektronenstrahlinterferenzen an einem Doppelspalt (schematisch). Im realen Experiment beträgt die Breite der Spalte etwa 0.001 mm, ihr Abstand etwa 0.003 mm. Beachten Sie, dass der Abstand vom Doppelspalt zur Fotoplatte real sehr gross ist (viel grösser als die Abmessungen der Spalte).

Figur 2.6 zeigte schematisch die Versuchsanordnung. Von grundlegender Bedeutung ist nun folgendes: Ob Sie das Doppelspaltexperiment mit Licht oder Elektronen durchführen, Sie

erhalten grundsätzlich die gleichen Beugungsbilder! Die Analogie zwischen Licht und Elektronen geht aber noch weiter. Wenn wir nämlich die Intensität des Elektronenstrahls stark verringern, so sehen wir - wie bei den Photonen - nur noch einzelne Lichtpunkte auf der Fotoplatte. Erst wenn wir die Intensität erhöhen (oder länger "belichten"), entsteht allmählich das charakteristische Beugungsbild (Figur 1.8).

Die Diskussion, die wir in Kapitel 1 im Anschluss an das Doppelspaltexperiment geführt haben, wollen wir nun ergänzen. Offenbar ist es also so, dass die Elektronen - wie auch die Photonen - immer als einzelne Teilchen auf der Fotoplatte auftreffen. Andererseits sind die einzelnen Elektronen "wellenartig verschmiert", denn sie wissen irgendwie, wo sie im Sinne einer Wahrscheinlichkeitsaussage hinfliegen müssen, damit schliesslich das beobachtete Beugungsbild entstehen kann.



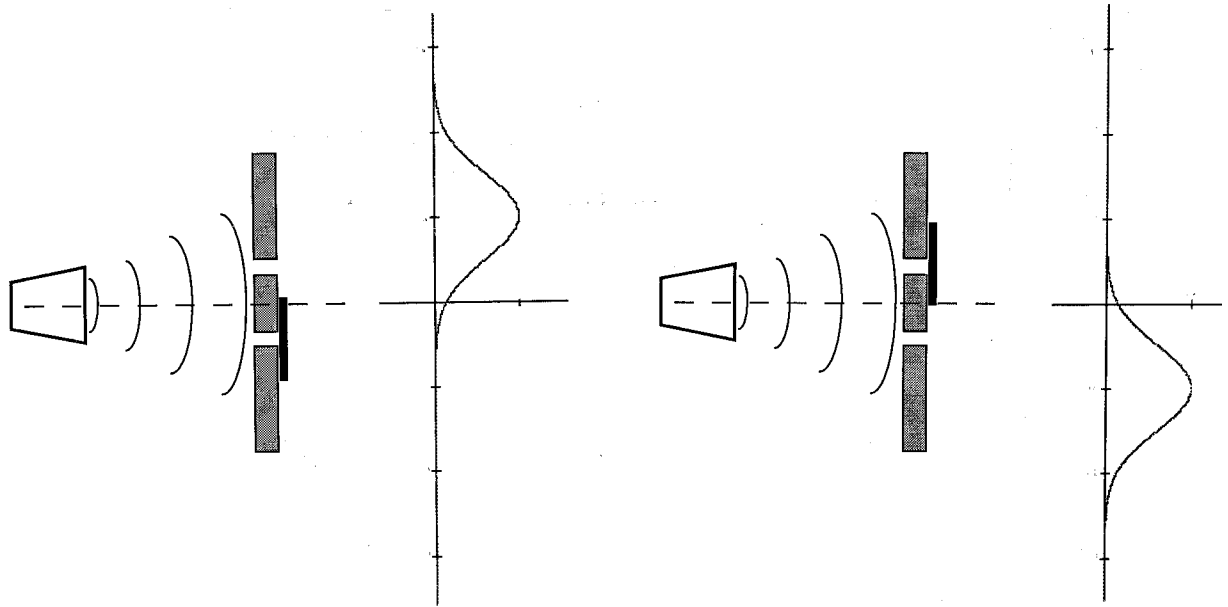
Wir fassen zusammen:

Die Elektronen verhalten sich manchmal wie von einander unabhängige Individuen; andererseits bilden sie auf geheimnisvolle Weise ein Kollektiv, das mit Wahrscheinlichkeitsaussagen zu beschreiben ist. Unter solchen Umständen kann über das Verhalten eines einzelnen Teilchens keine Aussage gemacht werden, wohl aber über das Verhalten vieler Teilchen zusammen.

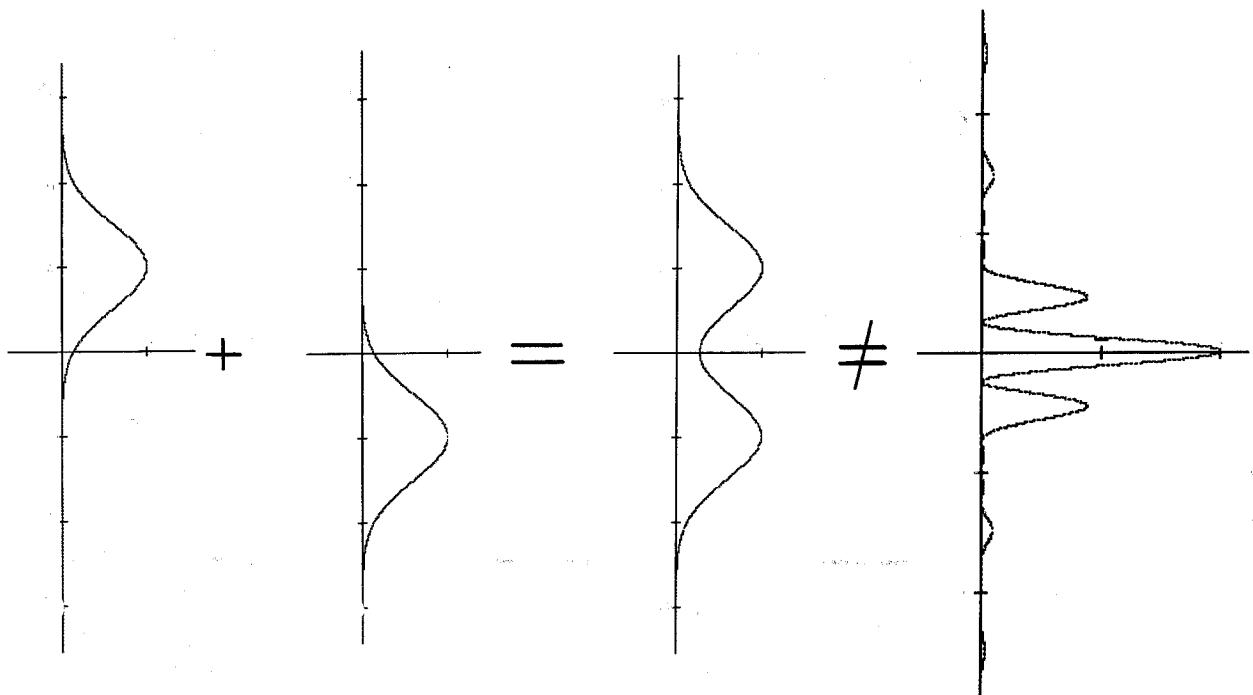
Fahren wir mit den Parallelen zwischen Licht und Elektronen fort. In Kapitel 1 fanden wir: Wenn wir einen Spalt schliessen und den anderen offen lassen, entsteht eine Häufigkeitsverteilung wie in Figur 2.7 links angedeutet. Für die umgekehrten Situation haben wir natürlich das analoge Bild (Figur 2.7. rechts). Der entscheidende Punkt ist bekanntlich, dass das Beugungsbild des Doppelspaltversuchs nicht gleich der gewöhnlichen Summe der Beugungsbilder der Einzelspaltversuche ist (Figur 2.8).

Oder anders gesagt: Wenn man die Fotoplatte während einer Stunde nur mit offenem Spalt 1 "belichtet", danach während der gleichen Zeitdauer nur mit dem offenen Spalt 2, so ergibt dies etwas anderes, als wenn man während einer Stunde mit beiden Spalten offen belichtet. Diesbezügliche Experimente mit Elektronen, die mit den Mitteln des Gymnasiums nicht durchgeführt werden können, sind seit den 60er-Jahren unumstösslich. Sie zwingen uns, den Elektronen auch Welleneigenschaften zuzuordnen.

Jetzt haben wir alles beieinander, um das angekündigte Verwirrspiel zu vollenden: Nun seien beide Spalten offen. Wir verringern die Intensität des Elektronenstrahls so sehr, bis nur noch einzelne Elektronen (etwa in Minutenabständen) auf der Fotoplatte auftreffen. Ein einzelnes Elektron scheint also Teilchencharakter zu haben. Darum sollte es entweder durch Spalt 1 oder durch Spalt 2 gehen. Betrachten wir nun alle Elektronen, die durch den Spalt 1 gehen. Diese Elektronen "wissen" damit nichts von Spalt 2 und sollten damit das Beugungsbild für den offenen Spalt 1 erzeugen. Analog können wir für jene Elektronen argumentieren, die durch Spalt 2 geflogen sind. Aber dann müsste doch nach "gesundem Menschenverstand" die Überlagerung der beiden Einzelspalt-Bilder herauskommen!



Figur 2.7: Das Doppelspaltexperiment: Jeweils ein Spalt ist verschlossen. Beachten Sie wiederum, dass der Abstand von den Spalten zur Fotoplatte viel grösser ist als die Abmessungen der Spalte.



Figur 2.8: Das Beugungsbild des Doppelspaltversuchs (ganz rechts). Es ist *nicht* gleich der Überlagerung der Beugungsbilder der Einzelspaltversuche.

Sie sehen, eine gewisse Art von "gesundem Menschenverstand" scheint mit der Natur der kleinen Dinge *nicht* übereinzustimmen...

Demnach müssen wir annehmen, dass *ein* Elektron von *beiden* Spalten etwas mitbekommt. Das Elektron ist irgendwie räumlich ausgedehnt und zeigt unterwegs seinen Wellencharakter.

Trotzdem ist es beim Auftreffen auf der Fotoplatte wieder "ganz Teilchen". Nach zahlreichen Experimenten - auch mit anderen Versuchsanordnungen und anderen Objekten wie Neutronen und Protonen - ist an dieser Tatsache nicht mehr zu rütteln. Eigenartig, nicht wahr?

Im Kleinen verhält sich die Natur nicht so, wie wir es von unserer Alltagserfahrung gewohnt sind, sondern die Dinge zeigen eine eigenartige Doppelnatur: einmal benehmen sie sich wie Teilchen, ein andermal wie Wellen. Vom Licht her ist uns vertraut, dass wir solche "Dinger" mit dem Begriff *Quantenobjekt* benennen:

Elektronen, Neutronen, Heliumatome, Wasserstoffmoleküle usw. sind Quantenobjekte!

Etwas müssen wir hier aber doch festhalten, damit Sie nicht verzweifeln: Nicht einmal die versiertesten Theoretiker *verstehen* dies intuitiv! Denn die Intuition bildet sich aus der Erfahrung. Aber sie haben gelernt, sie als Wesensart der Natur zu akzeptieren und sehr genaue mathematische Beschreibungen dafür zu finden. "Verstehen" bedeutet doch zumindest, etwas mit Vertrautem verknüpfen zu können. Vertraut durch Anschauung sind uns jedoch bloss mittlere Massstäbe: Zu Atomen haben wir ebensowenig Zugang wie zu Schwarzen Löchern. Aber gibt es nicht auch im Alltag Phänomene, die Fragen offen lassen: Oder können Sie sich etwa genauer erklären, warum Sie von der Erde angezogen werden?

Das eigenartige Wesen "Elektron" schafft auch Schulprobleme: Die kleinen Kügelchen, die Sie vermutlich auch schon gezeichnet haben, erfassen das Quantenobjekt "Elektron" nur einseitig: Manchmal sind die Elektronen effektiv so, wie kleine Kügelchen; aber manchmal sind sie ganz anders, nämlich wellenartig im Raum verteilt!



Wir fassen zusammen:

Elementarteilchen wie Elektronen, Protonen und Neutronen, aber auch ganze Atome und Moleküle können zu Interferenzen Anlass geben. Sie sind dann offenbar wellenartig im ganzen Raum verteilt.

Diese "Teilchen" weisen ebenso wie das Licht eine eigenartige "Doppelnatur" auf. Sie zeigen sich manchmal als "Teilchen", manchmal als "Welle", je nachdem, welches Experiment man durchführt. Teilchen- und Wellenaspekt sind wie Vorder- und Rückseite eines Gegenstandes zu verstehen, die sich wechselseitig nicht in die Quere kommen können. Sie sind sich gegenseitig ausschliessende Interpretationen: Untersucht man beispielsweise ein Experiment, bei dem der Wellenaspekt in den Vordergrund rückt (Doppelspaltversuch), dann führt die Teilcheninterpretation auf unauflösbare Widersprüche.

Alle Elementarteilchen sind Quantenobjekte.

Prüfen Sie mit der folgenden Aufgabe, ob Sie das eigenartige Verhalten der Elektronen beim Doppelspaltversuch erfasst haben:

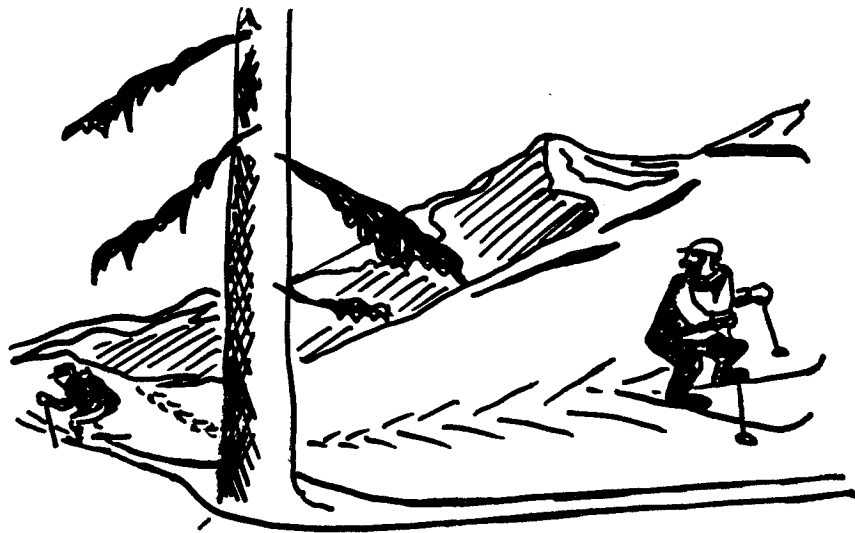


Aufgabe 2.3

Betrachten Sie die Figur 2.9. Die Karikatur bringt zum Ausdruck, was Sie oben über das seltsame Verhalten von Elektronen erfahren haben.

Suchen Sie eine oder zwei weitere Personen, die bei der Durcharbeit des Leitprogramms etwa gleich weit sind und diskutieren Sie mit Ihnen, inwiefern die Karikatur ein Bild für das Verhalten von Elektronen bei einem Doppelspaltversuch darstellt.

In der Diskussion sollten Sie soweit kommen, dass Sie beispielsweise an einer Party etwas Zutreffendes über das seltsame Leben der Elektronen zum besten geben könnten!



Figur 2.9: Der Skifahrer als Quantenobjekt (nach Audretsch 90).

2.5 Das Elektronenmikroskop

Den Schluss von Kapitel 2 bildet ein kurzer Abschnitt über das Elektronenmikroskop. Sie werden den prinzipiellen Aufbau eines solchen Mikroskops kennenlernen und auch verstehen, inwiefern die Welleneigenschaften der Elektronen hierbei eine Rolle spielen. Sie werden auch eine Antwort auf die Frage erhalten, ob man Atome "sehen" kann.

Allgemeines

Anstelle von Lichtstrahlen in einem gewöhnlichen Lichtmikroskop werden im Elektronenmikroskop Elektronenstrahlen verwendet. Wenn man Elektronen betrachtet, die mit einer Spannung von 100 Kilovolt (kV) beschleunigt werden, so ist diesen eine de Broglie-Wellenlänge von rund 4 pm zuzuschreiben.



Aufgabe 2.4

Bestätigen Sie diese Behauptung. Zur Erinnerung: 1 pm ("Picometer") ist gleich 10^{-12} m.

Demgegenüber liegen die Wellenlängen des sichtbaren Lichtes zwischen 400 nm und 780 nm. In Kapitel 1 haben wir herausgefunden, dass die Auflösungsgrenze ungefähr bei der Wellenlänge der verwendeten Strahlung liegt. Über den Daumen gepeilt hätte also ein Elektronenmikroskop mit $\lambda = 0.004$ nm eine 100'000 bis 200'000 mal bessere Auflösung als ein gewöhnliches Lichtmikroskop. So einfach ist der Vergleich aber nicht! Wir müssen uns genauer an die Diskussion in Kapitel 1 erinnern. Um die einfachsten Strukturen, Spalten im Abstand d , auflösen zu können, muss die Bedingung:

$$\sin u > \frac{\lambda}{d}$$

(siehe Kapitel 1.4) erfüllt sein. Bei Lichtmikroskopen kann der Sinus des Öffnungswinkels u praktisch den theoretischen Grenzwert $\sin u = 1$ erreichen. Bei Elektronenmikroskopen ist dies bei weitem nicht der Fall: Bestenfalls ist ein Wert von etwa $\sin u = 0.01$ möglich. Der Grund dafür liegt in den "Linsen", den Elektromagneten, die zur Ablenkung der Elektronenstrahlen verwendet werden. Ihr "Brechungsvermögen" ist viel kleiner, als dasjenige der Glaslinsen für Licht. Deshalb reduziert sich das Auflösungsvermögen des Elektronenmikroskops erheblich. Es ist aber - bei einer Beschleunigungsspannung von 100 kV - immer noch rund tausend mal grösser als dasjenige eines Lichtmikroskops. Unser Elektronenmikroskop besitzt also eine theoretische Auflösungsgrenze von:

$$d = \frac{\lambda}{\sin u} \approx 400 \text{ pm} \approx \text{Atomdurchmesser}$$

Was ergibt sich damit als Faustregel für die Auflösung eines Elektronenmikroskops? Schätzen Sie bitte kurz ab, bevor Sie weiterlesen!

Faustregel: Das Auflösungsvermögen eines Elektronenmikroskops ist etwa hundertmal grösser als die de Broglie-Wellenlänge der benützten Elektronen.

Der Aufbau von Elektronenmikroskopen

Grundsätzlich kann man zwei Typen unterscheiden:

- das *Emissionsmikroskop*, bei dem die Elektronen vom Objekt selbst ausgesandt werden und
- das *Durchstrahlungsmikroskop*, bei welchem das Objekt von Elektronen durchstrahlt wird.

Wir beschränken uns hier auf das Durchstrahlungsmikroskop, welches das eigentliche Analogon zum Lichtmikroskop darstellt. Das zu untersuchende Objekt wird in der Regel auf eine dünne Trägerfolie aufgebracht. An diesem Objekt werden die auftreffenden Elektronen gestreut oder absorbiert. Schliesslich erreichen die verbleibenden Elektronen einen Leuchtschirm (oder eine Fotoplatte), auf welchem ein Bild des Objektes entsteht. Figur 2.10 zeigt das Prinzip.

Figur 2.10:

Vergleich von Durchlichtmikroskop LMD
und Elektronenmikroskop DEM:
(Weissmantel 70)

EQ: Elektronenquelle

C: Kondensor, sorgt für gutes Licht
resp. für guten Elektronenstrahl

O: Objekt auf Trägerfolie, vom Licht
resp. den Elektronen durchdrungen

Ov: Objektiv-Linse

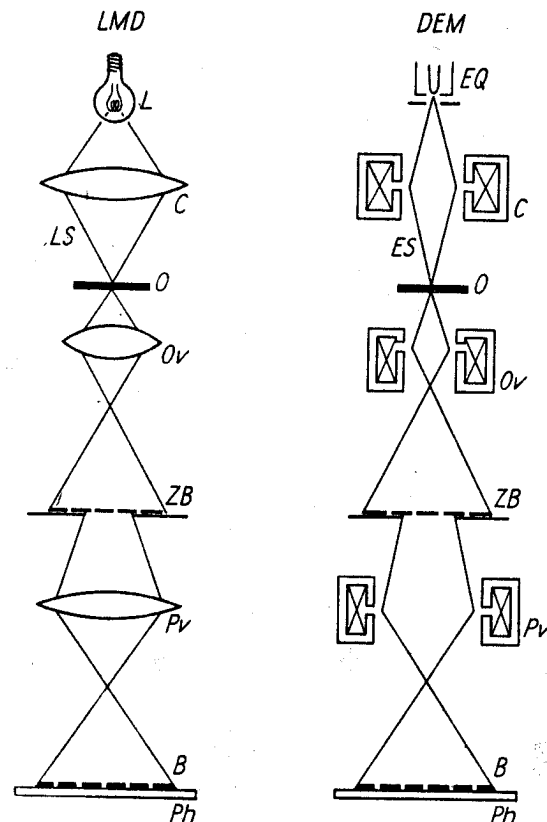
resp. Objektiv-Magnetspule

Pv: Projektiv, anstelle des Okulars

Ph: Photographische Platte

resp. Film wie beim Röntgen

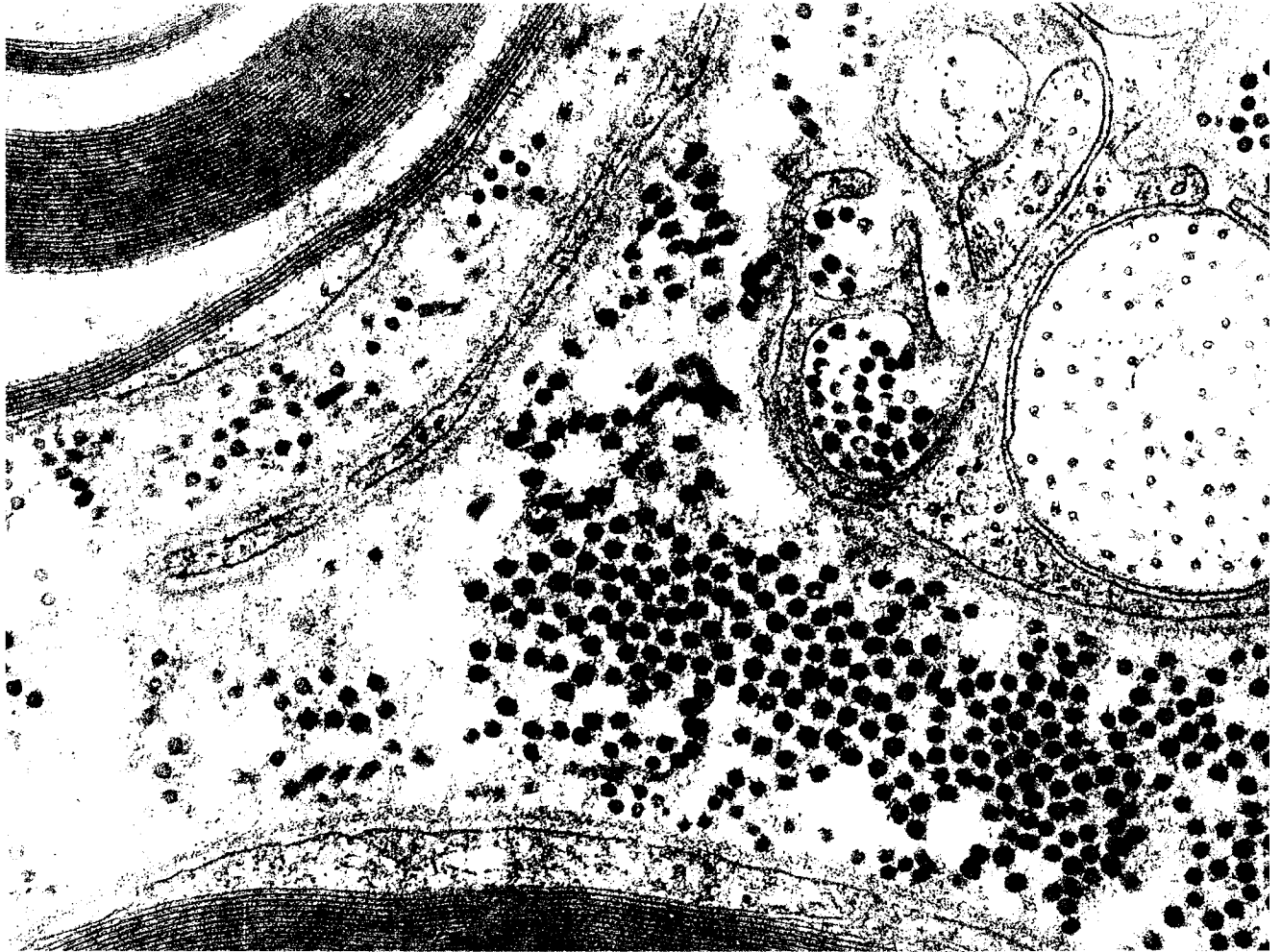
ZB: reelles Zwischenbild



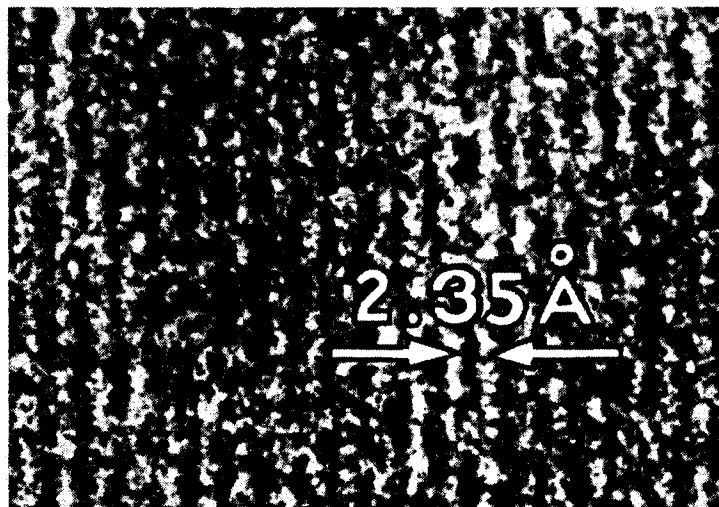
Sie haben sich vermutlich schon bei der oben angetönten Diskussion des Auflösungsvermögens gefragt, wie Linsen beschaffen sein müssen, die Elektronenstrahlen brechen können. Die Lösung ist einfach: Denken Sie an Ihr Experiment mit der Braun'schen Röhre. Mit geeigneten magnetischen oder elektrischen Feldern kann man Elektronenstrahlen so beeinflussen, dass eine Linsenwirkung entsteht: Man kann einen Elektronenstrahl also damit fokussieren, wie man einen Lichtstrahl mittels einer Glaslinse bündeln kann. Allerdings können so nur Linsen mit sehr kleinem Brechungsvermögen konstruiert werden. (Genau genommen werden die Elektronenstrahlen gar nicht "gebrochen" - wie etwa Lichtstrahlen beim Durchgang durch eine Glaslinse, sondern kontinuierlich abgebogen.) Wir können hier nicht weiter darauf eingehen; weiterführende Informationen finden Sie in verschiedenen Physiklehrbüchern (z. B. in Grimsehl 68).

Bei der Auswahl der Objekte, die man mit einem Elektronenmikroskop untersuchen kann, ist man etwas eingeschränkt: Das Objekt wird zum einen durch die Absorption der Elektronen etwas erwärmt, zum anderen muss es die Bedingungen des Vakuums und den brutalen Elektronenbeschuss aushalten. Dennoch hat es das Elektronenmikroskop erlaubt, in Bereiche vorzustossen, die dem Lichtmikroskop völlig verschlossen sind. Allerdings muss man die Objekte mit schweren Atomen bedampfen, damit die Elektronen abgelenkt werden. Im Elektronenmikroskop werden kleinste Viren sichtbar. Sogar einzelne, grössere Atome lassen sich

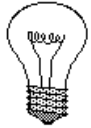
abbilden. Figur 2.11 zeigt eine menschliche Nervenzelle bei hunderttausendfacher Vergrößerung; Figur 2.12 zeigt einen Goldkristall.



Figur 2.11 Menschliche Nervenzelle, ca 100'000-fach vergrössert.
(mit freundlicher Erlaubnis von Dr. E. Grieshaber, Kantonsschule Wattwil)



Figur 2.12: Gitterebene im Goldkristall. Der Atomabstand beträgt nur 300 pm
(aus Dorn 92).

**Wir fassen zusammen:**

Elektronenmikroskope tasten Objekte mit Elektronen ab. Diese werden von magnetischen Linsen geleitet und liefern nach den gleichen Prinzipien wie beim Lichtmikroskop eine Vergrößerung.

Für das Auflösungsvermögen gelten die bekannten Grenzen, die allerdings aus praktischen Gründen nicht erreicht werden.

Mit Elektronenmikroskopen können einzelne Atome sichtbar gemacht werden.

Aber die ketzerisch-philosophische Frage bleibt: "sehen" Atome tatsächlich so aus? Die Frage ist nicht nur rhetorisch gemeint; sie führt direkt zum unerkennbaren Kant'schen "Ding an sich".

**Aufgabe 2.5**

Kann man das Funktionsprinzip eines Elektronenmikroskops grundsätzlich verstehen, ohne etwas von der de Broglie-Wellenlänge gehört zu haben?

Lernkontrolle

Die folgenden Aufgaben dienen der Überprüfung Ihres Wissens. Sie sollen selbständig testen, ob Sie den Stoff dieses Kapitels begriffen haben. Die Lösungen finden Sie am Ende des Kapitels.

**Aufgabe 2.6**

Beschreiben Sie ein Experiment, bei welchem Elektronen klar als Teilchen erscheinen.

**Aufgabe 2.7**

Beschreiben Sie ein Experiment, bei welchem Elektronenstrahlen gebeugt werden.

**Aufgabe 2.8**

Haben Sie schon einmal einen Ring um den Mond beobachtet? Aber bestimmt haben Sie schon die farbigen Ringe wahrgenommen, die es gibt, wenn man durch eine beschlagene Fensterscheibe auf eine Strassenlampe blickt.

Inwiefern haben diese Alltagserscheinungen mit "unserem" Elektronenbeugungsexperiment zu tun? Eine Gegenüberstellung mit einigen Stichworten genügt.

**Aufgabe 2.9**

Die Spannung, mit der die Elektronen in einer Farbfernsehröhre beschleunigt werden, beträgt etwa 20 kV.

Wie gross ist die de Broglie-Wellenlänge der Elektronen? Überlegen Sie zuerst, wie Sie aus der Angabe der Beschleunigungsspannung auf die Geschwindigkeit der Elektronen schliessen können. Notfalls nehmen Sie ein Physiklehrbuch zur Hand.

**Aufgabe 2.10**

Gilt die de Broglie-Beziehung auch für Neutronen?

**Aufgabe 2.11**

Fassen Sie in eigenen Worten nochmals das Wesentliche zum Doppelspaltversuch zusammen!

**Aufgabe 2.12**

Wie kann man Atome sehen?

Haben Sie (beinahe) alle Aufgaben richtig gelöst? Glauben Sie verstanden zu haben, worin das Eigentümliche der Doppelnatur von Quantenobjekten besteht, wenn Sie etwa an den Doppelspaltversuch denken? Dann können Sie sich zum Kapitel-Test melden. Andernfalls müssen Sie nochmals jene Teile von Kapitel 2 durcharbeiten, die Ihnen unklar sind.

Lösungen zu den Aufgaben

Lösung 2.1

Wenn Elektron und Proton bis aufs Vorzeichen exakt gleiche Ladung haben, dann kann man durch Zusammensetzen von gleichvielen Elektronen wie Protonen *elektrisch neutrale* Atome bauen.

Zwei Zusätze für Leute, die's genauer wissen wollen:

- Natürlich würde es auch genügen, wenn die Ladungen von Elektron und Proton irgendwelche ganzzahlige Vielfache einer Grundeinheit e wären. Ein Beispiel: Protonenladung = $47 \cdot e$ und Elektronenladung = $-11 \cdot e$. So könnte man sich auch eine gewisse Anzahl elektrisch neutraler Atome bauen. Nehmen Sie zum Beispiel 11 Protonen und 47 Elektronen.
- Es gibt tatsächlich gewichtige theoretische Gründe dafür, dass die beiden Ladungen *exakt invers* sind und nicht nur innerhalb der heutigen Messgenauigkeit "gleich": Sie kennen den Ladungserhaltungssatz. Er sagt: Bei jedem physikalischen Prozess bleibt die Summe aller Ladungen erhalten. Bei dieser Summe werden die negativen Ladungen negativ gezählt. Von diesem Satz glaubt man allgemein, er sei richtig. Und daraus folgt bereits die exakte Gleichheit: Wir müssen nur den radioaktiven β -Zerfall betrachten (Abschnitt 2.2). Dabei geht ein Neutron in ein Proton und ein Elektron über. Da das Neutron elektrisch neutral ist, muss nach dem Ladungserhaltungssatz auch die Summe der Ladungen von Elektron und Proton neutral sein. Also sind sie exakt invers zueinander.

Lösung 2.2

Die Massendichte des Neutrons berechnet sich als Quotient von Masse und Volumen. (Die Grösse der Neutronen kann durch gegenseitigen Beschuss gemäss den Gesetzen der Quantenphysik, die Sie nun kennenlernen, nur angenähert bestimmt werden.) Das Volumen einer Kugel vom Radius $r = 8 \cdot 10^{-15}$ m ist:

$$V = \frac{4\pi}{3} r^3$$

d. h.: $V = 2.1 \cdot 10^{-48}$ m³. Die Division m/V ergibt für die Massendichte: $0.8 \cdot 10^{18}$ kg/m³, d. h. rund das 10^{15} -fache der Dichte von Wasser ($= 10^3$ kg/m³).

Lösung 2.3

Als Anregung für die Diskussion möge folgender Hinweis gelten: Der quantenmechanische Skifahrer hat die ihm im Weg stehende Tanne so umfahren, wie ein einzelnes Elektron beim Doppelspaltversuch die Trennwand zwischen den beiden Spalten. Wie der Skifahrer das macht, bleibt geheimnisvoll. "Aufgespalten" hat er sich nicht, denn nach der eigenartigen Umfahrung der Tanne ist er ja offensichtlich wieder "ganz". Bevor wir den Skifahrer nach der Tanne wahrnehmen, ist er anscheinend irgendwie im ganzen Raum verteilt...

Lösung 2.4

Zunächst ist zu überlegen, welche kinetische Energie die Elektronen nach Durchlaufen einer Spannung von $U = 100 \text{ kV}$ erreicht haben. Es gilt:

$$E = e \cdot U = \frac{1}{2}mv^2$$

Daraus ergibt sich die Geschwindigkeit der Elektronen über:

$$v = \sqrt{\frac{2E_{kin}}{m}} = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

Setzt man dies in die Beziehung von de Broglie für die Berechnung der Wellenlänge der Elektronen ein, so folgt:

$$\lambda = \frac{h}{m\sqrt{\frac{2E_{kin}}{m}}} = \frac{h}{\sqrt{2mE_{kin}}} = \frac{h}{\sqrt{2meU}}$$

Setzt man die numerischen Werte ein, so erhält man für λ den Wert 3.9 pm .

Lösung 2.5

Die Funktionsweise eines Elektronenmikroskops lässt sich verstehen, ohne dass man weiss, dass sich Elektronen unter bestimmten Umständen wie Wellen verhalten. Die Wellennatur der Elektronen ist erst dann von Bedeutung, wenn man über das Auflösungsvermögen eines Elektronenmikroskops nachdenkt.

Lösung 2.6

Ein Beispiel ist das von Ihnen durchgeführte Experiment des Beta-Zerfalls oder das Experiment mit der Braun'schen Röhre (vgl. Text in Kapitel 2).

Lösung 2.7

Ein Beispiel ist das von Ihnen durchgeführte Experiment zur Elektronenbeugung an polykristallinem Graphit. Andere Beispiele sind die Beugung von Elektronenstrahlen an Kanten oder das Doppelspaltexperiment.

Lösung 2.8

Ringe um den Mond oder um das Licht, das von entfernten, möglichst punktförmigen Lichtquellen durch beschlagene Fensterscheiben fällt, besitzen *Rotationssymmetrie*. Hier ist die Symmetrieachse durch den Lichtweg von der Quelle ins Auge bestimmt. Im Elektronenbeugungsexperiment liefert der Elektronenstrahl die Achse.

Die Lichtwellen werden in der Atmosphäre entweder von den Eiskriställchen oder von feinen, gleichgrossen Wassertröpfchen um einen *bestimmten Winkel* abgelenkt. Dieser Winkel hängt von der Wellenlänge ab, deshalb wird weisses Licht dabei in Farben zerlegt. Weil die Elektronen praktisch alle die gleiche Energie und damit die gleiche de Broglie-Wellenlänge aufweisen, sind die Ablenkungsringe scharf ausgeprägt.

Was Sie kaum wissen konnten: Bei den Eiskriställchen ist die Brechung *Ursache* der Licht-Ablenkung; bei den Wassertröpfchen ist es Streuung. Deshalb ist in beiden Fällen die Reihenfolge der Farben umgekehrt! Machen Sie sich das bei der nächsten Gelegenheit bewusst! Bei den Elektronen handelt es sich um die sogenannte Bragg-Reflexion, die durch die regelmässigen Gitterabstände in den Graphitkristallen unserer Röhre ermöglicht wird.

Lösung 2.9

Nach den Überlegungen von Aufgabe 2.4 gilt:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU}}$$

Mit $U = 20$ kV ergibt sich für $\lambda = 8.7$ pm.

Lösung 2.10

Natürlich sind auch Neutronen Quantenobjekte. Besonders mit abgebremsten, "moderierten" Neutronen, wie sie zur Kernspaltung in Reaktoren benützt werden, lassen sich Welleneigenschaften nachweisen.

Hinweis 2.11

Eine gute Grundlage für eine solche Diskussion bietet z. B. Figur 2.8.

Lösung 2.12

Atome kann man "sehen"; allerdings nicht mit Licht, sondern via Elektronenstrahlen. Geeignete Atome - etwa Goldatome in einem Kristallgitter - kann man mit einem Elektronenmikroskop sichtbar machen.