Einführung in die Statik

Autoren: Daniel Huldi und Marcel Zemp
Überarbeitet von Thomas Kuster

Inhalt:
Mit dem erarbeiteten Wissen lernen die Schülerinnen und Schüler die Grundgesetze der Statik kennen und verstehen.

Unterrichtsmethode: Leitprogramm
Das Leitprogramm ist ein Selbststudienmaterial. Es enthält alle notwendigen Unterrichtsinhalte, Übungen, Arbeitsanleitungen und Tests, die die Schülerinnen und Schüler brauchen, um ohne Lehrperson lernen zu können.

Fachliches Review:
Prof. Dr. Andreas Vaterlaus, Laboratorium für Festkörperphysik, ETH Zürich

Fachdidaktisches Review:
Wolfgang Pils, Kantonschule Im Lee, Winterthur

Publiziert auf EducETH:
15. Juni 2009

ETH Institut für Verhaltenswissenschaften

Einführung in die Statik

Leitprogramm Physik

Überarbeitung
Thomas Kuster
D-UWIS
Umweltnaturwis-
senschaften

Autoren
Daniel Huldi und
Marcel Zemp
D-PHYS
Physik

Betreuer
Wolfgang Pils

September 2006

Leitprogramm Physik, Einführung in die Statik

Stufe, Schulbereich

Zweites bis drittes Jahr Kantonsschule

Fachliche Vorkenntnisse

- Kraftbegriff
  - Newtonsche Axiome
  - Vektoreigenschaft
- Lineare Gleichungen mit 2 Unbekannten

Bearbeitungsdauer

6 bis 10 Lektionen

Autoren

1. Version

- Daniel Huldi, dhuldi@swissonline.ch
- Marcel Zemp, mzemp@phys.ethz.ch

Überarbeitung

- Thomas Kuster
  Feldhofstrasse 20
  8610 Uster
  thomas@fam-kuster.ch

Versionen

1. Version September 2005
Überarbeitung September 2006
Diese Version 20. April 2009 um 09:04 (Datum und Zeit des LaTeX-Lauf)

Erprobung

Frühling 2006 mit zwei Klassen im dritten Jahr der Kantonsschule Winterthur.

Einleitung

Die Statik ist im täglichen Leben überall präsent. Wir sagen zu einem Körper der sich nicht bewegt, dass er in Ruhe ist. Die Statik befasst sich mit ruhenden Körpern und den Bedingungen, die erfüllt sein müssen, damit sie in Ruhe sind.

Im Bauwesen ist die Statik von grosser Bedeutung. Gebäude, Brücken und andere Bauwerke müssen in Ruhe bleiben und dürfen den Belastungen nicht nachgeben und zusammenstürzen. Für die Salginatobelbrücke[1] in Schiers, wurden alle Berechnungen vom Konstrukteur Robert Maillart selbst durchgeführt.

Obwohl viele statische Probleme inzwischen nur noch mit dem Computer berechnet werden, sind auch dafür Grundkenntnisse in Statik notwendig. Häufig reichen Grundkentnisse aus, um die Statikprobleme des Alltages zu verstehen und zu berechnen.

Mit Hilfe eines kleinen Experiments, welches Sie selber durchführen, werden Sie das Hebelgesetz kennen lernen. Weitere Beispiele und Aufgaben zum Hebelgesetz verdeutlichen die Anwendungen im Alltag, zum Beispiel in Werkzeugen oder auf dem Spielplatz.

Mit dem erarbeiteten Wissen werden Sie die Grundgesetze der Statik erlernen und verstehen. In verschiedenen Aufgaben können Sie Ihr erlerntes Wissen anwenden und vertiefen. Viele Problemstellungen stammen aus dem Alltag, mit einigen haben Sie schon zu tun gehabt. Bei der nächsten Begegnung mit einem Ihnen bereits bekannten Problem, werden Sie dieses sicher aus einem anderen Blickwinkel betrachten.

[1] Abbildung auf der Titelseite, Bauzeit 1929 bis 1930, einziges Weltmonument der Schweiz

Inhaltsverzeichnis

Arbeitsanleitung

Dieses Leitprogramm zur Einführung in die Statik bearbeiten Sie ganz alleine und in Ihrem Tempo. Zu Beginn eines Kapitels finden Sie immer eine kurze Übersicht und die Lernziele des Kapitels. Lesen Sie diese jeweils gut durch, um bereits einen ersten Überblick zu bekommen, was Sie im Kapitel erwartet. Danach beginnt dann der eigentliche Stoff.

Zwischendurch finden Sie Aufgaben, Experimente usw. die durch die folgenden speziellen Sinnbilder am Seitenrand angekündigt werden.

Aufgabe

Schriftliche Aufgaben, die Lösungen dazu sind im Teil III

Beispiel

Vorgelöste Beispiele

Exkurs

Zusätzliche Informationen oder bereits bekanntes wird nochmals kurz erläutert.

Experiment

Ein Experiment welches Sie selber durchführen können.

Hinweis

Information wie es im Leitprogramm weiter geht.

Medienarbeit

Im Internet oder mit anderen Medien suchen Sie nach weiteren Informationen.

Wichtig

Wichtige Zusammenhänge die Sie sich merken sollten.

Zusammenfassung

Fassen Sie das soeben gelesene kurz für sich selber zusammen.

Lösen Sie jeweils die Aufgaben und kontrollieren Sie danach ihre Lösung anhand der Musterlösung im letzten Teil III. Korrigieren Sie allenfalls Ihre Lösung und versuchen Sie Ihre Fehler zu verstehen.

Beachten Sie ebenso die weiteren Hinweise und befolgen Sie die Anweisungen, die im Leitprogramm gegeben werden.

Am Ende eines Kapitels, wenn Sie den Stoff beherrschen, absolvieren Sie beim Lehrer einen Kapiteltest. Wenn Sie diesen bestehen, machen Sie mit dem nächsten Kapitel des Leitprogramms weiter bis Sie Kapitel 5. absolviert haben.

Falls Sie schnell am Ziel sind oder Lust auf mehr haben, gibt es im Teil II zwei zusätzliche Kapitel über Flaschenzüge (Kapitel 6) und Archimedes (Kapitel 7), welche Sie bearbeiten können.

Wir wünschen Ihnen beim Bearbeiten dieses Leitprogramms „Einführung in die Statik“ viel Spass!

Teil I

Leitprogramm

Kapitel 1

Der Schwerpunkt

Übersicht

Schubst man ein „Stehaufmännchen“ (Abbildung 1.1) an, so steht es „von selbst“ wieder auf. Ganz anders ist die Situation, wenn wir selber auf einem dünnen Balken balancieren (z. B. Vitaparcours). Werden wir geschubst, oder verlieren das Gleichgewicht, so richten wir uns nicht wieder „von selbst“ auf!

Offenbar gibt es verschiedene Gleichgewichtsarten. In diesem Kapitel werden wir drei verschiedene Arten des Gleichgewichts kennen lernen und die Gesetzmässigkeiten des Gleichgewichts ergründen. Wir werden sehen, dass ein spezieller Punkt dabei eine wichtige Rolle spielt. Ein Gegenstand verhält sich bezüglich des Gleichgewichts so, wie wenn seine ganze Masse in diesem speziellen Punkt konzentriert wäre. Diesen Punkt nennt man den Schwerpunkt.

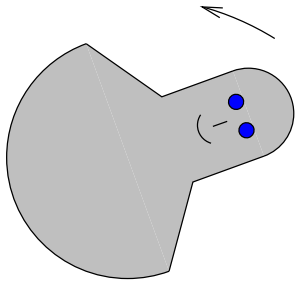


Abbildung 1.1: Stehaufmännchen

Lernziele

- Sie können den Schwerpunkt von ebenen Figuren (z. B. Kartonfiguren) experimentell bestimmen.
- Sie kennen die drei verschiedenen Gleichgewichtsarten und können erläutern, um welche Gleichgewichtsart es sich beim „Stehaufmännchen“ handelt.

1.1 Schwerpunkt von Kartonfiguren

1.1.1 Schwerpunkt eines Dreiecks

Wir zeichnen auf dem Karton ein asymmetrisches, aber sonst beliebiges Dreieck (Grösse ca. 1/2 A4-Blatt) und konstruieren mit Hilfe der Seitenhalbierenden den Schwerpunkt (Abbildung 1.2 auf der nächsten Seite). Anschliessend schneiden wir das Dreieck aus.

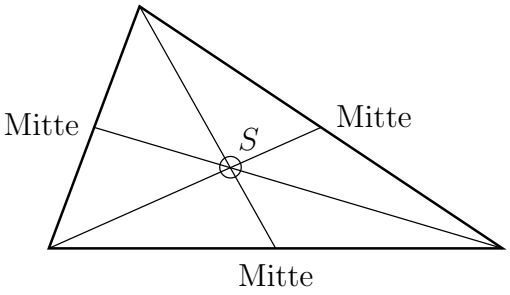


Abbildung 1.2: Dreieck mit Schwerlinien

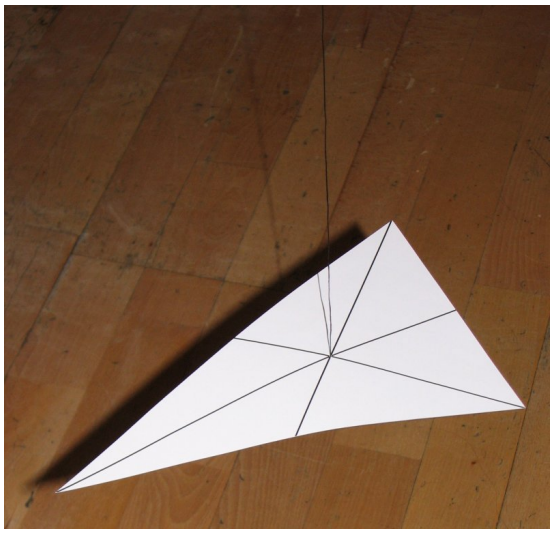


Abbildung 1.3: Dreieck im Schwerpunkt aufgehängt

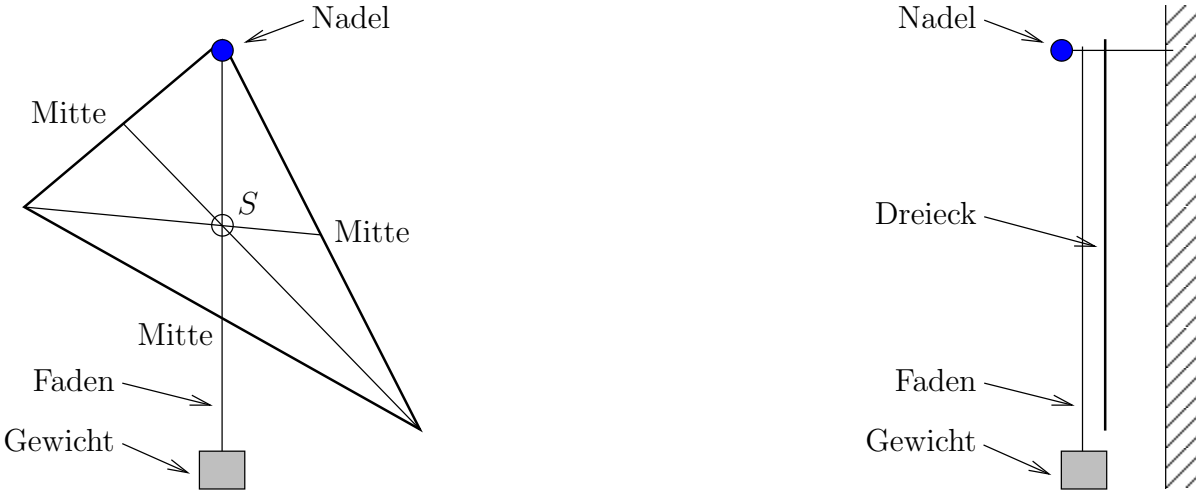
Nun ziehen wir mit Hilfe einer Nadel einen Faden, der am Ende einen dicken Knoten hat, durch den Schwerpunkt und lassen das Dreieck balancieren. Haben wir den Schwerpunkt exakt getroffen, so balanciert das Dreieck schön im Gleichgewicht (Abbildung 1.3). Andernfalls kippt das Dreieck!

Wir können die Figur auch mit dem Finger im Schwerpunkt unterstützen. Da der Finger eine gewisse Fläche hat, ist dies etwas einfacher, aber auch unpräziser.

Experiment 1.1 (Schwerlinien I)
Im nächsten Experiment stechen wir mit der Nadel an einer Ecke ein Loch, und zwar so, dass sich das Dreieck frei drehen kann. Anschliessend zeichnen wir mit Hilfe eines Senkbleis eine Gerade ein (Abbildung 1.4 auf der nächsten Seite). Als Senkblei können Sie auch einen Faden mit einem Gewicht am Ende verwenden. Achten Sie dabei darauf, dass die freie Drehbarkeit des Dreiecks nicht behindert ist. Dies wiederholen wir mit den anderen beiden Ecken[1]. Wir werden feststellen, dass diese Geraden jeweils mit der Seitenhalbierenden zusammenfallen.

Experiment 1.2 (Schwerlinien II)
Im nächsten Experiment stechen wir irgendwo im Dreiecksinnern ein Loch und hängen das Dreieck frei beweglich auf. Mit Hilfe unseres „Senkbleis“ zeichnen wir wieder eine Gerade ein (Abbildung 1.5 auf der nächsten Seite).

[1] Falls Kunststoffdreiecke mit Löchern vorhanden sind, können auch diese verwendet werden und die Linien mit Folienschreiber eingezeichnet werden



(a) Frontansicht (b) Seitenansicht

Abbildung 1.4: Dreieck an einer Ecke aufgehängt

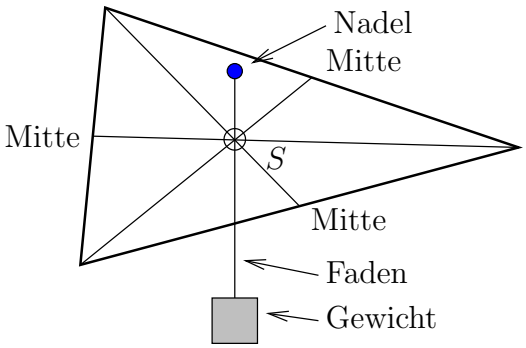


Abbildung 1.5: Dreieck an einer beliebigen Stelle aufgehängt

(a) Figur

(b) Figur mit Senkblei

Abbildung 1.6: Asymmetrische Figur

Wir stellen fest: Diese Geraden verlaufen durch den Schwerpunkt. Solche Linien nennt man *Schwerlinien*.

Hinweis

Wir wollen nun testen, ob das auch für andere Figuren gilt.

Experiment 1.3 (Schwerpunkt bei beliebigen (flachen) Körpern)
Wir zeichnen auf dem Karton eine völlig asymmetrische Figur (ähnlich der Figur auf Abbildung 1.6(a)) und schneiden sie aus.

Nun hängen wir den Körper auf und ziehen mit Hilfe unseres „Senkbleis“ die Schwerlinien (Abbildung 1.6(b) und 1.7(a) auf der nächsten Seite). Der Schnittpunkt der Schwerlinien ergibt den Schwerpunkt S.

Um zu testen, ob S wirklich der Schwerpunkt ist, können wir die Figur wieder an einem Faden durch S aufhängen oder mit einem spitzen Gegenstand (z. B. Pin-Nadel) in S unterstützen. Haben wir den Schwerpunkt exakt getroffen, so balanciert die Figur schön im Gleichgewicht (Abbildung 1.7(b) auf der nächsten Seite).

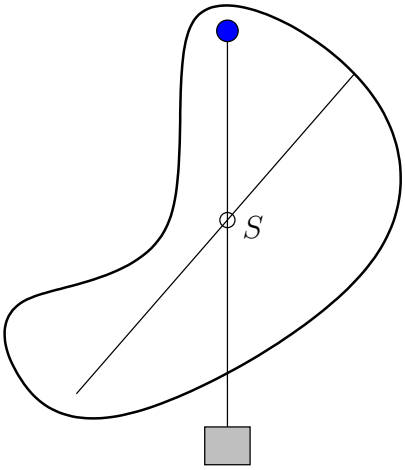
Zusammenfassung

Hängen wir einen (flachen) Körper an einem beliebigen Punkt frei beweglich auf, so gilt Folgendes:

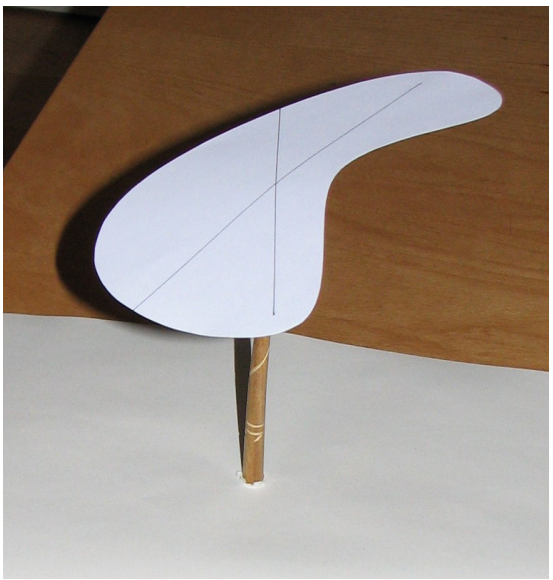
- Die Linien, die von diesem Punkt aus lotrecht (vertikal) verlaufen, gehen durch den Schwerpunkt. Man nennt sie Schwerlinien.
- Alle Schwerlinien schneiden sich im Schwerpunkt.
- Hängen wir den Körper im Schwerpunkt auf, ist er in jeder Position im Gleichgewicht.

1.2 Schwerpunkt und Gleichgewicht

1.2.1 Erste Bedeutung des Schwerpunktes



(a) Figur mit Senkblei und Schwerlinie



(b) Foto

Abbildung 1.7: Asymmetrische Figur

Hängen wir einen Körper im Schwerpunkt auf (oder unterstützen wir ihn dort), so ist er in jeder Position im Gleichgewicht. Würde sich die ganze Masse des Körpers im Schwerpunkt befinden, so würde er sich genau gleich verhalten!

Hängen wir den Körper an einer anderen Stelle auf, richtet er sich so aus, dass der Schwerpunkt möglichst tief liegt. Der Schwerpunkt liegt dann genau unter dem Aufhängepunkt. Auch hier verhält sich der Körper so, wie wenn sich seine gesamte Masse im Schwerpunkt befinden würde.

Ein Körper verhält sich bezüglich des Gleichgewichts offenbar so, als ob sich seine gesamte Masse im Schwerpunkt befinden würde.

Dies wird durch eine weitere Variante den Schwerpunkt zu bestimmen verdeutlicht. Wird ein Körper durch die Luft geworfen, dreht er sich während er fliegt um seinen Schwerpunkt. Der Schwerpunkt folgt dabei der Wurfparabel, bzw. der Falllinie.

Der Rollgabelschlüssel in Abbildung 1.8 fällt zu Boden und dreht sich dabei um seinen Schwerpunkt (durch ein schwarzes Kreuz markiert).

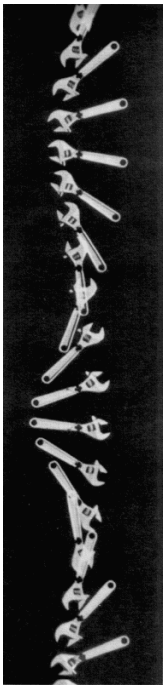
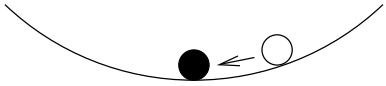
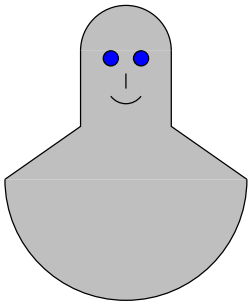


Abbildung 1.8: Fallender Rollgabelschlüssel



(a) Schematisch



(b) Stehaufmännchen

Abbildung 1.9: Stabiles Gleichgewicht

1.2.2 Gleichgewichtsarten

Stellen Sie sich einen Seiltänzer vor, der auf einem Seil steht wie in Abbildung 1.10(b) auf der nächsten Seite. Er befindet sich zwar im Gleichgewicht, doch ist das eine ziemlich labile Angelegenheit! Wir sagen, ein Körper befinde sich im (statischen) Gleichgewicht, wenn sich alle einwirkenden Kräfte kompensieren und der Körper in Ruhe bleibt.

Wir unterscheiden verschiedene Arten des Gleichgewichts

Stabiles Gleichgewicht Eine Gleichgewichtslage nennen wir stabil, wenn der Körper bei einer kleinen Auslenkung „von selbst“ wieder in die Gleichgewichtsposition zurückkehrt. Die kleine Auslenkung ist in den folgenden Beispiele durch die weisse Kugel dargestellt.

Beispiel: Die schwarze Kugel in Abbildung 1.9(a) befindet sich im stabilen Gleichgewicht, ebenso das Stehaufmännchen (Abbildung 1.9(b)).

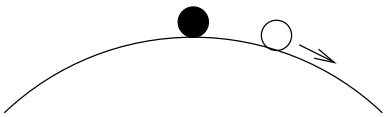
Labiles Gleichgewicht Eine Gleichgewichtslage nennen wir labil, wenn sich der Körper bei einer kleinen Auslenkung „von selbst“ noch weiter von der Gleichgewichtsposition entfernt.

Beispiel: Die schwarze Kugel in Abbildung 1.10(a) auf der nächsten Seite befindet sich im labilen Gleichgewicht, ebenso der Seiltänzer (Abbildung 1.10(b) auf der nächsten Seite).

Indifferentes Gleichgewicht Eine Gleichgewichtslage nennen wir indifferent, wenn sich der Körper bei einer kleinen Auslenkung immer noch in einer Gleichgewichtsposition befindet.

Beispiel: Die schwarze Kugel in Abbildung 1.11(a) auf der nächsten Seite befindet sich im indifferenten Gleichgewicht, ebenso ein Zug auf einer ebenen Strecke (Abbildung 1.11(b) auf der nächsten Seite).

Aufgabe 1.1 (Schwerpunkt bei Störung)
Überlegen sie sich Folgendes: Wie ändert sich in den vorherigen drei Gleichgewichtsarten (Abbildung 1.9 bis 1.11) die Höhe des Schwerpunktes über dem Boden, wenn das Gleichgewicht ein wenig gestört wird?



(a) Schematisch

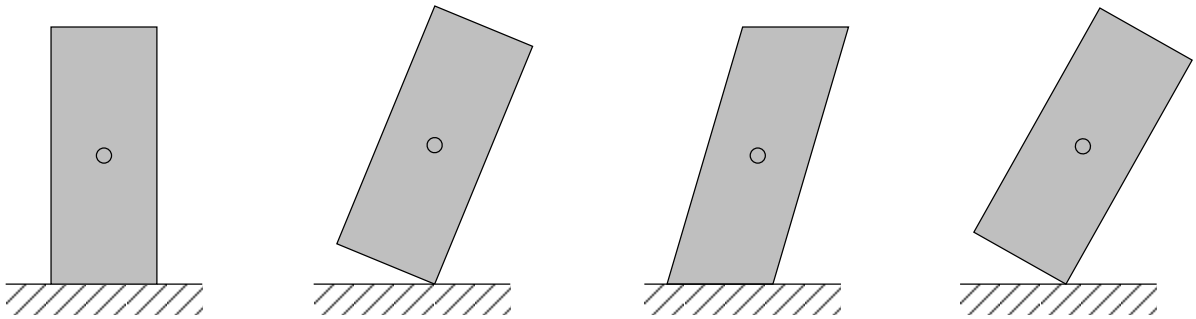
(b) Seiltänzer in Montréal

Abbildung 1.10: Labiles Gleichgewicht

(a) Schematisch

(b) Roterpfeil

Abbildung 1.11: Indifferentes Gleichgewicht



(a) (b) (c) (d)

Abbildung 1.12: Körper

Aufgabe 1.2 (Gleichgewichtsart)
In welchem Gleichgewicht befindet sich jeweils der homogene[2] Körper in den Abbildungen 1.12?

Aufgabe 1.3 (Kippen eines Körpers)
Wann kippt ein Körper? Überlegen Sie sich, wo sich der Schwerpunkt befinden muss, damit ein Körper kippt.

Zusammenfassung

Fassen Sie zusammen was Sie in diesem Kapitel gelernt haben. Schreiben Sie sich in ein paar Worten die wichtigsten Punkte auf.

Weiterarbeit

Wenn Sie die Aufgaben und Experimente in diesem Kapitel gut lösen konnten, oder für Sie nun klar ist, was Sie in den Aufgaben falsch gemacht haben, dann melden Sie sich beim Lehrer für den Kapiteltest, um danach mit dem nächsten Kapitel weiter zu fahren.

[2] Gleichheit einer Eigenschaft über die gesamte Ausdehnung eines Systems. In diesem Fall ist wichtig, dass der Körper überall die gleiche Dichte hat.

Kapitel 2

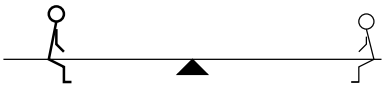
Das Hebelgesetz

Übersicht

Sie können sich sicher noch erinnern, wie Sie als Kind auf der „Gigampfi“ (Wippe) gespielt haben. Stellen Sie sich vor, dass die Zwillingsschwestern Laura und Sarah auf der Wippe sitzen. Da sie gleich schwer sind und den gleichen Abstand zum Drehpunkt haben, sind sie im Gleichgewicht (Abbildung 2.1(a)). Will nun aber Laura mit ihrem älteren (und etwas schwereren) Bruder Marco auf die Wippe, so sind sie nur im Gleichgewicht, wenn Laura weiter aussen als Marco sitzt (Abbildung 2.1(b)).

Mit Hilfe eines Modells versuchen wir die Gesetzmässigkeit zwischen Massen und Abstand selber zu erkennen. Dieses Gesetz werden wir anhand eines Gedankenexperimentes begründen.

(a) Sarah und Laura



(b) Marco und Laura

Abbildung 2.1: Wippe

Lernziele

- Sie können die Gesetzmässigkeit an der Wippe in eigenen Worten formulieren und die Abstände berechnen, die nötig sind, damit sich Marco und Laura (Abbildung 2.1(b)) im Gleichgewicht befinden.
- Sie verstehen das Gedankenexperiment und können es jemandem erklären.

2.1 Probieren geht über Studieren

Experiment 2.1

Wir legen einen Bleistift auf eine waagrechte Unterlage. Anschliessend legen wir unseren Massstab so auf den Bleistift, dass er im Gleichgewicht ist (Abbildung 2.2 auf der nächsten Seite)[1]. Der Umstand, dass der Bleistift einen sechseckigen Querschnitt hat, erleichtert uns die Arbeit etwas.

[1] Falls der Massstab auf der einen Seite ein Loch hat, liegt er nicht in der Mitte auf.

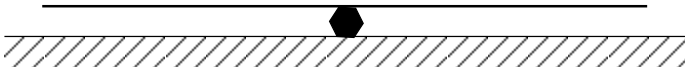


Abbildung 2.2: Massstab im Gleichgewicht

Experiment 2.2
Nun positionieren wir zwei Münzen in einem Abstand (Mittelpunktsabstand) von 6 cm links vom Drehpunkt[2] und gleichzeitig eine Münze[3] rechts vom Drehpunkt. Probieren Sie aus, wie gross der rechte Abstand sein muss, damit der Massstab im Gleichgewicht ist (Abbildung 2.3).

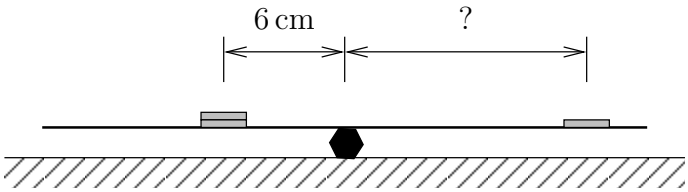


Abbildung 2.3: Massstab mit drei Münzen im Gleichgewicht

Experiment 2.3
Im nächsten Experiment positionieren wir drei Münzen in einem Abstand von 4.5 cm links vom Drehpunkt und gleichzeitig eine Münze rechts vom Drehpunkt. Probieren Sie aus, wie gross der rechte Abstand sein muss, damit der Massstab im Gleichgewicht ist (Abbildung 2.4).

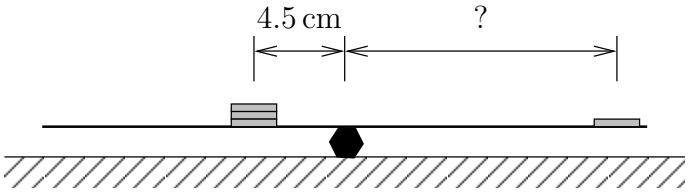


Abbildung 2.4: Massstab mit vier Münzen im Gleichgewicht

Experiment 2.4
Im nächsten Experiment positionieren wir vier Münzen in einem Abstand von 9 cm links vom Drehpunkt und gleichzeitig drei Münzen rechts vom Drehpunkt. Probieren Sie aus, wie gross der rechte Abstand sein muss, damit der Massstab im Gleichgewicht ist (Abbildung 2.5).

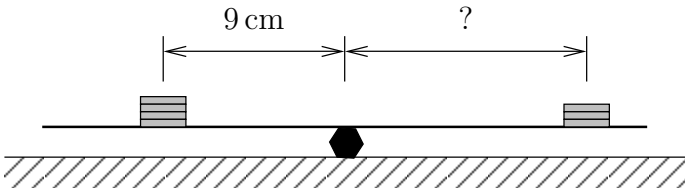


Abbildung 2.5: Massstab mit sieben Münzen im Gleichgewicht

[2] Achten Sie darauf, dass Sie wirklich den Abstand vom Drehpunkt nehmen und nicht von der Mitte des Massstabes!

[3] Selbstverständlich müssen alle Münzen identisch sein.

Tabelle 2.1: Ergebnisse der Messungen

Massen-verhältnis	Abstand links [cm]	Abstand rechts [cm]	Abstands-verhältnis
2:1	6	_____	____:____
3:1	4.5	_____	____:____
4:3	9	_____	____:____

Aufgabe 2.1 (Gesetzmässigkeit der Verhältnisse)

a) Tragen Sie alle Messwerte in die Tabelle 2.1 ein.

b) Versuchen Sie eine Gesetzmässigkeit zwischen Abstandsverhältnis und Massenverhältnis zu erkennen.

Die Abstände verhalten sich…

Statt die Massen auf einen Massstab zu legen, können wir auch einen drehbar gelagerten Stab nehmen und die Massen anhängen (Abbildung 2.6).

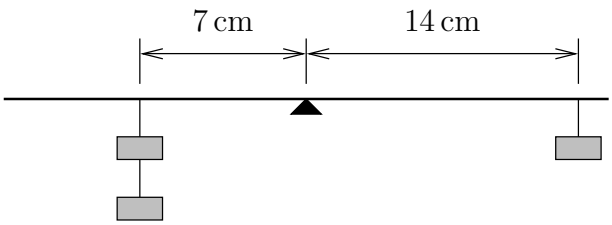


Abbildung 2.6: Hebel mit angehängten Massen

Statt Gewichte anzuhängen, können wir auch mit den entsprechenden Gewichtskräften[4] ziehen (Abbildung 2.7).

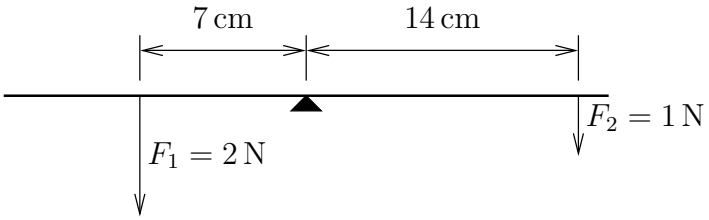


Abbildung 2.7: Hebel mit zwei angreifenden Kräften

Hier gilt nun analog:

Die Abstände verhalten sich umgekehrt proportional zum Verhältnis der Kräfte!

Im Allgemeinen formuliert man das Hebelgesetz aber etwas anders. Damit werden wir uns im nächsten Abschnitt beschäftigen.

[4] $F_G = mg$ mit $g = 9.8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ oder gerundet $10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Eselsbrücke: Die Schwerkraft auf eine Schokoladentafel (100 g) ist etwa 1 Newton

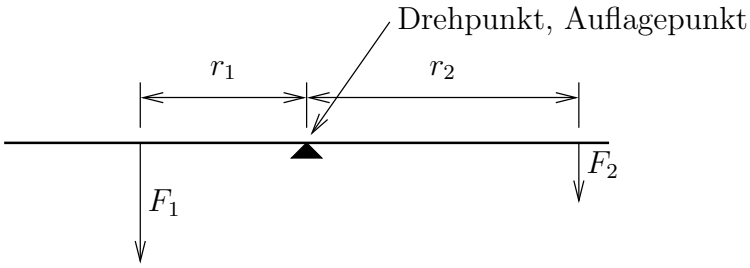


Abbildung 2.8: Hebel mit zwei angreifenden Kräften

2.2 Formulierung des Hebelgesetzes

Zuerst sollten wir wissen, was man in der Physik überhaupt unter einem Hebel versteht.

Hebel Unter einem Hebel versteht man einen drehbar gelagerten Körper (z. B. eine Stange).

Vorläufige Formulierung des Hebelgesetzes Wenn der Hebel im Gleichgewicht ist, gilt:

Die Abstände verhalten sich umgekehrt proportional zum Verhältnis der Kräfte!

Schreiben wir r_1 und r_2 für die Abstände und F_1 und F_2 für die Kräfte (Abbildung 2.8), so können wir das Gesetz auch als Formel schreiben:

$$\begin{aligned} \frac{r_1}{r_2} &= \frac{F_2}{F_1} \qquad | \cdot r_2 \cdot F_1 \\ r_1 \cdot F_1 &= r_2 \cdot F_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Kraft mal Kraftarm} &= \text{Last mal Lastarm} \\ r_1 \cdot F_1 &= r_2 \cdot F_2 \end{aligned}$$

Hebelgesetz

Beispiel 2.1 (Laura und Daniela auf der Wippe)
Laura und Daniela vergnügen sich auf der Wippe. Laura hat ein Gewicht von 330 N (33 kg). Sie sitzt so auf der Wippe, dass ihr Schwerpunkt 2.4 m vom Drehpunkt entfernt ist. Daniela hat ein Gewicht von 360 N (36 kg).

Wie weit vom Drehpunkt entfernt muss Daniela sitzen, damit die Wippe im Gleichgewicht ist?

Lösung des Beispiel 2.1

Es empfiehlt sich zuerst das Problem zu skizzieren (Abbildung 2.9 auf der nächsten Seite): Gegeben:

$$\begin{aligned} F_1 &= 330\,\mathrm{N} \\ r_1 &= 2.4\,\mathrm{m} \\ F_2 &= 360\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

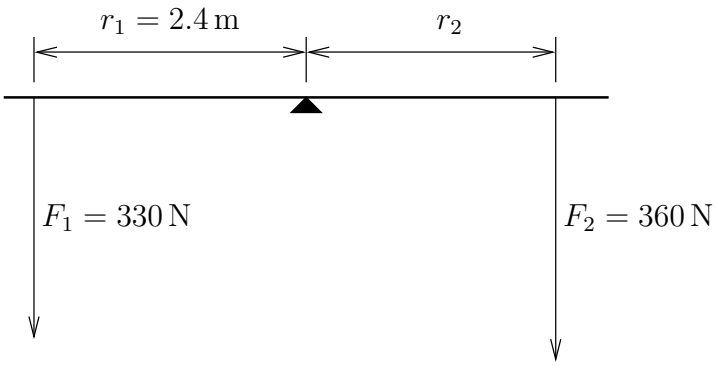


Abbildung 2.9: Skizze der Wippe mit Laura und Daniela

Gesucht:

$$r_2$$

es gilt:

$$\begin{aligned} r_1 \cdot F_1 &= r_2 \cdot F_2 \qquad | : F_2 \\ r_2 &= \frac{r_1 \cdot F_1}{F_2} \\ r_2 &= \frac{2.4\,\mathrm{m} \cdot 330\,\mathrm{N}}{360\,\mathrm{N}} = 2.2\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

Aufgabe 2.2 (Symmetrischer Hebel)
Ein symmetrischer Hebel wird 4.0 cm links vom Drehzentrum mit einer Kraft von 7.0 N belastet. Wie gross muss eine Kraft sein, die den Hebel 5.5 cm rechts vom Drehzentrum belastet, wenn der Hebel im Gleichgewicht ist (Abbildung 2.10)?

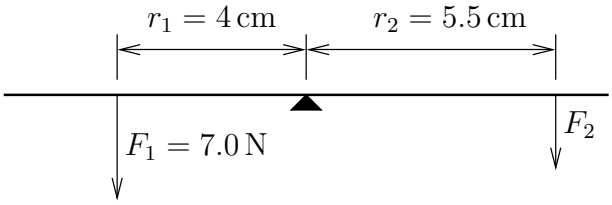


Abbildung 2.10: Hebel mit zwei angreifenden Kräften

2.3 Begründung des Hebelgesetzes

Das Hebelgesetz ist vermutlich schon seit Urzeiten bekannt. Der erste, der sich systematisch mit dem Hebelgesetz befasste, war vermutlich Archimedes. Er versuchte auch, das Hebelgesetz theoretisch zu begründen. Einen Teil seiner Theorie werden wir nun stark vereinfacht wiedergeben.

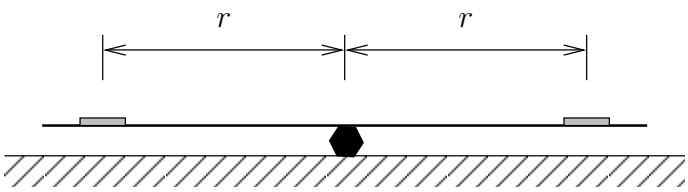


Abbildung 2.12: Symmetrischer Hebel

Exkurs 2.1 (Wer war Archimedes?)
Archimedes (von Syrakus) lebte von 287 bis 212 v. Chr. in Syrakus (Abbildung 2.11). Die Stadt Syrakus war damals eine griechische Kolonie; sie liegt auf Sizilien.
Archimedes beschäftigte sich mit Mathematik, Physik, Ingenieurwissenschaften und diversen anderen Dingen.
In der Mathematik berechnete er unter anderem die Zahl π. In der Physik beschäftigte er sich intensiv mit dem Hebelgesetz, dem Schwerpunkt und der Statik. Seine bekannteste physikalische Entdeckung ist jedoch das so genannte Archimedische Prinzip.
Er hat diverse einfache Maschinen erfunden, so zum Beispiel den Flaschenzug und die Archimedische Spirale (eine spezielle Wasserpumpe).
Mehr über Archimedes erfahren Sie im Kapitel 7 auf Seite 49.

Abbildung 2.11: Griechische Briefmarke mit Archimedes

2.4 Grundannahmen, Axiome

Jede Theorie braucht ein paar Grundannahmen. Diese Grundannahmen, die ohne Beweis einleuchten, werden in der Physik Axiome genannt. Ein Axiom sollte gut experimentell überprüft sein.

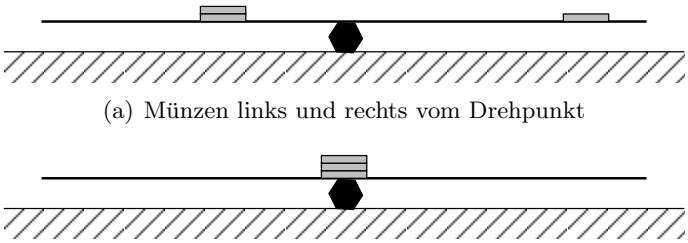
Axiom 1
Ein symmetrisch belasteter Hebel befindet sich im Gleichgewicht.

Dieses Axiom ist ganz offensichtlich richtig. Da die Situation absolut symmetrisch ist, wäre es speziell, wenn der Hebel nicht im Gleichgewicht wäre. Ebenso ist unser Axiom 1 leicht überprüfbar z. B. mit einem Massstab und zwei Münzen wie in Abbildung 2.14 auf der nächsten Seite dargestellt.

Axiom 2
Die Gesamtkraft greift im Aufhängepunkt/Schwerpunkt an.

Wir belasten einen Massstab auf einem Bleistift links mit zwei Münzen und rechts mit einer Münze, so dass er im Gleichgewicht ist (Abbildung 2.13(a) auf der nächsten Seite). Die wirkende Last auf den Auflagepunkt (Bleistift) entspricht drei Münzen (der als Hebel verwendete Massstab sei masselos). Es wirkt genau die gleiche Last auf den Bleistift, wenn wir die drei Münzen auf dem Massstab direkt über dem Bleistift stapeln (Abbildung 2.13(b) auf der nächsten Seite). Das heisst, es spielt keine Rolle, ob wir den Hebel mit den Kräften F_1 und F_2 oder den Hebel im Aufhängepunk mit der Summe $F_1 + F_2$ belasten (Abbildung 2.12). Auch unser zweites Axiom scheint richtig zu sein und ist ebenfalls einfach überprüfbar.

Beispiel 2.2 (Axiom 2 überprüfen)
Das Axiom 2 kann mit einem Hebel und zwei mal zwei gleichen Gewichten wie in Abbildung 2.15 auf der nächsten Seite dargestellt überprüft werden.



(a) Münzen links und rechts vom Drehpunkt

(b) Münzen über dem Drehpunkt

Abbildung 2.13: Massstab mit drei Münzen im Gleichgewicht

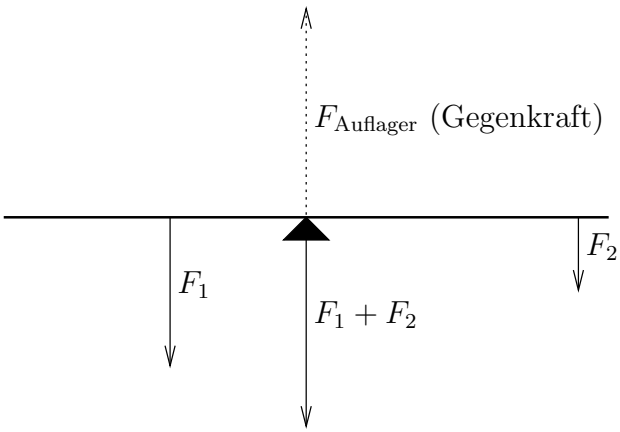


Abbildung 2.14: Kräfte können durch eine Gesamtkraft ersetzt werden

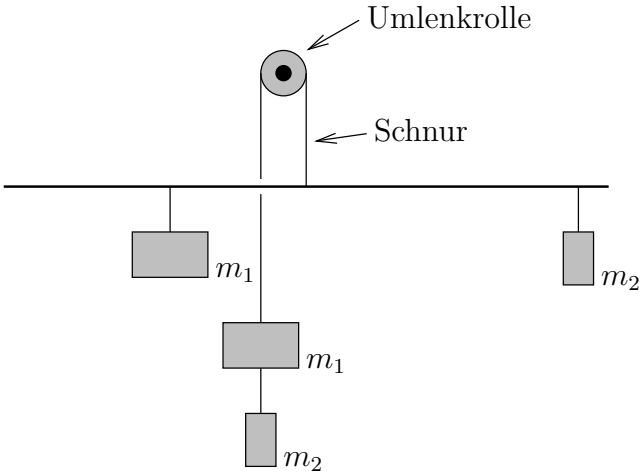


Abbildung 2.15: Überprüfung von Axiom 2

2.5 Gedankenexperiment

Mit diesen beiden Axiomen wollen wir nun ein kleines Gedankenexperiment durchführen.

Experiment 2.5 (Gedankenexperiment)
Nehmen wir an, wir hätten einen symmetrischen Hebel, an dem sich sieben gleich grosse Massen in regelmässigen Abständen befinden. Wir können als Hebel auch den Massstab nehmen und als Massen sieben Münzen (Abbildung 2.16 auf der nächsten Seite). Gemäss unserem ersten Axiom befindet sich der Hebel im Gleichgewicht.

Wir betrachten die beiden linken Münzen als eigenes System. Gemäss Axiom 2 können wir die beiden Münzen auch an „ihrem“ Drehpunkt auflegen (in Abbildung 2.16 auf der nächsten Seite links unten dargestellt).

Dies führt zur Anordnung in Abbildung 2.17 auf der nächsten Seite.

Wir betrachten die fünf rechten Münzen als eigenes System. Gemäss Axiom 2 können wir die fünf Münzen auch an „ihrem“ Drehpunkt auflegen (in Abbildung 2.17 auf der nächsten Seite unten dargestellt). Dies führt zur Anordnung in Abbildung 2.18 auf der nächsten Seite.

Falls Ihnen diese Vorgehensweise nicht einleuchtet, vollziehen Sie dieses Experiment mit einem Massstab und Münzen nach.

Nehmen wir an, jede Münze habe die Masse 10 g ($\approx 0.1\,\mathrm{N}$), so führt das zu folgenden Kräften (Abbildung 2.19):

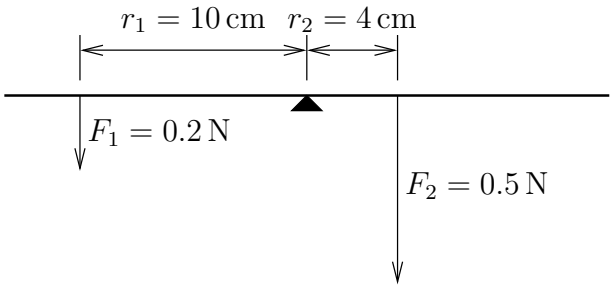


Abbildung 2.19: Hebel mit zwei angreifenden Kräften

Wir sehen also, dass sich die Kräfte in diesem Beispiel wie 2:5 und die Abstände 5:2 (10:4 mit 2 kürzen) verhalten. Genau das Gleiche können wir für 3:2, oder 11:53 oder jedes andere Verhältnis zeigen.

Die Kräfte verhalten sich also umgekehrt proportional zu den Abständen, was gleichbedeutend mit dem Hebelgesetz ist.

Aufgabe 2.3 (Gedankenexperiment)

a) Führen Sie das Gedankenexperiment 2.5 mit 5 statt 7 Massen durch. Zeigen Sie, dass, wenn sich die Massen wie 2:3, sich die Abstände wie 3:2 verhalten.
b) Führen Sie nun dieses Gedankenexperiment tatsächlich mit einem Massstab und fünf Münzen durch.

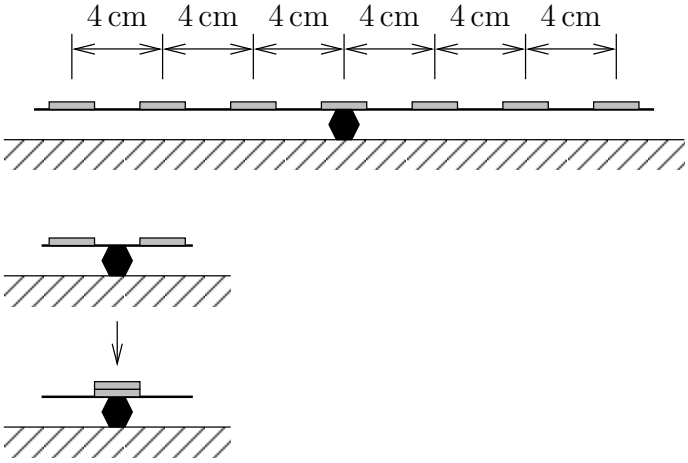


Abbildung 2.16: Hebel mit sieben Münzen

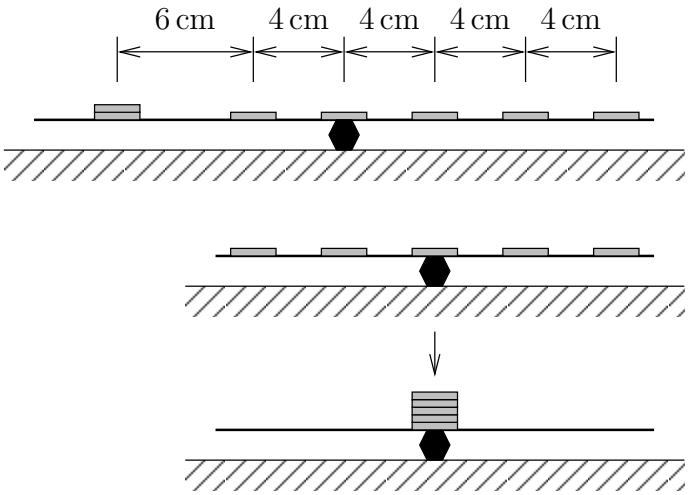


Abbildung 2.17: Hebel mit sieben Münzen

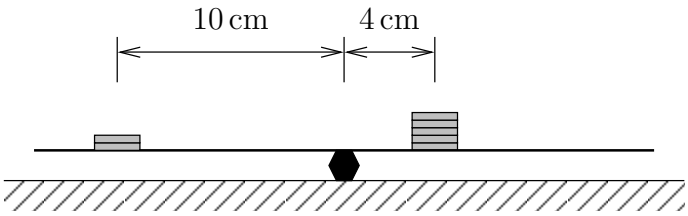


Abbildung 2.18: Hebel mit sieben Münzen

Aufgabe 2.4 (Zweiseitiger Hebel)
Ein symmetrischer Hebel wird 4.0 cm links und 6.0 cm links vom Drehzentrum mit Kräften von je 2.0 N belastet. In welchem Abstand rechts vom Drehzentrum muss man den Hebel mit einer Kraft von 6.0 N belasten, damit der Hebel im Gleichgewicht ist (Abbildung 2.20)?

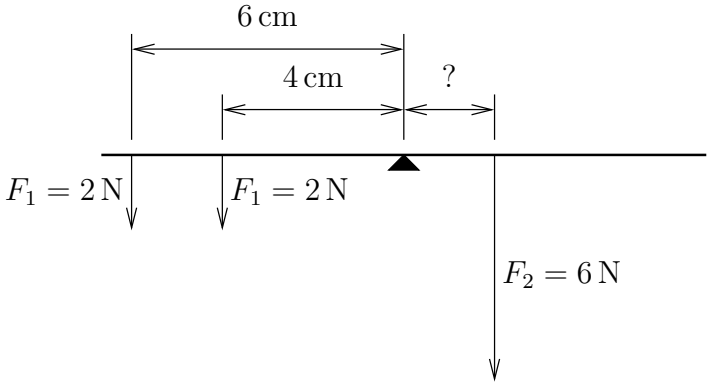


Abbildung 2.20: Hebel

Zusammenfassung

Fassen Sie zusammen! Was haben Sie in diesem Kapitel gelernt? Schreiben Sie sich in ein paar Worten die wichtigsten Punkte auf.

Weiterarbeit

Wenn Sie die Aufgaben und Experimente in diesem Kapitel gut lösen konnten, oder für Sie nun klar ist, was Sie in den Aufgaben falsch gemacht haben, dann melden Sie sich beim Lehrer für den Kapiteltest, um danach mit dem nächsten Kapitel weiter zu fahren.

Kapitel 3

Anwendung des Hebelgesetzes

Übersicht

Viele einfache Geräte des Alltags verwenden einen Hebel Wippe, Beisszange, Nussknacker, Locher etc.. Wir werden das Hebelgesetz auf diese und andere Gegenstände anwenden. Einige dieser Gegenstände belasten den Hebel auf beiden Seiten des Drehpunktes (z. B. Wippe), andere nur auf einer Seite (z. B. Schubkarre). Setzen wir zwei Räder mit verschiedenen Radien auf die gleiche Achse, erhalten wir ein so genanntes Wellrad. Wir werden auch hier das Hebelgesetz anwenden. Mit einem Hebel kann man zwar „Kraft sparen“, braucht dafür allerdings einen grösseren Weg. Eine vergleichbare Situation haben wir bei einer Velo-Gangschaltung. Wir haben die Wahl zwischen grosser Kraft und kleinem Weg (bzw. wenig Umdrehungen), oder kleiner Kraft und grossem Weg. Dieser Zusammenhang ist allgemein gültig! Wir werden dazu eine exakte Regel aufstellen („Goldene Regel der Mechanik“).

Lernziele

- Sie unterscheiden zwischen einseitigen und zweiseitigen Hebeln und können in beiden Fällen das Hebelgesetz anwenden.
- Sie können mit Hilfe des Hebelgesetzes erklären, wie eine Beisszange funktioniert.
- Sie kennen den Zusammenhang zwischen „Kraft sparen“ und dafür einen „grösseren Weg benötigen“ („Goldene Regel der Mechanik“) und können ihn an einem Beispiel erläutern.

3.1 Einseitiger und zweiseitiger Hebel

3.1.1 Zweiseitiger Hebel

Wird ein Hebel auf beiden Seiten des Drehpunktes „belastet“, so sprechen wir von einem zweiseitigen Hebel (Abbildung 3.1). Wie wir wissen, gilt das Hebelgesetz:

$$\begin{aligned} \text{Kraft mal Kraftarm} &= \text{Last mal Lastarm} \\ F_1 \cdot r_1 &= F_2 \cdot r_2 \end{aligned}$$

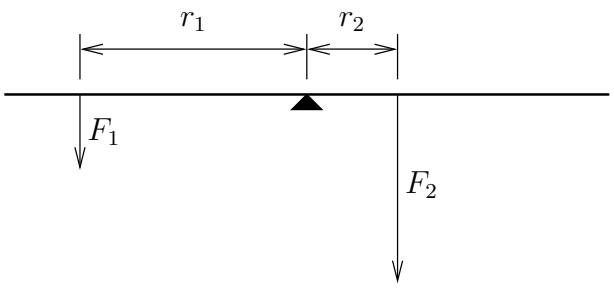


Abbildung 3.1: Zweiseitiger Hebel

3.1.2 Einseitiger Hebel

Wird ein Hebel nur auf einer Seite des Drehpunktes „belastet“, so sprechen wir von einem einseitigen Hebel (Abbildung 3.2). Auch hier gilt das Hebelgesetz:

$$F_1 \cdot r_1 = F_2 \cdot r_2$$

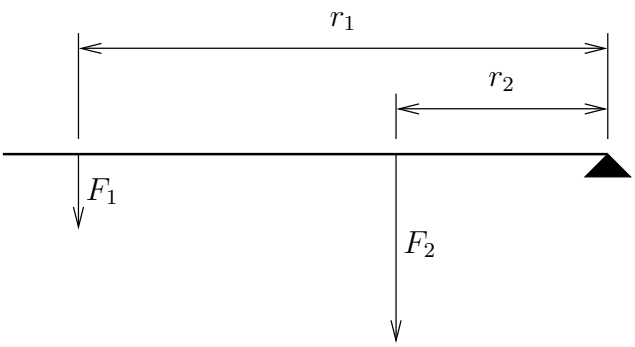


Abbildung 3.2: Einseitiger Hebel

Beachten Sie, dass zu jeder Kraft auch eine Gegenkraft gehört, damit ein Körper (der Hebel) in Ruhe ist. Wird zum Beispiel in der Abbildung 3.2 die Kraft F_2 durch eine Masse verursacht, die dort am Hebel hängt, müssen Sie mit der Kraft F_1 an der Stelle r_1 nach oben ziehen (F_1 kompensieren), damit der Hebel in Ruhe ist.

(a) Beisszange

(b) Nussknacker

(c) Locher

Abbildung 3.3: Hilfsmittel

3.2 Hebel im Alltag

Sie möchten einen Draht durchtrennen, eine Nuss knacken oder 30 Blatt Papier lochen. Für alle diese Aufgaben brauchen sie grosse Kräfte. Zum Glück gibt es dafür Hilfsmittel, nämlich Beisszangen, Nussknacker und Locher (Abbildungen 3.3). Diese Hilfsmittel benutzen jeweils einen Hebel.

Aufgabe 3.1 (Alltagsgegenstände)
Überlegen Sie sich mindestens vier weitere Gegenstände, möglichst aus dem Alltag, die einen Hebel verwenden. Handelt es sich jeweils um einseitige oder zweiseitige Hebel?

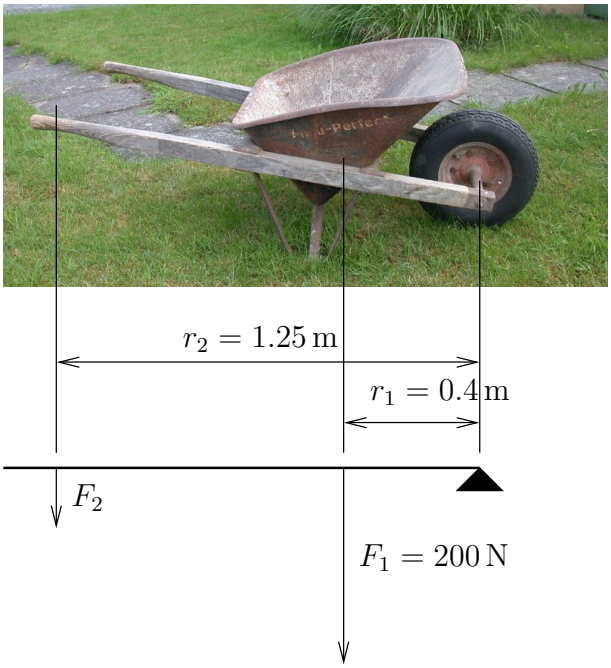


Abbildung 3.4: Karrette

Beispiel 3.1
Ein Bauarbeiter transportiert eine Last mit einer Karrette (Schubkarre). Welche Kraft F_2 „spürt“ der Bauarbeiter am Griff (Abbildung 3.4), wenn die Nutzlast eine Gewichtskraft von 200 N hat? Für unsere Rechnung vernachlässigen wir die Masse der Schubkarre.

Lösung des Beispiels 3.1

Wir haben hier einen einseitigen Hebel. Gegeben:

$$\begin{aligned} F_1 &= 200\,\mathrm{N} \\ r_1 &= 0.4\,\mathrm{m} \\ r_2 &= 1.25\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

Gesucht:

$$F_2$$

Mit dem Hebelgesetz folgt:

$$\begin{aligned} F_1 \cdot r_1 &= F_2 \cdot r_2 \qquad | : r_2 \\ F_2 &= \frac{F_1 \cdot r_1}{r_2} \\ F_2 &= \frac{200\,\mathrm{N} \cdot 0.4\,\mathrm{m}}{1.25\,\mathrm{m}} = 64\,\mathrm{N} \\ F_2 &= 64\,\mathrm{N} \quad (\approx 6.4\,\mathrm{kg}) \end{aligned}$$

Aufgabe 3.2 (Beisszange)
Sie möchten mit einer Beisszange einen Draht durchschneiden (Abbildung 3.5).

a) Welche Kraft können Sie auf den Draht ausüben, wenn Sie die Zangengriffe mit 60 N zusammendrücken?
b) Was muss man an der Zange ändern, falls man mehr Kraft braucht?

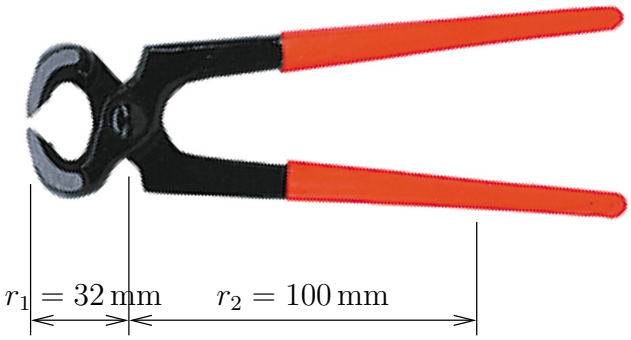


Abbildung 3.5: Beisszange

Aufgabe 3.3 (Nussknacker)
Sie möchten eine Nuss knacken (Abbildung 3.6). Damit die Nussschale bricht, ist eine Kraft von 145 N notwendig. Mit welcher Kraft müssen Sie die Griffe des Nussknackers zusammendrücken?

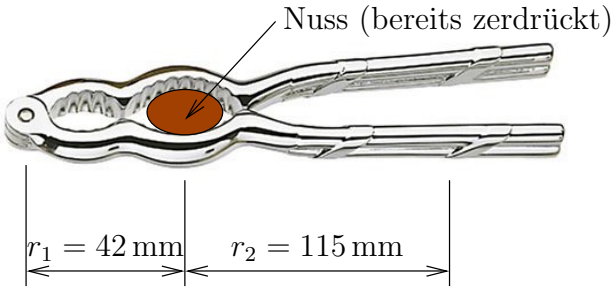
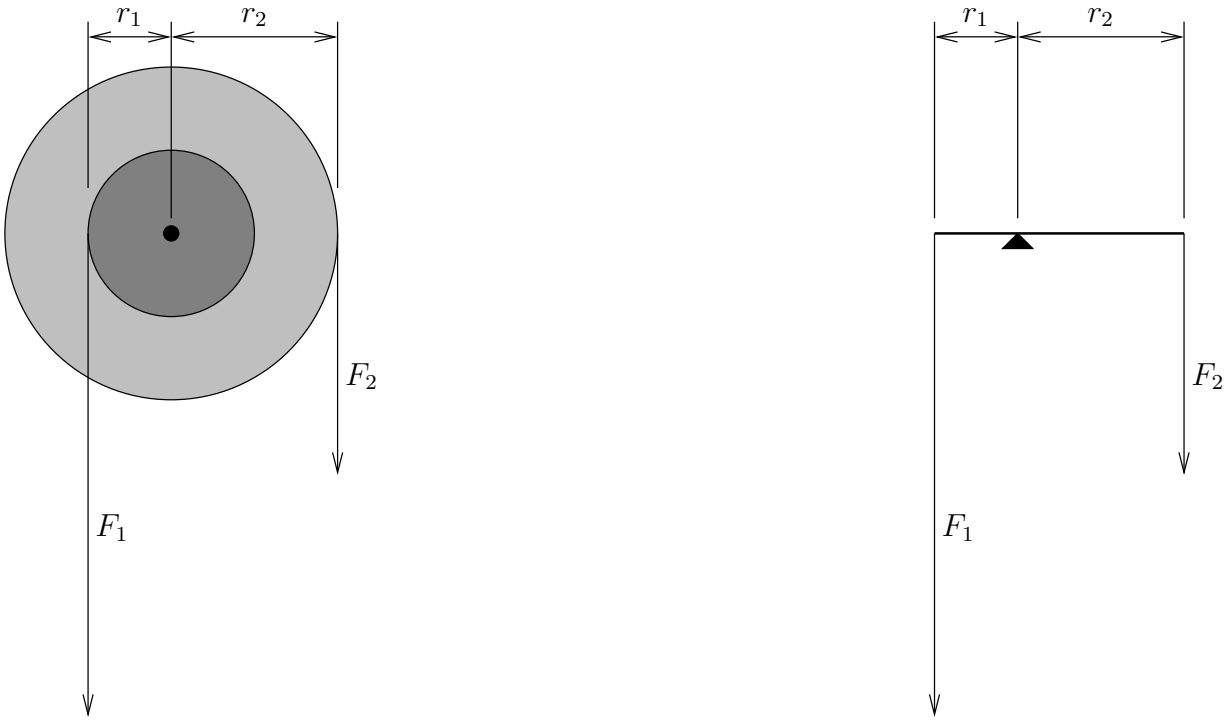


Abbildung 3.6: Nussknacker



(a) Wellrad (b) Hebel

Abbildung 3.7: Vergleich: Wellrad mit Hebel

3.3 Das Wellrad

Setzen wir zwei Räder mit verschiedenen Radien auf die gleiche Achse, erhalten wir ein so genanntes Wellrad (Abbildung 3.7(a)).

Vergleichen wir Abbildung 3.7(a) und 3.7(b), so sehen wir, dass das Wellrad nichts anderes als ein Hebel mit „etwas Rad darum herum“ ist.

Darum gilt auch hier das Hebelgesetz:

$$F_1 \cdot r_1 = F_2 \cdot r_2$$

Aufgabe 3.4 (Ziehbrunnen)
Um aus einem alten Brunnenschacht Wasser zu schöpfen, verwendet man ein Wellrad. Das Seil wird auf ein Rad mit 16 cm Durchmesser aufgewickelt. Die Kurbel, mit der dieses gedreht wird, befindet sich auf einem zweiten Rad, das mit dem ersten verbunden ist. Der Durchmesser des grösseren Rades beträgt 88 cm (Abbildung 3.8 auf der nächsten Seite).

a) Welche Kraft F muss man aufwenden, um den Eimer zu heben?
b) Welchen Weg legt dabei die Kurbel zurück, wenn der Eimer um 8.2 m gehoben wird?

3.4 Die Goldene Regel der Mechanik

Wie wir bei der Aufgabe 3.4 gesehen haben, ist es zwar möglich mit Hilfe eines Wellrades Kraft zu sparen. Allerdings vergrössern wir damit den Weg. Dies gilt nicht nur beim Wellrad, sondern auch beim Hebel.

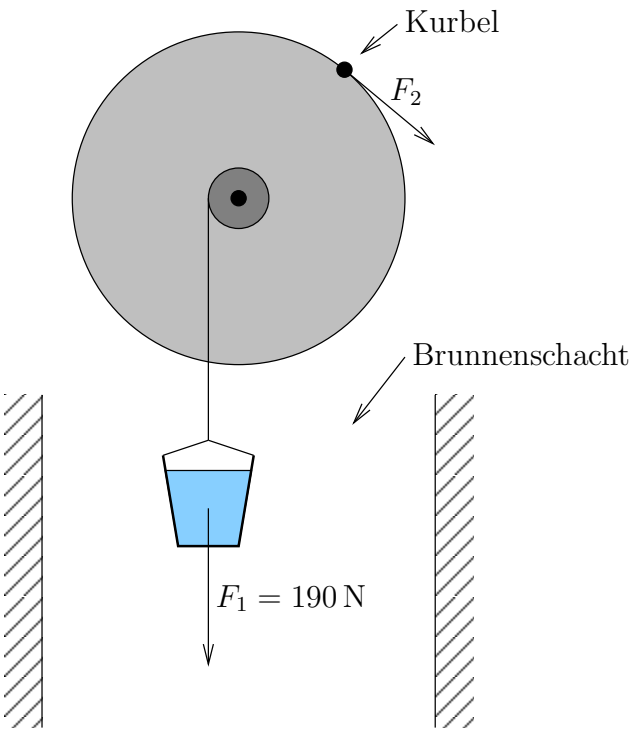


Abbildung 3.8: Ziehbrunnen

Schon vor langer Zeit bemerkte man, dass dies offensichtlich immer gilt. Diese Erkenntnis nennt man die „Goldene Regel der Mechanik“:

> Was an Kraft gewonnen wird, geht an Weg verloren.
> Oder in heutiger Form:
> Der Weg ist umgekehrt proportional zur Kraft.

Aufgabe 3.5 (Goldene Regel der Mechanik)
Was können Sie mit der Goldenen Regel der Mechanik über eine Velo-Gangschaltung aussagen (Reibung vernachlässigen)?

Zusammenfassung

Fassen Sie zusammen! Was haben Sie in diesem Kapitel gelernt? Schreiben Sie sich in ein paar Worten die wichtigsten Punkte auf.

Weiterarbeit

Melden Sie sich beim Lehrer für den Kapiteltest, wenn Sie die Aufgaben und Experimente in diesem Kapitel gut lösen konnten oder für Sie nun klar ist, was Sie in den Aufgaben falsch gemacht haben. Danach können Sie mit dem nächstem Kapitel weiterfahren.

Kapitel 4

Vom Hebelgesetz zu den Grundgesetzen der Statik

Übersicht

In diesem Kapitel lernen Sie die Ursache für Drehungen kennen. Unter dem Einfluss von Kräften kann sich ein Körper drehen oder nicht. Sie werden erkennen können unter welchen Umständen sich ein Körper dreht und können sein Verhalten beschreiben. Anschliessend betrachten wir genauer, welche Bedingungen erfüllt sein müssen, damit sich ein Körper in Ruhe (im Gleichgewicht) befindet.

Lernziele

- Sie kennen die Ursache für die Drehung eines Gegenstands und können voraussagen, wie er sich dreht, wenn eine Kraft auf ihn wirkt.
- Sie wissen, wann ein Gegenstand im Gleichgewicht ist und welche Bedingungen dafür erfüllt sein müssen.
- Dank dem erworbenen Wissen können Sie einfache Aufgaben der Statik lösen.

4.1 Drehmoment

In den vorangehenden Kapiteln haben Sie das Hebelgesetz kennen gelernt. Es besagt Folgendes:

$$\text{Kraft mal Kraftarm} \quad = \quad \text{Last mal Lastarm}$$

Beispiel 4.1 (Schraubenmutter mit einem Gabelschlüssel anziehen)
Betrachten Sie den Vorgang, wenn Sie z. B. eine Schraubenmutter (Mutter) mit einem Gabelschlüssel anziehen (Abbildung 4.1 auf der nächsten Seite). 10 cm von der Mutter (Drehpunkt) entfernt, ziehen Sie mit einer Kraft von 10 N am Gabelschlüssel, um die Mutter anzuziehen. Der wirkende Kraftarm ist also $r = 10\,\text{cm}$. Das Produkt Kraft mal Kraftarm ergibt:

$$10\,\text{N} \cdot 10\,\text{cm} = 10\,\text{N} \cdot 0.1\,\text{m} = 1\,\text{Nm}$$

In der Physik bezeichnet man nun das Produkt Kraft mal Kraftarm oder allgemeiner Kraft mal Hebelarm als *Drehmoment*.

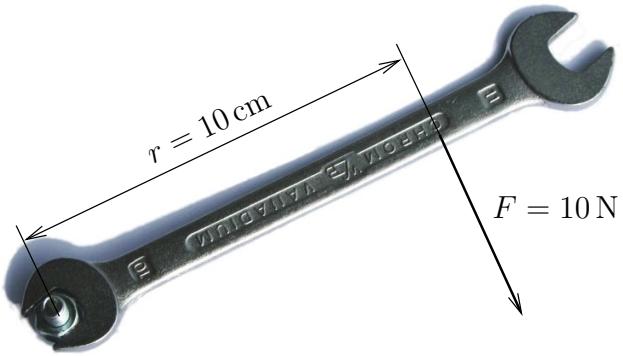


Abbildung 4.1: Mutter mit einem Gabelschlüssel anziehen

$$\begin{aligned} \text{Drehmoment} &= \text{Kraft mal Hebelarm} \\ M &= F \cdot r \end{aligned}$$

Im Beispiel 4.1 auf der vorherigen Seite haben Sie z. B. die Mutter mit einem Drehmoment von 1 Nm angezogen.

Das Drehmoment bezeichnet man in der Physik mit dem Buchstaben M und die Einheit folgt wiederum aus den Einheiten der Kraft F und des Hebelarms r (Länge):

$$[M] = [F] \cdot [r] = 1\,\mathrm{N} \cdot 1\,\mathrm{m} = 1\,\mathrm{Nm}$$

Die Einheit des Drehmoments (M) ist *Newtonmeter* Nm.

Gehen wir nochmals zum Beispiel mit der Mutter zurück. Wenn Sie die Mutter anziehen wollen, so müssen Sie den Gabelschlüssel rechtsherum (Uhrzeigersinn) drehen. Wollen Sie hingegen die Mutter lösen, so müssen Sie den Gabelschlüssel linksherum (Gegenuhrzeigersinn) drehen. Wir müssen also den Drehsinn mitberücksichtigen, denn es kommt darauf an, ob Sie die Mutter lösen oder anziehen wollen!

Wir definieren daher, dass alle linksdrehenden (Gegenuhrzeigersinn) Momente positiv und alle rechtsdrehenden (Uhrzeigersinn) Momente negativ sind.

Um sich das zu merken, stellen Sie sich einen Wasserhahn vor. Drehen Sie im positiven Drehsinn (linksherum) kommt mehr Wasser, drehen sie im negativen Drehsinn kommt weniger Wasser. Kurz: Positiv mehr Wasser.

Beispiel 4.2 (Positive und negative Drehmomente)
Wenn Sie wie im obigen Beispiel die Mutter mit einem Drehmoment von 1 Nm anziehen (rechtsdrehend, Uhrzeigersinn), so ist das Drehmoment negativ:

$$M_{\text{Anziehen}} = -1\,\mathrm{Nm}$$

Lösen Sie jedoch die Mutter (linksdrehend, Gegenuhrzeigersinn) mit demselben Gabelschlüssel und derselben Kraft wie beim Anziehen, so ist das Drehmoment vom Betrag her gleich gross, nun aber positiv.

$$M_{\text{Lösen}} = +1\,\mathrm{Nm}$$

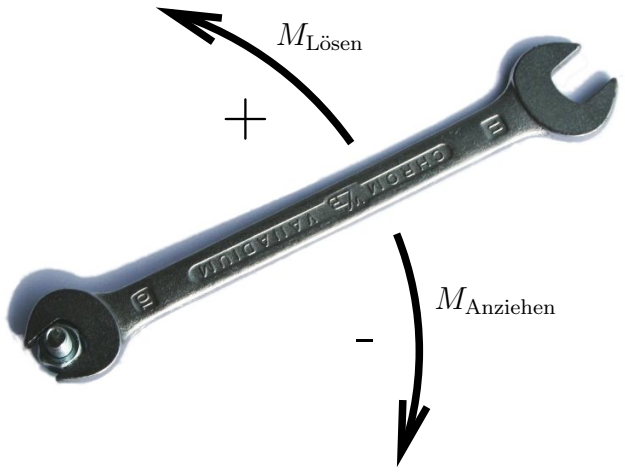


Abbildung 4.2: Positives und negatives Drehmoment

Wirkt ein Drehmoment auf einen Körper, so wird er sich drehen (Abbildung 4.2). Die Mutter dreht sich beim Lösen linksherum (positiv) und beim Anziehen rechtsherum (negativ).

Ein Drehmoment ist also immer die Ursache für eine Drehung eines Körpers.

Wenn wir nicht senkrecht zum Griff des Gabelschlüssels ziehen, können wir nicht die Länge bis zum Angriffspunkt als Hebelarm nehmen. Wollen wir die Kraft senkrecht zum Hebelarm haben, können wir dies durch folgende Überlegung erreichen. Wir ziehen eine Gerade senkrecht zur Wirkungslinie der Kraft durch den Drehpunkt. Der Hebelarm ist nun die Strecke vom Drehpunkt zum Fusspunkt auf der Wirkungslinie also der Abstand des Drehpunktes von der Wirkungslinie. Diese Vorgehensweise ist in Abbildung 4.3 dargestellt.

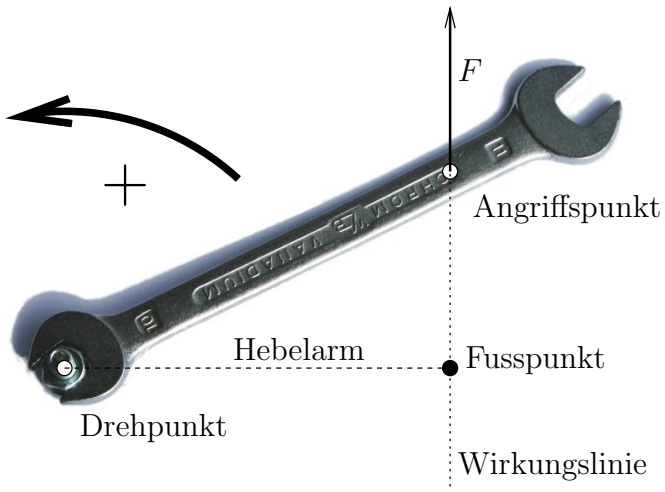


Abbildung 4.3: Angriffs-, Fuss- und Drehpunkt sowie Hebelarm und Wirkungslinie bei einem Gabelschlüssel

Die Kraft F greift beim Angriffspunkt am Gabelschlüssel an und zeigt in die Pfeilrichtung. Die Richtung der Kraftwirkung wird durch die Wirkungslinie (gepunktet) dargestellt. Der

Hebelarm entspricht dem Abstand des Drehpunkts von der Wirkungslinie. Der Hebelarm kann eingezeichnet werden, in dem man das Lot durch den Drehpunkt auf die Wikungslinie fällt (gestrichelt Linie). In unserem Beispiel würde durch die Krafteinwirkung auf den Körper eine Drehwirkung nach links (positiv, Gegenuhrzeigersinn) entstehen.

Was passiert nun, wenn mehrere Drehmomente auf einen Körper wirken? Die Antwort ist ganz einfach: man addiert die Drehmomente gemäss ihrem Drehsinn zu einem *resultierenden Drehmoment* M_R. Wir veranschaulichen dies anhand des Beispiels 4.3.

Beispiel 4.3 (Zwei Personen ziehen an einem Gabelschlüssel)
Zwei Personen ziehen gleichzeitig am Gabelschlüssel. Die eine Person will die Mutter mit der Kraft $F_1 = 5\,\mathrm{N}$ und dem Hebelarm $r_1 = 18\,\mathrm{cm}$ anziehen, die andere die Mutter mit der Kraft $F_2 = 7\,\mathrm{N}$ und dem Hebelarm $r_2 = 14\,\mathrm{cm}$ lösen (Abbildung 4.4).

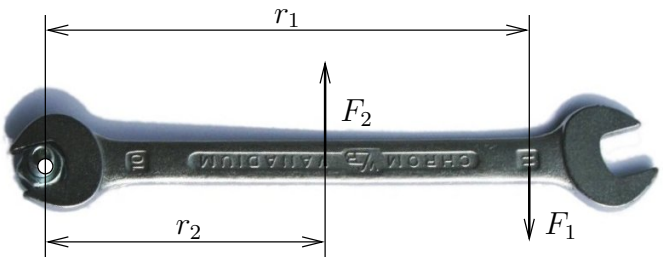


Abbildung 4.4: Zwei Personen ziehen an einem Rollgabelschlüssel

Das Drehmoment, das die erste Person ausübt, ist negativ:

$$M_1 = -F_1 \cdot r_1 = -5\,\mathrm{N} \cdot 18\,\mathrm{cm} = -0.9\,\mathrm{Nm}$$

Das Drehmoment, das die zweite Person ausübt, ist positiv:

$$M_2 = +F_2 \cdot r_2 = +7\,\mathrm{N} \cdot 14\,\mathrm{cm} = +0.98\,\mathrm{Nm}$$

Das resultierende Drehmoment ist nun:

$$M_R = M_1 + M_2 = -0.9\,\mathrm{Nm} + 0.98\,\mathrm{Nm} = +0.08\,\mathrm{Nm}$$

und es wird eine Drehung mit positivem Drehsinn resultieren, da das resultierende Drehmoment positiv ist. Die Mutter wird also gelöst!

Aufgabe 4.1 (Drehbar gelagerte Figur)
Betrachten Sie die Abbildung 4.5 auf der nächsten Seite. Die Figur in der Abbildung ist drehbar am Punkt D gelagert und kann frei um diesen drehen. An ihr greifen drei Kräfte an: $F_1 = 3\,\mathrm{N}$, $F_2 = 3.5\,\mathrm{N}$ und $F_3 = 7\,\mathrm{N}$. Berechnen Sie für jede der drei Kräfte das Drehmoment und bestimmen Sie dessen Drehsinn. Geben Sie zu jedem Drehmoment auch den Hebelarm an und zeichnen Sie diesen in der Abbildung ein. Eine Häuscheneinheit entspricht 1 m. Bestimmen Sie auch das resultierende Drehmoment aus allen drei Kräften.

Zusammenfassung

Was haben Sie in diesem Abschnitt gelernt? Schreiben Sie sich in ein paar Worten die wichtigsten Punkte auf.

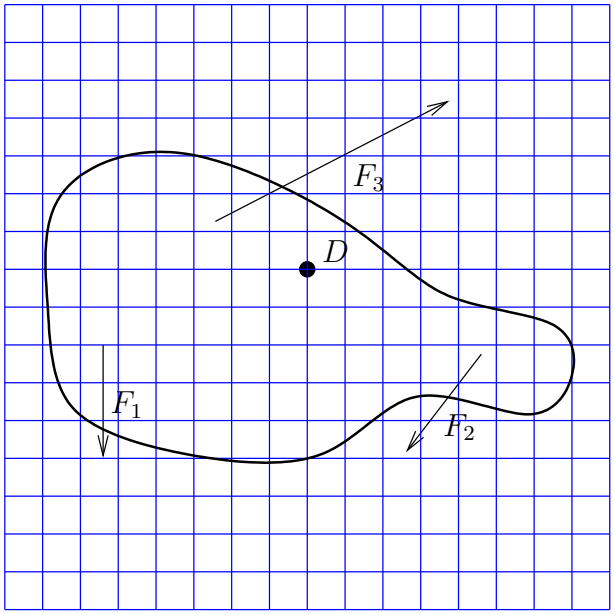


Abbildung 4.5: Drehbar gelagerte Figur

4.2 Statisches Gleichgewicht

Was heisst es wenn man sagt, ein Gegenstand sei in einem statischen Gleichgewicht? Eine umgangssprachliche Formulierung wäre: er bewegt sich nicht, er ist in Ruhe. Doch was ist mit „er bewegt sich nicht“ genau gemeint?

Der Gegenstand darf sich sicher in keine Richtung bewegen. Falls er dies tut, spricht man von einer *Translation*. Es darf keine resultierende äussere Kraft auf den Gegenstand einwirken, sonst würde der Gegenstand entlang dieser Kraft beschleunigt werden und sich in diese Richtung bewegen.

Wenn der Gegenstand aber keine Translationsbewegung macht, könnte er sich immer noch drehen! Diese Bewegungsart nennt man *Rotation*. Es müssen sich also auch alle Drehmomente aufheben, da diese sonst eine Drehung verursachen würden.

Daraus folgt: *Die Summe der linksdrehenden (positiv) und der rechtsdrehenden (negativ) Momente bezüglich irgendeines Punktes des Gegenstands muss Null sein.*

Wenn der Gegenstand in Ruhe ist, d. h. ein statisches Gleichgewicht existiert, müssen in der Physik folgende Gleichgewichtsbedingungen erfüllt sein:

- Die resultierende äussere Kraft ist gleich Null. $F_R = 0$
- Das resultierende äussere Drehmoment bezüglich irgendeines Punktes des Körpers verschwindet. $M_R = 0$

Wie wird ein solches Problem nun gelöst? Was ist eine gute Taktik, eine solche Aufgabe anzupacken? Am besten gehen Sie nach folgendem Rezept vor:

4.2.1 Rezept zum Lösen von Statikproblemen

1. Stellen Sie die Gleichung für das Kräftegleichgewicht (d. h. $F_R = 0$) auf.
2. Wählen Sie einen beliebigen Drehpunkt. Wählen Sie ihn am besten so, dass ein Hebelarm einer unbekannten Kraft Null wird und damit auch das Drehmoment dieser Kraft.
3. Stellen Sie die Gleichungen für die Drehmomente (d. h. $M_R = 0$) auf.
4. Lösen Sie die beiden Gleichungen nach den unbekannten Grössen auf.

Beispiel 4.4 (Mensch liegt im Bett)
In diesem Beispiel wird das Rezept zum lösen von Statikproblemen veranschaulicht. Wir betrachten dazu die Situation, wenn ein Mensch im Bett liegt und schläft (Abbildung 4.6).

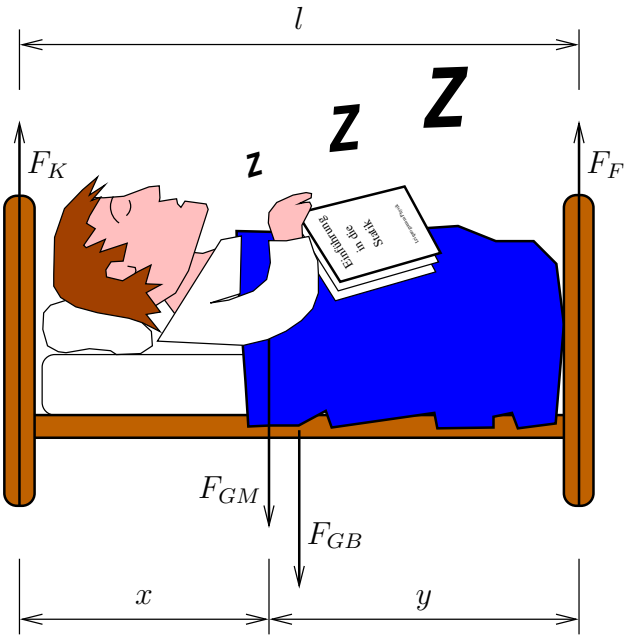


Abbildung 4.6: Mensch liegt im Bett

Der Schwerpunkt des Bettes liege genau in der Mitte. Das Bett hat eine Masse von $m_B = 55\,\text{kg}$ der Mensch eine Masse von $m_M = 70\,\text{kg}$. Die Auflagekraft am Kopfende des Bettes beträgt $F_K = 660\,\text{N}$. Das Bett ist $l = 2.0\,\text{m}$ lang. Wo liegt der Schwerpunkt des Menschen und wie gross ist die Auflagekraft F_F am Fussende des Bettes?

Wir gehen nun genau nach dem Rezept vor

1. Punkt Das Bett und der Mensch darin sind in Ruhe. Daher muss die resultierende äussere Kraft Null sein. Gemäss dem ersten Punkt im Rezept erhalten wir:

$$F_R = F_K + F_F - F_{GB} - F_{GM} = 0$$

Die Kräfte nach oben wurden positiv und die Kräfte nach unten negativ gezählt. Die Gewichtskraft des Bettes und des Menschen sind durch $F = m \cdot g$ gegeben und sind für das Bett $F_{GB} = 550\,\text{N}$ und für den Mensch $F_{GM} = 700\,\text{N}$.

2. Punkt Das Bett dreht sich nicht. Daher müssen die Drehmomente bezüglich eines beliebigen Punktes des Bettes verschwinden (gleich Null sein). Diesen Punkt des Bettes können wir frei wählen. Wir wählen z. B. das Fussende des Bettes. Dadurch verschwindet das Drehmoment der unbekannten Kraft F_F und die Gleichungen sind etwas einfacher zu lösen. Die Wahl des Drehpunktes spielt keine Rolle. Dies wird später im Beispiel gezeigt.

3. Punkt Der Abstand des Schwerpunktes des Menschen vom Kopfende des Bettes wird mit x bezeichnet, derjenige vom Fussende mit y. Die einzelnen Drehmomente sind nun folgendermassen bestimmt:

$$\begin{aligned} M_K &= -F_K \cdot l &&= -1320\,\mathrm{Nm} \quad \text{(rechtsdrehend, negativ)} \\ M_{GB} &= +F_{GB} \cdot l/2 &&= +550\,\mathrm{Nm} \quad \text{(linksdrehend, positiv)} \\ M_{GM} &= +F_{GM} \cdot y &&= +700\,\mathrm{N} \cdot y \quad \text{(linksdrehend, positiv)} \end{aligned}$$

Das resultierende Drehmoment muss Null sein, daraus folgt:

$$M_R = M_K + M_{GB} + M_{GM} = -1320\,\mathrm{Nm} + 550\,\mathrm{Nm} + 700\,\mathrm{N} \cdot y = 0$$

4. Punkt Die Kräftegleichung können wir direkt nach F_F auflösen:

$$F_F = F_{GB} + F_{GM} - F_K = 590\,\mathrm{N}$$

Die Auflagekraft am Fussende ist $F_F = 590\,\mathrm{N}$. Ebenso können wir die obige Gleichung der Drehmomente nach y auflösen und wir erhalten:

$$y = \frac{+1320\,\mathrm{Nm} - 550\,\mathrm{Nm}}{700\,\mathrm{N}} = 1.1\,\mathrm{m}$$

Der Schwerpunkt der Person liegt also 1.1 m von der unteren Bettkante entfernt. Das Problem ist nun komplett gelöst.

Alternativvariante Wir hätten auch einen anderen Punkt als Drehpunkt wählen können. Wählen wir das Kopfende als Drehpunkt erhalten wir folgende Drehmomente unter dem 3. Punkt:

$$\begin{aligned} M_F &= +F_F \cdot l &&= +2.0\,\mathrm{m} \cdot F_F \quad \text{(linksdrehend, positiv)} \\ M_{GB} &= -F_{GB} \cdot l/2 &&= -550\,\mathrm{Nm} \quad \text{(rechtsdrehend, negativ)} \\ M_{GM} &= -F_{GM} \cdot x &&= -700\,\mathrm{N} \cdot x \quad \text{(rechtsdrehend, negativ)} \end{aligned}$$

Das Auflösen der Kräftegleichung, die sich durch die Wahl eines anderen Drehpunktes nicht geändert hat, führt immer noch auf dieselbe Kraft:

$$F_F = 590\,\mathrm{N}$$

Die Drehmomentgleichung ändert sich jedoch:

$$M_R = M_F + M_{GB} + M_{GM} = +2.0\,\mathrm{m} F_F - 550\,\mathrm{Nm} - 700\,\mathrm{N} \cdot x = 0$$

Wir setzen nun den Wert für F_F in die Gleichung ein und lösen nach x auf:

$$x = \frac{-1180\,\mathrm{Nm} + 550\,\mathrm{Nm}}{-700\,\mathrm{N}} = 0.9\,\mathrm{m}$$

Dies entspricht genau der bereits oben erhaltenen Lösung, da $l - y = 2\,\mathrm{m} - 1.1\,\mathrm{m} = 0.9\,\mathrm{m}$ ist!

Die Wahl des Drehpunktes spielt keine Rolle!

Aufgabe 4.2 (Mobile)
Es sei $x_1 = x_3 = 1\,\text{cm}$, $x_2 = 4\,\text{cm}$, $x_4 = x_6 = 3\,\text{cm}$ und $x_5 = 1.5\,\text{cm}$. Ebenso sei $m_3 = 5\,\text{kg}$. Welche Masse haben m_1, m_2 und m_4, wenn das Mobile (Abbildung 4.7) ausbalanciert ist? Wir nehmen an, die Balken selbst hätten keine Masse.

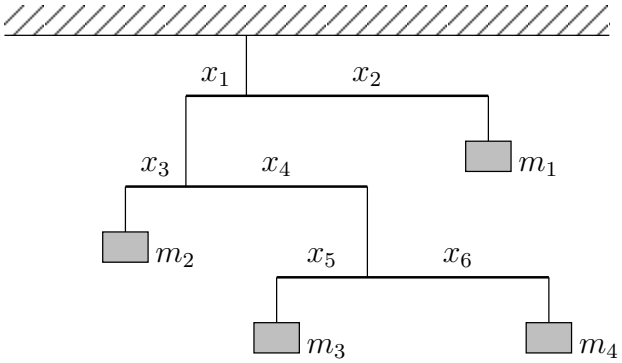


Abbildung 4.7: Mobile

Zusammenfassung

Was haben Sie in diesem Abschnitt gelernt? Schreiben Sie sich in ein paar Worten die wichtigsten Punkte auf.

Weiterarbeit

Wenn Sie die beiden Aufgaben problemlos lösen konnten, haben Sie die Grundlagen der Statik begriffen und sollten bereit sein für den Kapiteltest.

Kapitel 5

Weitere Beispiele aus der Statik

Übersicht

In diesem Kapitel lernen Sie weitere Beispiele aus der Statik kennen. Vielfach sind es Anwendungen aus der Technik. Doch auch in der Natur und im Speziellen in unserem Körper finden die Grundgesetze der Statik Anwendung, z. B. wenn wir einen Gegenstand mit unseren Händen festhalten.

Zum Schluss werden Sie ein Computerexperiment durchführen, um die Gleichgewichtsbedingung eines Körpers zu finden, an dem drei Kräfte angreifen.

Lernziele

- Sie können das Rezept, das Sie in Kapitel 4 kennen gelernt haben, in verschiedenen Situationen anwenden und besitzen am Ende die Fähigkeit, Statikprobleme selbständig und erfolgreich zu lösen.

5.1 Brücke

Eine Brücke ist ein wichtiges Beispiel aus der Statik. Wir werden die Statik von Brücken anhand von Aufgaben diskutieren und besser kennen lernen.

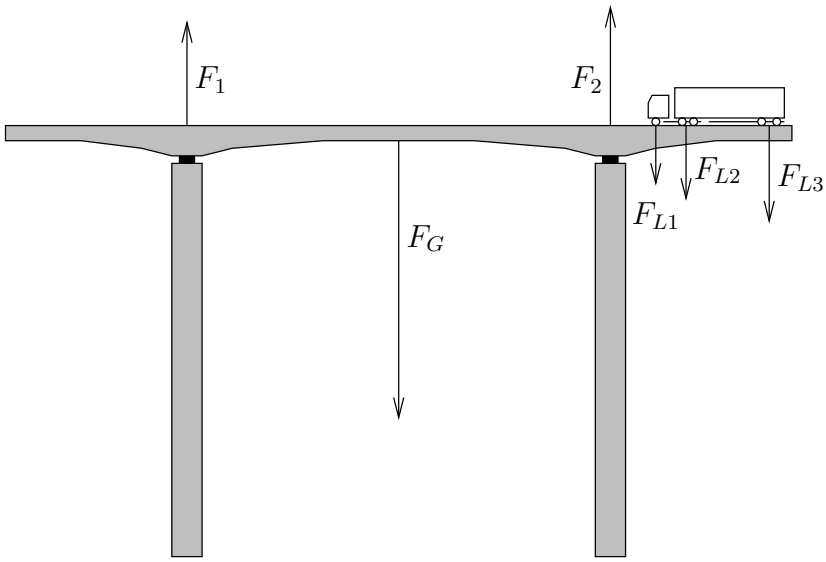


Abbildung 5.1: Brücke mit Sattelschlepper

Aufgabe 5.1 (Lastwagen auf der Brücke I)
Betrachten Sie den Lastwagen auf der Brücke (Abbildung 5.1) mit den folgenden wirkenden Kräften.

Die Masse der Brücke sei $m_B = 500\,\mathrm{t}$. Der Abstand zwischen den beiden Brückenpfeilern sei $50\,\mathrm{m}$. Die Vorderachse des Lastwagens sei $3\,\mathrm{m}$ vom rechten Pfeiler entfernt. Die Mittelachse liegt $2\,\mathrm{m}$ hinter der Vorderachse und die Hinterachse liegt $5\,\mathrm{m}$ hinter der Mittelachse. Die Kräfte sind $F_{L1} = 20\,\mathrm{kN}$, $F_{L2} = 30\,\mathrm{kN}$ und $F_{L3} = 50\,\mathrm{kN}$. Mit welchen Kräften F_1 bzw. F_2 tragen die beiden Pfeiler die Last?

Aufgabe 5.2 (Lastwagen auf der Brücke II)
Der Lastwagen aus der Aufgabe 5.1 ist nun ein Stück auf der Brücke gefahren, so dass die Hinterachse genau über dem rechten Brückenpfeiler ist. Wie gross ist nun die Belastung der jeweiligen Pfeiler? Machen Sie eventuell eine Skizze, um sich die Geometrie des Problems klar zu machen.

5.2 Kran

Ein weiteres bekanntes statisches Problem aus der Technik ist der Kran.

Aufgabe 5.3 (Kran)
Wir betrachten die folgende Situation (Abbildung 5.2 auf der nächsten Seite).

Wir vernachlässigen die Masse des Kranes selbst. Die Masse der maximal zugelassenen Last sei $m_L = 6\,\mathrm{t}$. Die Masse des Gewichtssteins sei $m_G = 15\,\mathrm{t}$. Wie gross sind die beiden Auflagekräfte F_1 und F_2?

5.3 Menschlicher Arm

Nach zwei Anwendungen aus der Technik wenden wir uns nun einem statischen Problem aus der Biologie zu, das Sie nur allzu gut aus dem Alltag kennen: unser Arm.

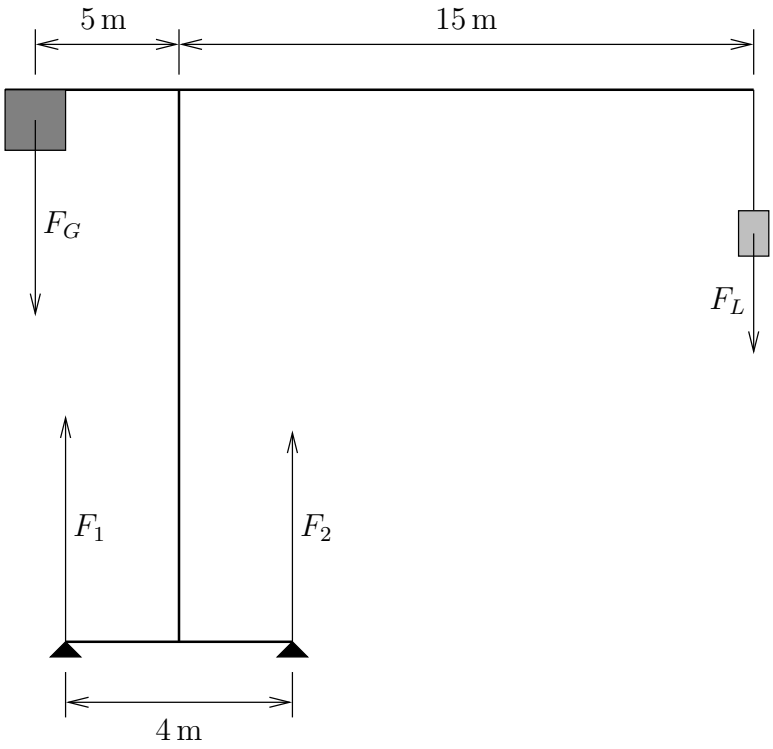


Abbildung 5.2: Turmdrehkran (Obendreher)

Aufgabe 5.4 (Menschlicher Arm)
Die Abbildung 5.3 zeigt einen abgewinkelten Arm. O sei der Drehpunkt des Unterarmes, A der Angriffspunkt des Bizepsmuskels und B der Angriffspunkt der Last. Die Distanz BO ist etwa 8-mal so gross wie der Abstand AO. Mit welcher Kraft muss der Bizepsmuskel am Unterarm angreifen, wenn man eine Last von $F = 100\,\mathrm{N}$ halten will? Wir vernachlässigen das Gewicht des Unterarms.

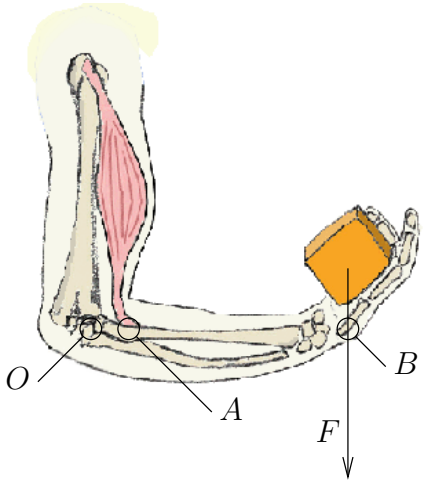


Abbildung 5.3: Menschlicher Arm

Aufgabe 5.5 (Kräftegleichgewicht beim menschlichen Arm)
Betrachten Sie einmal das Kräftegleichgewicht in Aufgabe 5.4. Fällt Ihnen etwas auf? Stimmt da alles? Was meinen Sie?

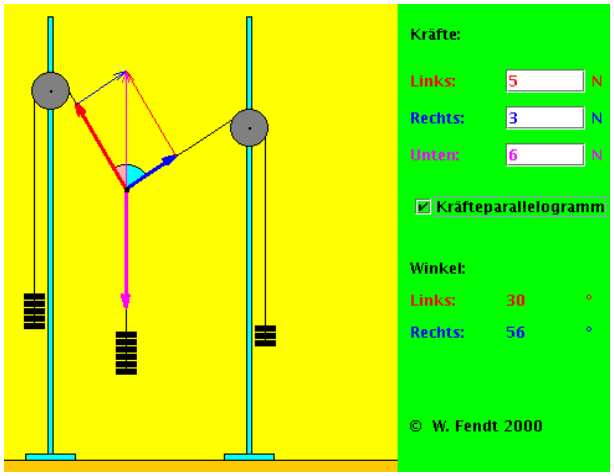


Abbildung 5.4: Animation (Fendt, 2004)

5.4 Gleichgewicht dreier Kräfte

Medienarbeit 5.1 (Gleichgewicht dreier Kräfte)
Öffnen Sie die Animation zum Gleichgewicht dreier Kräfte (Abbildung 5.4) in einem Browser. Die Animation ist auf der folgenden Webseite zu finden:

`http://www.walter-fendt.de/ph14d/gleichgewicht.htm`

Sie können verschiedene Gewichte einstellen und auch die Rollen verstellen. Beobachten Sie, wie sich das System verhält, und spielen Sie damit! Versuchen Sie zu verstehen, wie sich das Gleichgewicht der drei Kräfte einstellt! Sie werden diese Erkenntnis brauchen, um die nächste Aufgabe zu lösen.

Aufgabe 5.6 (Kräfteparallelogramm für drei Kräfte)
Bei der Medienarbeit 5.1 haben Sie das Kräftegleichgewicht von drei Kräften studiert. Es gab ebenfalls die Möglichkeit, das Kräfteparallelogramm zu zeichnen. Wie würden Sie bei drei gegebenen Kräften das Kräfteparallelogramm konstruieren?

Zusammenfassung

Sie haben nun verschiedene Probleme aus der Statik gelöst. Wenn Sie jeweils nach dem in Kapitel 4 vorgestellten Rezept vorgegangen sind, sollten die Aufgaben für Sie nicht weiter schwer gewesen sein. Mit dem Rezept haben Sie eine gute Vorgehensweise zum Lösen von Statikproblemen kennen gelernt.

Weiterarbeit

Konnten Sie alle Aufgabe in diesem Kapitel korrekt lösen? Dann sollten Sie jetzt ein Meister im Lösen von Statikproblemen sein! Machen Sie den Kapiteltest und lassen Sie sich den Meisterstatus vom Lehrer bestätigen!

Teil II

Zusatz

Kapitel 6

Der Flaschenzug

Übersicht

Im Kapitel 3 haben wir uns mit einfachen Geräten befasst, die einen Hebel oder ein Wellrad verwenden. Mit diesen einfachen Geräten wie Beisszange, Locher oder Nussknacker etc. kann man „Kraft sparen“.

Sicher haben Sie schon einen Flaschenzug gesehen oder verwendet. Auch ein Flaschenzug ist ein einfaches Gerät um „Kraft zu sparen“. Wie viel Kraft wir „sparen“ können, werden wir mit Hilfe der Goldenen Regel der Mechanik berechnen.

Lernziele

- Sie können die Funktionsweise eines einfachen Flaschenzuges erläutern.
- Sie können drei Beispiele nennen, wo der Flaschenzug im Alltag, in der Technik oder im Sport eingesetzt wird.
- Sie können mit Hilfe der Goldenen Regel der Mechanik berechnen, wie gross die „Kraftersparnis“ bei einem Flaschenzug ist.

Abbildung 6.1: Flaschenzüge

6.1 Anwendung der Goldenen Regel der Mechanik auf den Flaschenzug

Auf dem Bild sind zwei ganz einfache Flaschenzüge abgebildet (Abbildung 6.1). Wollen wir das Gewicht um 10 cm heben, so müssen wir bei beiden Flaschenzügen zwei Seilstränge um je 10 cm „verkürzen“ und deshalb 20 cm Seillänge ziehen. Die Goldene Regel (Kapitel 3) besagt, dass, wenn wir den doppelten Weg „benötigen“, wir dafür nur die halbe Kraft brauchen. Um die Last zu heben, brauchen wir hier also nur jeweils 6 N. Hinweis: Wir haben die Reibung und die Massen der Rollen vernachlässigt!

Exkurs 6.1 (Flasche)
Das Wort Flasche hat neben der Bezeichnung für einen Behälter noch andere Bedeutungen. Bei einem Flaschenzug oder Kran sind es die losen Rollen, an denen der Haken befestigt ist.

Aufgabe 6.1 (Flaschenzug I)

a) Überlegen Sie sich, wie viel Seil wir beim Flaschenzug (Abbildung 6.2 auf der nächsten Seite) ziehen müssen, um das Gewicht um 10 cm zu heben. *Hinweis: An wie vielen Seilsträngen hängt das Gewicht?*
b) Mit welcher Kraft muss man ziehen?

Aufgabe 6.2 (Flaschenzug II)

a) Überlegen Sie sich, wie viel Seil wir beim Flaschenzug (Abbildung 6.3 auf der nächsten Seite) ziehen müssen, um das Gewicht um 10 cm zu heben. *Hinweis: An wie vielen Seilsträngen hängt das Gewicht?*
b) Mit welcher Kraft muss man ziehen?
c) Wie viele Rollen müsste ein Flaschenzug des gleichen Typs haben, damit nur noch eine Kraft von 0.75 N nötig wäre?

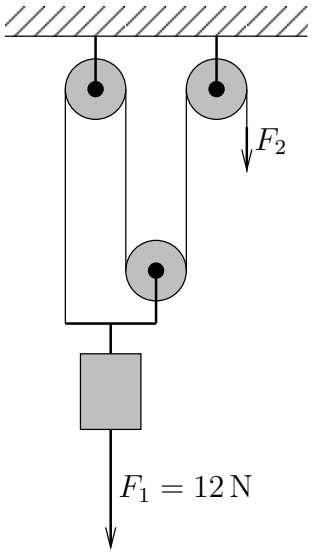


Abbildung 6.2: Flaschenzug

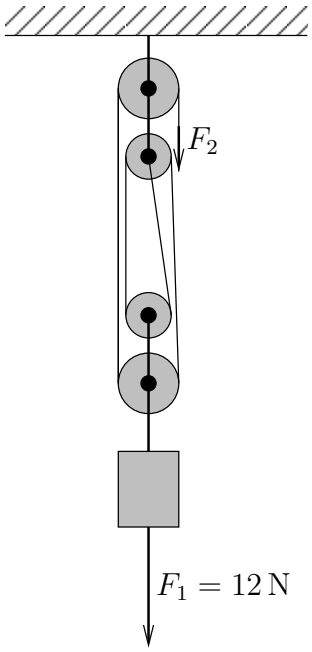


Abbildung 6.3: Flaschenzug

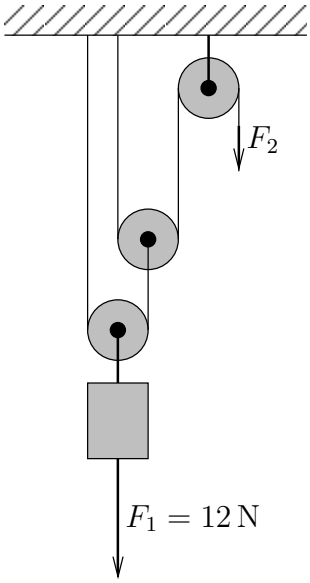


Abbildung 6.4: Flaschenzug

Aufgabe 6.3 (Potenzflaschenzug)

a) Überlegen Sie sich, wie viel Seil wir beim Flaschenzug (Abbildung 6.4) ziehen müssen, um das Gewicht um 10 cm zu heben.
b) Mit welcher Kraft muss man ziehen?
c) Was ist der Nachteil dieser Bauweise?
d) Wie viele Rollen müsste ein Flaschenzug des gleichen Typs haben, damit nur noch eine Kraft von 0.75 N nötig wäre?

6.2 Flaschenzüge aus dem Alltag, aus der Technik

Grosse Lasten Beim Heben grosser Lasten (z. B. bei Kränen, Abbildung 6.5 auf der nächsten Seite) hat der Flaschenzug Vorteile. Die Belastung des Seiles wird viel kleiner. Dadurch können dünnere Seile eingesetzt werden und auch ein kleinerer Motor kann verwendet werden.

Um den Mensch zu entlasten Es gibt viele Alltagsgegenstände, die mit menschlicher Kraft betätigt werden. Auch hier hilft oft ein Flaschenzug Kraft zu sparen: Es gibt z. B. grössere Sonnenschirme oder Wäscheständer (in der Schweiz unter dem Markennamen Stewi bekannt), die mit Hilfe von Flaschenzügen geöffnet werden (Abbildung 6.6 auf der nächsten Seite).

Beim Windsurfen helfen Flaschenzüge das Segel zu Spannen. In Abbildung 6.7(a) auf Seite 48 ist die Person gerade daran das Vorliek des Segels mit dem Flaschenzug am Mastfuss zu spannen. Der Mastfuss mit dem Flaschenzug sehen Sie in Abbildung 6.7(b) auf Seite 48.

Abbildung 6.5: Zwei Kräne

(a) Sonnenschirm

(b) Stewi

Abbildung 6.6: Flaschenzüge im Alltag

(a) Segel vor dem Spannen

(b) Mastfuss mit Flaschenzug

Abbildung 6.7: Flaschenzug beim Surfen

Zusammenfassung

Fassen Sie zusammen! Was haben Sie in diesem Kapitel gelernt? Schreiben Sie sich in ein paar Worten die wichtigsten Punkte auf.

Weiterarbeit

Wenn Sie die Aufgaben und Experimente in diesem Kapitel gut lösen konnten oder für Sie nun klar ist, was Sie in den Aufgaben falsch gemacht haben, dann melden Sie sich beim Lehrer für den Kapiteltest, um danach mit dem nächsten Kapitel weiter zu fahren.

Kapitel 7

Archimedes

Übersicht

Archimedes (Abbildung 7.1 auf der nächsten Seite) lebte im 3. Jahrhundert v. Chr. in Syrakus (Sizilien), welches damals eine griechische Kolonie war.

Er war einer der bedeutendsten Mathematiker, Physiker, Ingenieure und Techniker der Antike.

Lernziele

- Archimedes hat eine spezielle Pumpe erfunden. Sie können die Funktionsweise dieser Pumpe (Archimedische Schraube) erläutern.
- Sie kennen zwei Legenden aus dem Leben von Archimedes und können diese kurz erzählen.
- Archimedes hat die Zahl π näherungsweise berechnet. Sie können das Grundprinzip der Berechnung stark vereinfacht erklären.

7.1 Das Leben von Archimedes im Überblick

Archimedes wurde 287 v. Chr. in Syrakus (Sizilien) geboren. Syrakus war damals eine bedeutende Stadt, die von griechischen Kolonisten gegründet worden war. Archimedes' Vater Pheidias war Astronom. In seiner Jugend wurde Archimedes von seinem Vater unterrichtet.

Später ging er nach Alexandria und studierte dort an der Universität. Er wurde von Nachfolgern von Euklid unterrichtet und lernte auch einige Mathematiker kennen. Einer davon war Konon von Samos. Ihm sendete Archimedes später regelmässig seine mathematischen Beweisführungen.

Nach Abschluss seines Aufenthalts in Alexandria kehrte Archimedes wieder nach Syrakus zurück. Dort beschäftigte er sich intensiv mit seinen mathematischen Studien. Nebenbei arbeitete er aber auch an physikalischen und technischen Problemen.

Gegen Ende des zweiten punischen Krieges wurde Syrakus von den Römern angegriffen. Dank diversen von Archimedes erfundenen Kriegsmaschinen konnte die Stadt vorerst verteidigt werden.

Im Jahre 212 v. Chr. wurde die Stadt dann doch von den Römern erobert. Archimedes wurde dabei von Soldaten getötet.

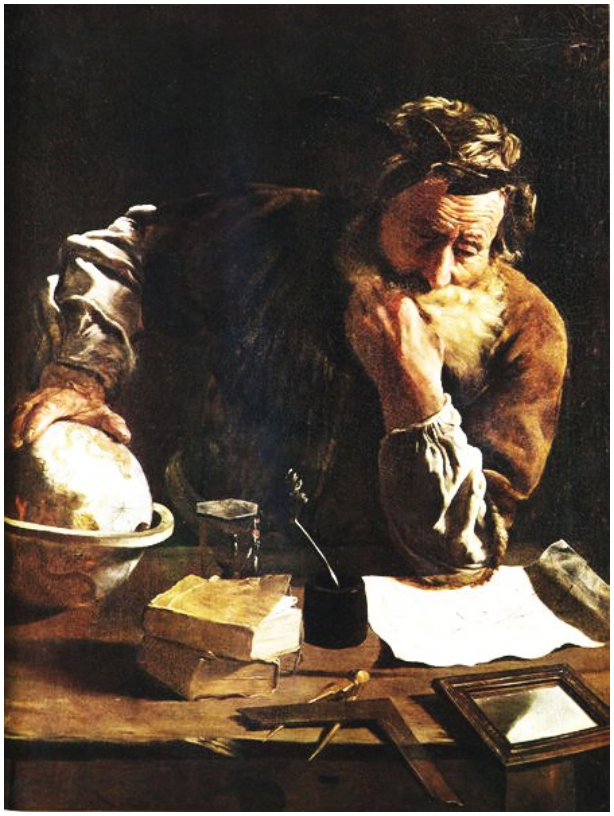


Abbildung 7.1: Gemälde von Archimedes (Fetti, 1620)

7.2 Wir informieren uns im Internet

Hinweis zu den Quellen

Im Folgenden werden wir mit den verschiedenen Internetquellen arbeiten. Die angegebenen Quellen sind nur Vorschläge. Einige der angegebenen Links sind eventuell nicht mehr erreichbar. Es gibt viele weitere, eventuell sogar bessere, Internetquellen, führen Sie deshalb eine kleine Internetrecherche durch.

7.2.1 Quellen

- Ruch Claudia. Geschichte der Mathematik: Archimedes von Syrakus
  `http://www.muehe.muc.kobis.de/awgruch/index.html`
- Schüle Bettina. Archimedes
  `http://geometrie.diefenbach.at/Geschichte/Archimedes/Text0.htm`
- Rorres Chris. Archimedes
  `https://www.cs.drexel.edu/~crorres/Archimedes/contents.html`
- Wikipedia. Archimedes
  `http://de.wikipedia.org/wiki/Archimedes`

Medienarbeit 7.1 (Erfindungen von Archimedes)
Was hat Archimedes für Erfindungen gemacht? Studieren Sie dazu mehrere Quellen. Befassen Sie sich dabei intensiver mit der Archimedischen Schraube. Wie funktioniert sie, wofür wurde sie verwendet und wo wendet man sie noch heute an?

Zusammenfassung

- Erstellen Sie eine Liste der Erfindungen des Archimedes.
- Beschreiben Sie die Funktionsweise der Archimedischen Schraube in zwei bis drei Sätzen. Fügen Sie evtl. eine Skizze bei.

Medienarbeit 7.2 (Legenden über Archimedes)
Von Archimedes gibt es viele Legenden. Lesen Sie einige dieser Legenden. Wo liegt wohl der wahre Kern?

Zusammenfassung

Schreiben Sie sich jeweils die Legenden in wenigen Stichworten auf.

Medienarbeit 7.3 (Näherungsweise die Zahl π bestimmen)
Archimedes hat die Zahl π näherungsweise bestimmt. Wie ist er dabei vorgegangen?

Versuchen Sie mindestens die Grundidee zu verstehen. Benutzen Sie evtl. auch folgende Quellen:

- `http://www.anderegg-web.ch/phil/archimedes.htm#3`
- `http://www.uni-leipzig.de/~sma/pi_einfuehrung/archimedes.html`

Weiterarbeit

Wenn Sie sich jeweils sorgfältig Notizen gemacht haben, so melden Sie sich beim Lehrer für den Kapiteltest. Dieses Leitprogramm ist hier zu Ende.

Teil III

Lösungen und Hinweise zu den Aufgaben

Lösungen zu Kapitel 1

Der Schwerpunkt

Lösung Aufgabe 1.1 (Schwerpunkt bei Störung)

Stabiles Gleichgewicht Der Schwerpunkt wird angehoben.
Labiles Gleichgewicht Der Schwerpunkt senkt sich.
Indifferentes Gleichgewicht Der Schwerpunkt bleibt auf gleicher Höhe.

Lösung Aufgabe 1.2 (Gleichgewichtsart)

Abbildung 1.12(a) Stabiles Gleichgewicht.
Abbildung 1.12(b) Labiles Gleichgewicht.
Abbildung 1.12(c) Stabiles Gleichgewicht.
Abbildung 1.12(d) Kein Gleichgewicht.

Lösung Aufgabe 1.3 (Kippen eines Körpers)

Massgebend ist die Lage des Schwerpunkts in Bezug auf die Standfläche: Ein Körper kippt nicht, wenn sich sein Schwerpunkt lotrecht über der Standfläche befindet, sonst kippt er! Bei einem labilen Gleichgewicht liegt der Schwerpunkt genau lotrecht über dem Rand der Standfläche.

Lösungen zu Kapitel 2

Das Hebelgesetz

Lösung Aufgabe 2.1 (Gesetzmässigkeit der Verhältnisse)

a) Die Werte stehen in der Tabelle 2.1.
b) Die Abstände verhalten sich umgekehrt proportional zum Verhältnis der Massen!

Tabelle 2.1: Ergebnisse der Messungen

Massen-verhältnis	Abstand links [cm]	Abstand rechts [cm]	Abstands-verhältnis
2:1	6	12	1:2
3:1	4.5	13.5	1:3
4:3	9	12	3:4

Lösung Aufgabe 2.2 (Symmetrischer Hebel)

Gegeben:

$$\begin{aligned} r_1 &= 0.040\,\mathrm{m} \\ r_2 &= 0.055\,\mathrm{m} \\ F_1 &= 7.0\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Gesucht:

$$F_2$$

Mit dem Hebelgesetzt folgt:

$$\begin{aligned} r_1 \cdot F_1 &= r_2 \cdot F_2 \qquad | : r_2 \\ F_2 &= \frac{r_1 \cdot F_1}{r_2} = \frac{0.04\,\mathrm{m} \cdot 7\,\mathrm{N}}{0.055\,\mathrm{m}} = 5.0909\,\mathrm{N} \\ F_2 &\approx 5.1\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Lösung Aufgabe 2.3 (Gedankenexperiment)

a) Die einzelnen Schritte sind in Abbildung 2.1 dargestellt.
b) Beim Nachvollziehen des Experiments mit dem Massstab und den Münzen wird festgestellt, dass der Massstab sich in jedem Schritt im Gleichgewicht befindet.

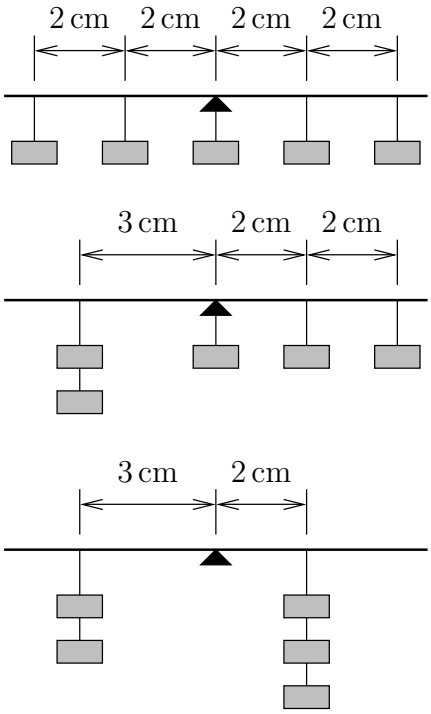


Abbildung 2.1: Hebel mit sieben Gewichten

Lösung Aufgabe 2.4 (Zweiseitiger Hebel)

Man kann die beiden Kräfte auf der linken Seite (gemäss Axiom 2) zu einer einzigen zusammenfassen; diese ist dann $F_{1*} = 4.0\,\mathrm{N}$ und hat einen Abstand von $r_1 = 5.0\,\mathrm{cm}$ vom Drehpunkt. Danach die Aufgabe wie üblich lösen.

Gegeben:

$$\begin{aligned} r_1 &= 0.050\,\mathrm{m} \\ F_{1*} &= 4.0\,\mathrm{N} \\ F_2 &= 6.0\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Gesucht:

$$r_2$$

Mit dem Hebelgesetzt folgt:

$$\begin{aligned} r_1 \cdot F_{1*} &= r_2 \cdot F_2 \qquad | : F_2 \\ r_2 &= \frac{r_1 \cdot F_{1*}}{F_2} = \frac{0.05\,\mathrm{m} \cdot 4\,\mathrm{N}}{6\,\mathrm{N}} = 0.0333\,\mathrm{m} \\ r_2 &\approx 3.3\,\mathrm{cm} \end{aligned}$$

Lösungen zu Kapitel 3

Anwendung des Hebelgesetzes

Lösung Aufgabe 3.1 (Alltagsgegenstände)

Einseitige Hebel:

- Knoblauchpresse
- Papierschneidmaschine
- ...

Zweiseitige Hebel:

- Haushaltsschere, Gartenschere
- Wäscheklammer
- Balkenwaage
- ...

Lösung Aufgabe 3.2 (Beisszange)

a) Gegeben:

$$\begin{aligned} r_1 &= 0.032\,\mathrm{m} \\ r_2 &= 0.100\,\mathrm{m} \\ F_2 &= 60\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Gesucht:

$$F_1$$

Mit dem Hebelgesetzt folgt:

$$\begin{aligned} r_1 \cdot F_1 &= r_2 \cdot F_2 \qquad | : r_1 \\ F_1 &= \frac{r_2 \cdot F_2}{r_1} = \frac{0.100\,\mathrm{m} \cdot 60\,\mathrm{N}}{0.032\,\mathrm{m}} = 187.5\,\mathrm{N} \\ F_1 &\approx 188\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Hier wäre es eventuell sinnvoll abzurunden. Eine höhere Kraft kann nicht aufgebracht werden, jedoch eine kleinere, durch weniger starkes Zusammendrücken der Griffe.

b) Man muss den Hebel vergössern, d. h. die Griffseite verlängern.

Lösung Aufgabe 3.3 (Nussknacker)

Gegeben:

$$\begin{aligned} r_1 &= 0.042\,\mathrm{m} \\ r_2 &= 0.157\,\mathrm{m} \\ F_1 &= 145\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Gesucht:

$$F_2$$

Mit dem Hebelgesetzt folgt:

$$\begin{aligned} r_1 \cdot F_1 &= r_2 \cdot F_2 \qquad | : r_2 \\ F_2 &= \frac{r_1 \cdot F_1}{r_2} = \frac{0.042\,\mathrm{m} \cdot 145\,\mathrm{N}}{0.157\,\mathrm{m}} = 38.79\,\mathrm{N} \\ F_2 &\approx 39\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Hier müsste aufgerundet werden, auch wenn aus mathematischer Sicht abgerundet werden müsste. Wir wollen die Nuss auf jedenfall knacken.

Lösung Aufgabe 3.4 (Ziehbrunnen)

a) Gegeben:

$$\begin{aligned} r_1 &= \frac{d_1}{2} = \frac{0.16\,\mathrm{m}}{2} \\ r_2 &= \frac{d_2}{2} = \frac{0.88\,\mathrm{m}}{2} \\ F_1 &= 190\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Gesucht:

$$F_2$$

Mit dem Hebelgesetzt folgt:

$$\begin{aligned} r_1 \cdot F_1 &= r_2 \cdot F_2 \qquad | : r_2 \\ F_2 &= \frac{r_1 \cdot F_1}{r_2} = \frac{\frac{0.16\,\mathrm{m}}{2} \cdot 190\,\mathrm{N}}{\frac{0.88\,\mathrm{m}}{2}} = \frac{0.16\,\mathrm{m} \cdot 190\,\mathrm{N}}{0.88\,\mathrm{m}} = 34.55\,\mathrm{N} \\ F_2 &\approx 35\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

b) Gegeben:

$$\begin{aligned} s_1 &= 8.2\,\mathrm{m} \\ d_1 &= 0.16\,\mathrm{m} \\ d_2 &= 0.88\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

Gesucht:

$$s_2$$

Wir führen die Hilfsgrösse n (Anzahl notwendige Umdrehungen) ein. Da Kreisumfang mal Anzahl Umdrehungen die Seillänge, bzw. der Weg, welche die Kurbel zurücklegt, ist, folgen daraus die zwei Gleichungen:

$$\begin{aligned} s_1 &= d_1 \cdot \pi \cdot n \\ s_2 &= d_2 \cdot \pi \cdot n \end{aligned}$$

Wir lösen die 1. Gleichung nach n auf und setzen sie in die 2. ein:

$$\begin{aligned} n &= \frac{s_1}{d_1 \cdot \pi} \\ s_2 &= d_2 \cdot \pi \cdot \frac{s_1}{d_1 \cdot \pi} = \frac{d_2 \cdot s_1}{d_1} = \frac{0.88\,\mathrm{m} \cdot 8.2\,\mathrm{m}}{0.16\,\mathrm{m}} = 45.1\,\mathrm{m} \\ s_2 &\approx 45\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

Beachten Sie, dass beim formalen Rechnen die Konstante π herausgekürzt werden kann. Lösen Sie solche Gleichungssysteme daher zuerst algebraisch auf und setzen Sie erst am Schluss die Zahlen ein.

Lösung Aufgabe 3.5 (Goldene Regel der Mechanik)

Die Goldene Regel lautet:

Die Kraft ist umgekehrt proportional zum Weg.

Beim Velo haben Sie die Wahl: Wählen Sie einen grossen Gang, dann brauchen Sie viel Kraft, aber weniger Umdrehungen. Entscheiden Sie sich für einen kleinen Gang, dann brauchen Sie wenig Kraft, aber viele Umdrehungen.

Lösungen zu Kapitel 4

Vom Hebelgesetz zu den Grundgesetzen der Statik

Lösung Aufgabe 4.1 (Drehbar gelagerte Figur)

Ihre Abbildung sollte etwa so aussehen wie Abbildung 4.1 auf der nächsten Seite. Durch Messung oder Berechnung erhält man für $r_1 = 5.5\,\mathrm{m}$, $r_2 = 5\,\mathrm{m}$ und $r_3 = 2.24\,\mathrm{m}$. Es ergeben sich folgende Beträge für die Drehmomente:

$$\begin{aligned}
M_1 = \quad & F_1 \cdot r_1 \quad = 3\,\mathrm{N} \cdot 5.5\,\mathrm{m} = 16.5\,\mathrm{Nm} \rightarrow \text{linksdrehend} \rightarrow \text{positiv} \\
M_2 = \quad & F_2 \cdot r_2 \quad = 3.5\,\mathrm{N} \cdot 5\,\mathrm{m} = 17.5\,\mathrm{Nm} \rightarrow \text{rechtsdrehend} \rightarrow \text{negativ} \\
M_3 = \quad & F_3 \cdot r_3 \quad = 7\,\mathrm{N} \cdot 2.24\,\mathrm{m} = 15.7\,\mathrm{Nm} \rightarrow \text{rechtsdrehend} \rightarrow \text{negativ}
\end{aligned}$$

Für das resultierende Drehmoment erhalten wir

$$M_R = \quad +M_1 - M_2 - M_3 \quad = -16.7\,\mathrm{Nm} \rightarrow \text{rechtsdrehend} \rightarrow \text{negativ}$$

Haben Sie dieselben Drehmomente erhalten? Konnten Sie die Hebelarme problemlos bestimmen? Haben Sie auch die Drehwirkung richtig erkannt? Wenn ja, gehen Sie weiter im Leitprogramm. Sonst überlegen Sie sich nochmals, was Sie falsch gemacht haben und korrigieren ihre Fehler.

Lösung Aufgabe 4.2 (Mobile)

Wir lösen das Mobile von unten her auf. Zuerst berechnet man m_4. Für den Aufhängepunkt (Drehpunkt) des untersten Balken muss folgendes gelten:

$$M_R = +m_3 \cdot g \cdot x_5 - m_4 \cdot g \cdot x_6 = 0$$

Wird dies erfüllt ist der unterste Balken ausbalanciert. Daraus ergibt sich $m_4 = 2.5\,\mathrm{kg}$. Am unteren Balken hängt also die Masse $m_A = m_3 + m_4 = 7.5\,\mathrm{kg}$ und diese wirkt mit dem Hebelarm x_4 auf den mittleren Balken. Für den mittleren Balken gilt nun analog zum untersten:

$$M_R = +m_2 \cdot g \cdot x_3 - m_A \cdot g \cdot x_4 = 0$$

Das Auflösen der Gleichung ergibt $m_2 = 22.5\,\mathrm{kg}$. Am obersten Balken hängt nun auf der linken Seite die Masse $m_B = m_2 + m_3 + m_4 = 30\,\mathrm{kg}$ und sie hat den Hebelarm x_1 bezüglich des Aufhängepunktes des obersten Balkens. Wir erhalten wiederum:

$$M_R = +m_B \cdot g \cdot x_1 - m_1 \cdot g \cdot x_2 = 0$$

Daraus folgt $m_1 = 7.5\,\mathrm{kg}$.

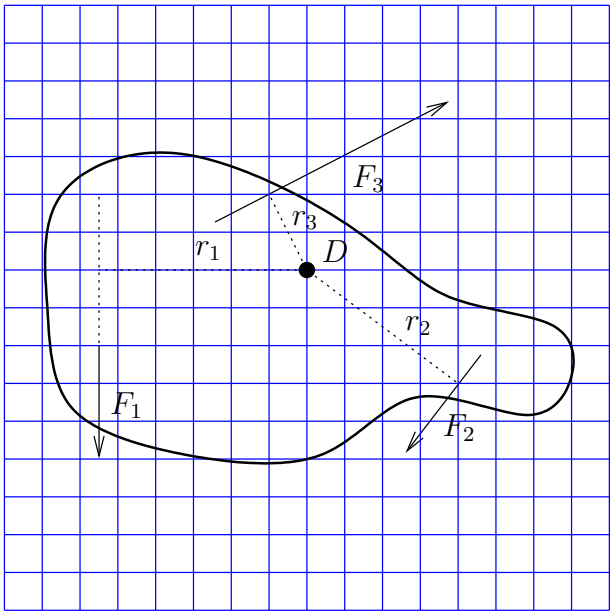


Abbildung 4.1: Drehbar gelagerte Figur

Lösungen zu Kapitel 5

Weitere Beispiele aus der Statik

Lösung Aufgabe 5.1 (Lastwagen auf der Brücke I)

Wir berechnen zunächst die Gewichtskraft der Brücke:

$$F_G = g \cdot m_B = 5\,000\,000\,\mathrm{N} = 5\,\mathrm{MN}$$

Aus der Gleichgewichtsbedingung für die Kräfte ($F_R = 0$, keine resultiernde Kraft) folgt:

$$F_R = F_1 + F_2 - F_G - F_{L1} - F_{L2} - F_{L3} = 0$$

Wir stellen ebenfalls die Gleichgewichtsbedingung für die Drehmomente auf (bezüglich des linken Pfeilers)

$$M_R = +F_2 \cdot 50\,\mathrm{m} - F_G \cdot 25\,\mathrm{m} - F_{L1} \cdot 53\,\mathrm{m} - F_{L2} \cdot 55\,\mathrm{m} - F_{L3} \cdot 60\,\mathrm{m} = 0$$

Wir lösen nach F_2 auf und erhalten:

$$F_2 = 2\,614\,200\,\mathrm{N} \approx 2.6\,\mathrm{MN} \quad (\approx 260\,\mathrm{t})$$

Durch Einsetzen ergibt sich:

$$F_1 = 2\,485\,800\,\mathrm{N} \approx 2.5\,\mathrm{MN} \quad (\approx 250\,\mathrm{t})$$

Konnten Sie diese Aufgabe lösen? Haben Sie die Geometrie richtig erkannt und die Gleichungen korrekt aufgestellt? Wenn ja, gehen Sie im Leitprogramm weiter. Sonst suchen Sie den Fehler. Vielleicht machen Sie nochmals eine Skizze, in der Sie die Geometrie noch einmal selbst zeichnen und die Abstände eintragen!

Lösung Aufgabe 5.2 (Lastwagen auf der Brücke II)

Alle Kräfte sind noch dieselben wie bei der Aufgabe 5.1, nur die Hebelarme haben sich verändert! Mit der Gleichgewichtsbedingung für die Kräfte erhalten wir wiederum:

$$F_R = F_1 + F_2 - F_G - F_{L1} - F_{L2} - F_{L3}$$

Wir stellen wiederum die Gleichgewichtsbedingung für die Drehmomente bezüglich des linken Pfeilers auf. Achtung: die Hebelarme bei den Kräften für den Lastwagen haben sich geändert!

$$M_R = +F_2 \cdot 50\,\mathrm{m} - F_G \cdot 25\,\mathrm{m} - F_{L1} \cdot 43\,\mathrm{m} - F_{L2} \cdot 45\,\mathrm{m} - F_{L3} \cdot 50\,\mathrm{m} = 0$$

Danach erhalten wir auf die gleiche Weise wie bei Aufgabe 5.1

$$F_2 = 2\,594\,200\,\mathrm{N} \quad \text{und} \quad F_1 = 2\,505\,800\,\mathrm{N}$$

Lösung Aufgabe 5.3 (Kran)

Zuerst berechnen wir die Gewichtskräfte des Gewichtssteins bzw. der Last

$$\begin{aligned} F_G = &\quad g \cdot m_G &= 150\,000\,\mathrm{N} = 150\,\mathrm{kN} \\ F_L = &\quad g \cdot m_L &= 60\,000\,\mathrm{N} = 60\,\mathrm{kN} \end{aligned}$$

Wir stellen die Gleichgewichtsbedingung für die Kräfte:

$$F_R = F_1 + F_2 - F_G - F_L = 0$$

und die Drehmomente:

$$M_R = +F_G \cdot 5\,\mathrm{m} + F_2 \cdot 2\,\mathrm{m} - FL \cdot 15\,\mathrm{m} - F_1 \cdot 2\,\mathrm{m} = 0$$

auf. Durch Auflösen nach den beiden Auflagekräften erhalten wir

$$\begin{aligned} F_1 &= 67\,500\,\mathrm{N} \\ F_2 &= 142\,500\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Lösung Aufgabe 5.4 (Menschlicher Arm)

Aus der Drehmomentgleichung folgt mit $AO \equiv x$

$$M_R = +100\,\mathrm{N} \cdot 8x - F \cdot x = 0 \Rightarrow F = 800\,\mathrm{N}$$

D. h. der Bizepsmuskel muss aufgrund des viel kleineren Hebelarmes eine viel grössere Kraft aufbringen! Dafür muss sich der Muskel viel weniger stark zusammenziehen können und es sinddadurch grosse und schnelle Bewegungungen mit der Hand möglich.

Lösung Aufgabe 5.5 (Kräftegleichgewicht beim menschlichen Arm)

In Aufgabe 5.4 haben wir für die Kraft, die von der Bizepsmuskulatur geleistet wird, einen Wert von 800 N bekommen. Da wir die Last halten, wird der Unterarm keine Translation machen, d. h. auch die resultierende äussere Kraft muss verschwinden! Wenn wir jetzt die Kräftebilanz ziehen, sehen wir, dass

$$800\,\mathrm{N} - 100\,\mathrm{N} = 700\,\mathrm{N}$$

Es fehlt uns eine Kraft von 700 N nach unten! Die Wirkungslinie dieser Kraft muss aber durch O gehen, denn sonst hätten wir ein zusätzliches Drehmoment! Eine solche Kraft wird tatsächlich vom Oberarm am Ellbogengelenk ausgeübt und der Unterarm ist daher in Ruhe!

Haben Sie diesen Sachverhalt erkannt? Falls ja – grossartig! Gehen Sie weiter im Leitprogramm. Andernfalls überlegen Sie sich die Problematik anhand der Musterlösung nochmals und machen sich die Lösung klar.

Lösung Aufgabe 5.6 (Kräfteparallelogramm für drei Kräfte)

Damit der Körper in einem statischen Gleichgewicht ist, muss die resultierende äussere Kraft, d. h. die Summe aller drei angreifenden Kräfte Null sein. Eine Kraft, die Gewichtskraft, zeigt immer nach unten: diese Richtung ist also fixiert. Zudem weiss man noch von allen drei Kräften die Beträge, denn diese kann man ja wählen. Dies führt zur folgenden Konstruktion des Kräfteparallelogramms (Abbildung 5.1):

1. Definieren Sie zuerst einen Massstab. Zum Beispiel $1\,\mathrm{cm} \equiv 1\,\mathrm{N}$.
2. Zeichnen Sie danach die Kraft nach unten mit der entsprechenden Länge ein. Diese Kraft muss nun durch zwei andere Kräfte kompensiert werden.
3. Nehmen Sie einen Zirkel und stellen Sie den Radius mit der Länge einer der beiden anderen Kräfte ein.
4. Stecken Sie den Zirkel entweder im Anfangs- oder Endpunkt des nach unten gerichteten Pfeils ein und ziehen Sie den Kreis.
5. Stellen Sie nun mit dem Zirkel den Radius der verbleibenden Kraft ein.
6. Machen Sie anschliessend den Kreis mit dem anderen Punkt des vertikalen Pfeils als Zentrum, d. h. nehmen Sie den Punkt, den Sie nicht schon für den ersten Kreis verwendet haben.
7. Die Schnittpunkte der beiden Kreise definieren nun das Kräfteparallelogramm und die entsprechenden Winkel zwischen den Kräften.

Einfacher gesagt, geht es hier eigentlich nur darum ein Dreieck zu zeichnen, wenn alle drei Seitenlängen gegeben sind. In Abbildung 5.1 ist die Lösung gezeichnet, diese Lösung entspricht genau dem linken Dreieck in der Abbildung 5.4 auf Seite 40.

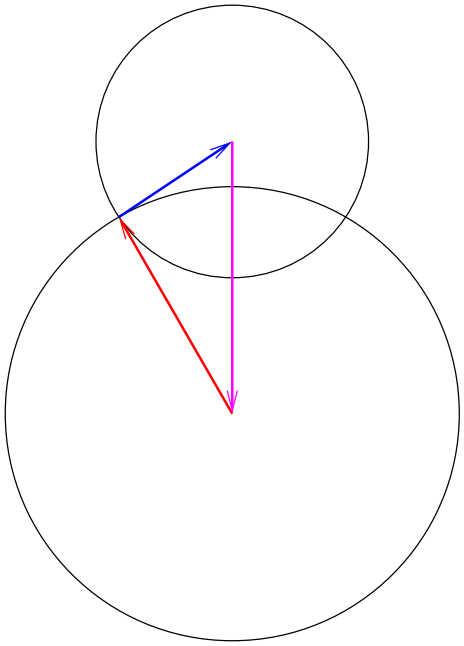


Abbildung 5.1: Konstruktion des Kräfteparallelogram

Konnten Sie diese Konstruktion selbst herleiten, indem Sie die Computeranimation gut studiert haben? Falls ja, hervorragend! Sonst gehen Sie nochmals die Konstruktionsanleitung durch und versuchen Sie diese nachzuvollziehen.

Weiter

Lösungen zu Kapitel 6

Der Flaschenzug

Lösung Aufgabe 6.1 (Flaschenzug I)

a) Es werden 3 Seilstränge um 10 cm „verkürzt“. $\Rightarrow$ 30 cm
b) Der Weg ist dreimal so lang, also (gemäss Goldener Regel) die Kraft ein Drittel so gross. $\Rightarrow F = 4\,\mathrm{N}$

Lösung Aufgabe 6.2 (Flaschenzug I)

a) Es werden 4 Seilstränge um 10 cm „verkürzt“. $\Rightarrow$ 40 cm
b) Der Weg ist viermal so lang, also (gemäss Goldener Regel) die Kraft ein Viertel so gross. $\Rightarrow F = 3\,\mathrm{N}$
c) Der Weg wird dann 16-mal so lang und die Kraft 1/16 so gross. $\Rightarrow$ 16 Rollen
Allerdings gilt das nur, wenn man die Reibung und die Masse der Rollen vernachlässigt!

Lösung Aufgabe 6.3 (Potenzflaschenzug)

a) 40 cm
b) Der Weg ist viermal so lang, also (gemäss Goldener Regel) die Kraft ein Viertel so gross. $\Rightarrow F = 3\,\mathrm{N}$
c) Man kann die Last nur sehr wenig weit bewegen! Die letzte lose Flasche kann sich nur bis zur festen Rolle bewegen, die vorletzte lose Flasche nur bis zur letzten losen Flasche,...!
d) Jede weitere Rolle bewirkt die Halbierung der Kraft; man nennt einen solchen Flaschenzug deshalb Potenzflaschenzug. $\Rightarrow$ 5 Rollen
Allerdings gilt das nur, wenn man die Reibung und die Masse der Rollen vernachlässigt!

Lösungen zu Kapitel 7

Archimedes

In diesem Kapitel gibt es nur Medienarbeiten.

Teil IV

Kapiteltests für den Lehrer

Kapiteltests 1

Der Schwerpunkt

Testaufgabe 1.1 (Kartonkörper, Elipse (experimentell) K2)
Gegeben ist der Kartonkörper Abbildung 1.1 auf der nächsten Seite:

a) Bestimmen Sie experimentell den Schwerpunkt des gegebenen Körpers.
b) Bestimmen Sie geometrisch (mit Hilfe der Symmetrie) den Schwerpunkt und vergleichen Sie.

Testaufgabe 1.2 (Kartonkörper, Parallelogram (experimentell) K2)
Gegeben ist der Kartonkörper Abbildung 1.2 auf der nächsten Seite:

a) Bestimmen Sie experimentell den Schwerpunkt des gegebenen Körpers.
b) Bestimmen Sie geometrisch (mit Hilfe der Symmetrie) den Schwerpunkt und vergleichen Sie.

Testaufgabe 1.3 (Kartonkörper, Vieleck (experimentell) K2)
Gegeben ist der Kartonkörper Abbildung 1.3 auf der nächsten Seite. Bestimmen Sie experimentell den Schwerpunkt des gegebenen Körpers.

Testaufgabe 1.4 (Kartonkörper, unregelmässiges Fünfeck (experimentell) K2)
Gegeben ist der Kartonkörper Abbildung 1.4 auf Seite 78. Bestimmen Sie experimentell den Schwerpunkt des gegebenen Körpers.

Testaufgabe 1.5 (Gleichgewichtsarten (mündlich) K2)
Bestimmen Sie, um welchen Typ von Gleichgewicht es sich handelt. Begründen Sie die Antwort.

a) Ein Artist balanciert auf einem Seil.
b) Das Pendel einer Uhr steht still.

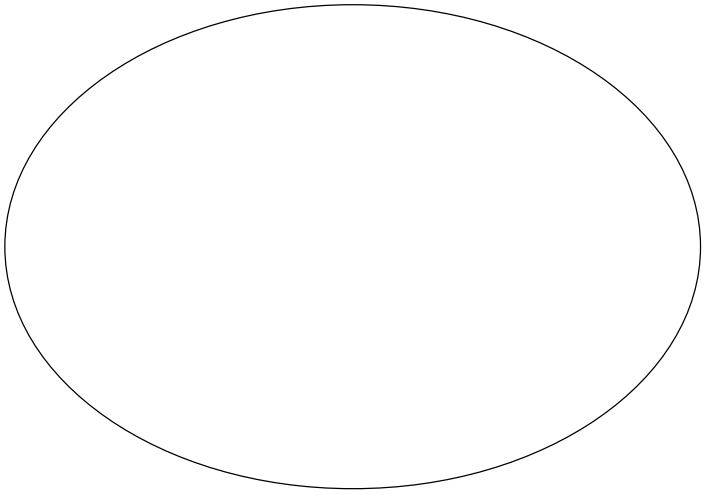


Abbildung 1.1: Vorlage Kartonkörper Elipse

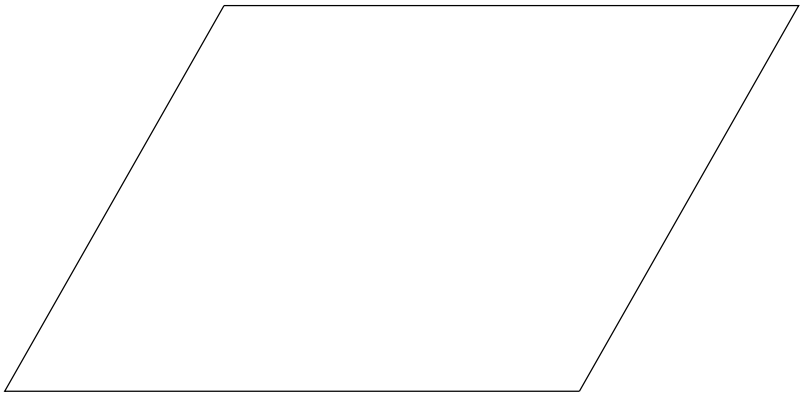


Abbildung 1.2: Vorlage Kartonkörper Parallelogram

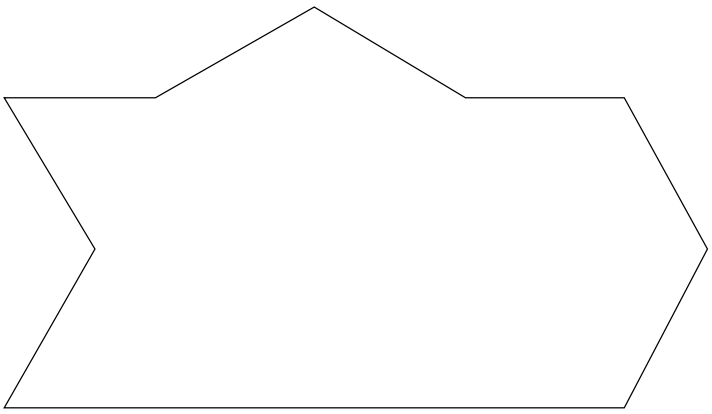


Abbildung 1.3: Vorlage Kartonkörper Vieleck

Testaufgabe 1.6 (Gleichgewichtsarten (mündlich) K2)
Bestimmen Sie, um welchen Typ von Gleichgewicht es sich handelt. Begründen Sie die Antwort.

a) Ein homogener Stab ist in der Mitte drehbar gelagert.
b) Ein Massenstück hängt an einer Feder (Abbildung 1.5).

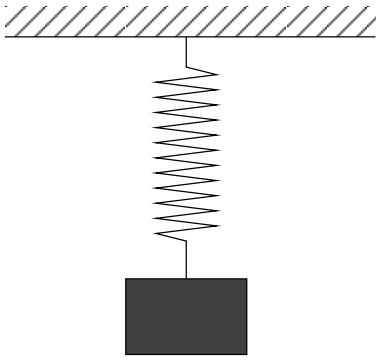


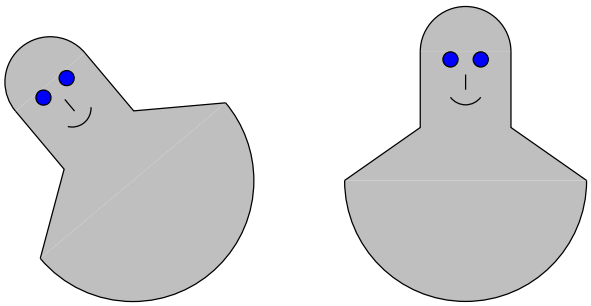
Abbildung 1.5: Massestück hängt an einer Feder

Testaufgabe 1.7 (Gleichgewichtsarten (mündlich) K2)
Bestimmen Sie, um welchen Typ von Gleichgewicht es sich handelt. Begründen Sie die Antwort.

a) Ein homogener Stab ist an einem Ende drehbar gelagert.
b) Ein Dreieck wird im Schwerpunkt drehbar befestigt.

Testaufgabe 1.8 (Standfestigkeit erhöhen (mündlich) K3/K4)
Nennen sie zwei verschiedene Möglichkeiten, um die Standfestigkeit einer Ständerlampe zu verbessern.

Testaufgabe 1.9 (Stehaufmännchen (mündlich) K3/K4)
Warum steht ein „Stehaufmännchen“ (Abbildung 1.6) „von selbst“ wieder auf?



(a) Geneigt (b) Aufrecht

Abbildung 1.6: „Stehaufmännchen“

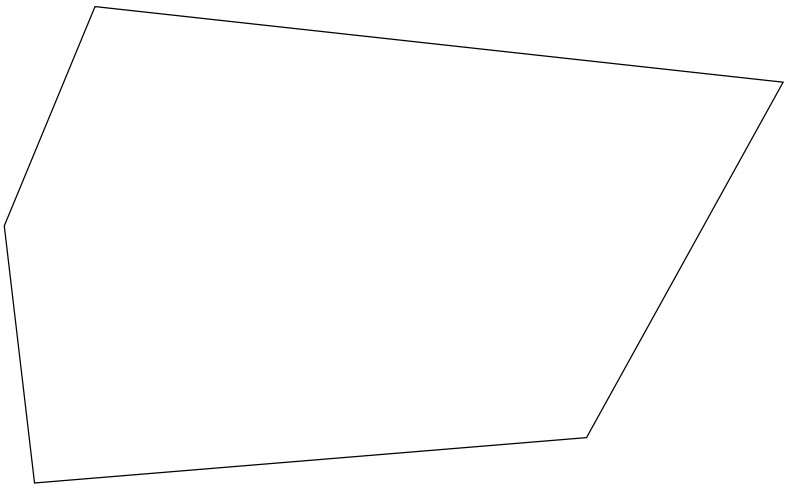


Abbildung 1.4: Vorlage Kartonkörper Fünfeck

Kapiteltests 2

Das Hebelgesetz

Testaufgabe 2.1 (Gegenstände (mündlich) K1/K2)
Zählen Sie mindestens zwei Gegenstände auf, die einen Hebel verwenden.

Testaufgabe 2.2 (Hebelarmlänge (schriftlich) K3)
Ein symmetrischer Hebel (Abbildung 2.1) wird 3.0 cm links vom Drehpunkt mit einer Kraft von 12 N belastet. In welchem Abstand rechts vom Drehzentrum muss man den Hebel mit einer Kraft von 7.5 N belasten, damit der Hebel im Gleichgewicht ist?

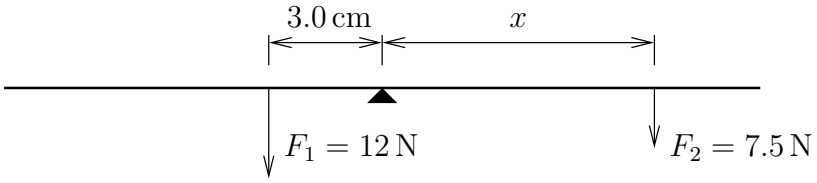


Abbildung 2.1: Hebelarmlänge

Testaufgabe 2.3 (Drehzentrum eines Hebel (schriftlich) K3)
Bei welchem Abstand x vom linken Ende, muss sich das Drehzentrum einer Stange befinden, damit sie im Gleichgewicht ist (Abbildung 2.2)? Hinweis: Die Masse der Stange soll vernachlässigt werden!

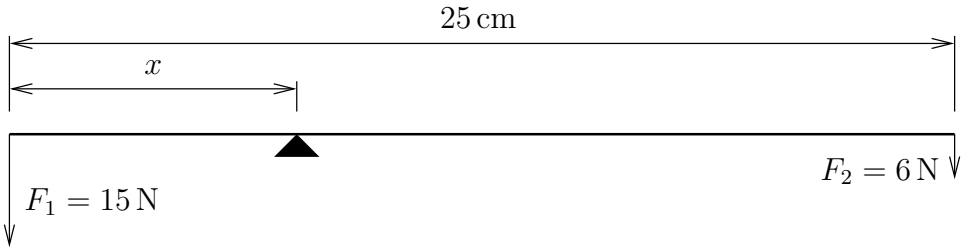


Abbildung 2.2: Drehzentrum eines Hebels

Testaufgabe 2.4 (Hebel und zwei angreifende Kräfte (schriftlich) K3)
Ein Hebel (Abbildung 2.3) wird 4.4 cm links vom Drehzentrum mit einer Kraft von 23 N belastet. Wie gross muss eine Kraft sein, die den Hebel 7.2 cm rechts vom Drehzentrum belastet, damit der Hebel im Gleichgewicht ist?

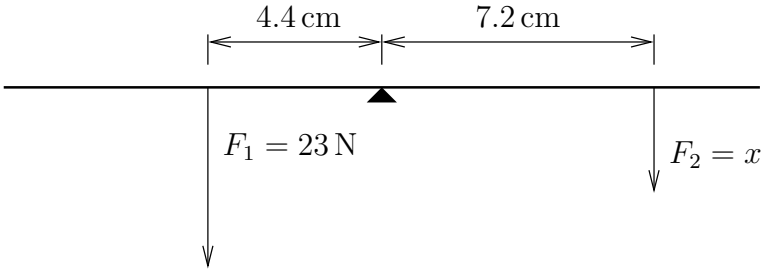


Abbildung 2.3: Hebel und zwei angreifende Kräfte

Testaufgabe 2.5 (Funktionsweise einer Waage (mündlich) K3/K4)
Erklären Sie die Funktionsweise der in Abbildung 2.4 stark vereinfachten Waage.

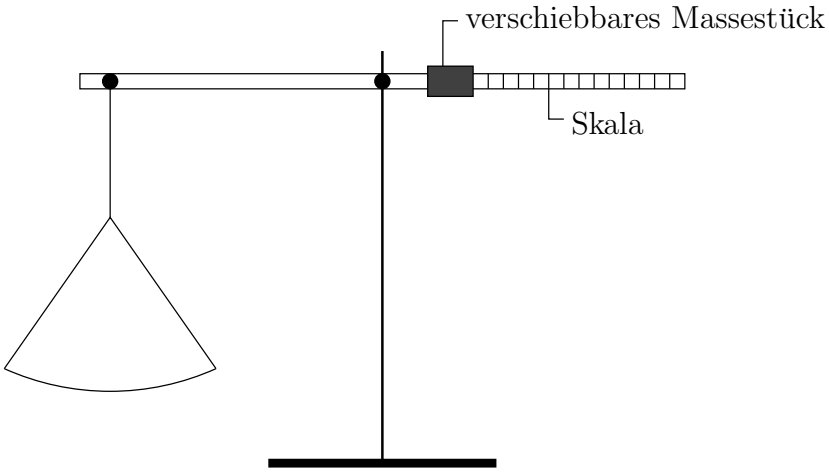


Abbildung 2.4: Waage

Testaufgabe 2.6 (Gedankenexperiment (mündlich) K3/K4)
Zeigen Sie mit Hilfe eines Gedankenexperimentes, dass, wenn sich die Massen wie 1:3 verhalten, sich die Abstände wie 3:1 verhalten.

Testaufgabe 2.7 (Bild einer Waage (mündlich) K3/K4)

a) Erklären Sie die Funktionsweise der Waage in Abbildung 2.5.

b) Was ist der Vorteil einer solchen Waage gegenüber einer einfachen Balkenwaage (Abbildung 2.6)?

Abbildung 2.5: Dezimalwaage

Abbildung 2.6: Balkenwaage

Kapiteltests 3

Anwendung des Hebelgesetzes

Testaufgabe 3.1 (Hebel im Alltag (mündlich) K1)

a) Zählen Sie mindestens zwei Alltagsgegenstände auf, die einen Hebel verwenden.
b) Zählen Sie mindestens einen Gegenstand auf, der ein Wellrad verwendet.
c) Zählen Sie mindestens eine „Sportsituation“ auf, bei der ein Hebel verwendet wird.

Testaufgabe 3.2 (Einseitiger oder Zweiseitiger Hebel (mündlich) K2)
Handelt es sich bei den Gegenstände in Abbildung 3.1 jeweils um ein einseitiger oder zweiseitiger Hebel?

(a) Beisszange (b) Nussknacker (c) Locher

Abbildung 3.1: Hilfsmittel

Testaufgabe 3.3 (Flaschenzug (mündlich) K3/K4)
In Abbildung 3.2 ist ein einfacher Flaschenzug abgebildet.

a) Erläutern Sie an diesem Beispiel die „Goldene Regel der Mechanik“!
b) Wie gross ist die Kraft die Sie benötigen, um die Last zu heben?

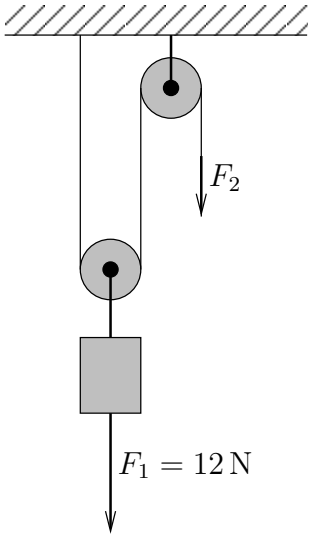


Abbildung 3.2: Flaschenzug

Testaufgabe 3.4 (Brett als Sitzbank, Laura (schriftlich) K3)
An einem Kindergeburtstag wird aus zwei Kisten und einem Brett eine Sitzbank gebaut. Dabei wird das Brett (Gewicht 52 N) einfach auf die beiden Kisten gelegt. Nun will die kleine Laura an den Rand sitzen (siehe Abbildung 3.3).

Welches Gewicht darf Laura höchstens haben, damit das Brett nicht kippt?
Tipp: Suchen Sie zuerst den Drehpunkt!

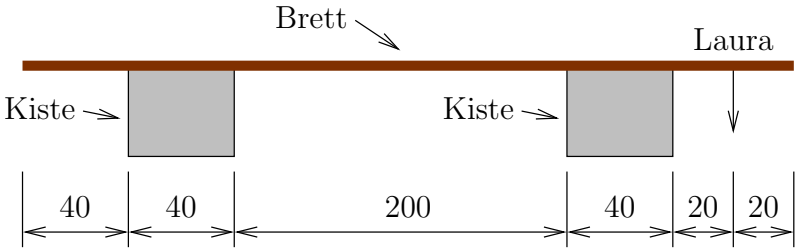


Abbildung 3.3: Sitzbank, Laura (Masse in cm)

Testaufgabe 3.5 (Brett als Sitzbank, Kevin (schriftlich) K3)
An einem Kindergeburtstag wird aus zwei Kisten und einem Brett eine Sitzbank gebaut. Dabei wird das Brett (Gewicht 60 N) einfach auf die beiden Kisten gelegt. Nun will der kleine Kevin an den Rand sitzen (siehe Abbildung 3.4).

Welches Gewicht darf Kevin höchstens haben, damit das Brett nicht kippt?

Tipp: Suchen Sie zuerst den Drehpunkt!

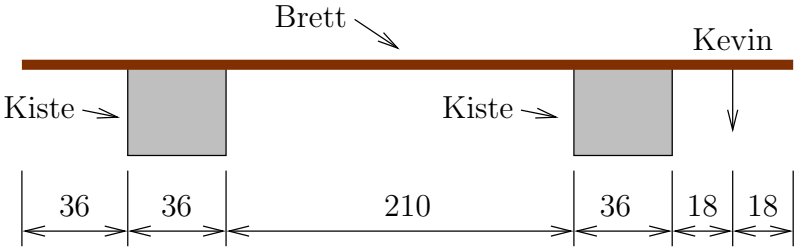


Abbildung 3.4: Sitzbank, Kevin (Masse in cm)

Testaufgabe 3.6 (Blumentopf (schriftlich))
Auf ein Vorhangbrett wurde ein kleines Brettchen geschraubt, auf dem ein Blumentopf steht (siehe Abbildung 3.5).

Die Masse des Holzbrettchen kann vernachlässigt werden, der Blumentopf inkl. Untersetzer hat eine Masse von $m = 1.06\,\mathrm{kg}$.

Die Schrauben sind 1.5 cm von der Wand entfernt in das 6 cm vorstehende Vorhangbrett geschraubt worden, der Blumentopf hat einen Druchmesser von 12 cm und steht 1 cm von der Wand entfernt.

a) Erstellen Sie eine Skizze.
b) Welche Kraft wirkt auf die Schrauben?

Abbildung 3.5: Blumentopf auf einem Vorhangbrett

Testaufgabe 3.7 (Schubkarre (schriftlich))
Auf einer Baustelle wird die Schubkarre in Abbildung 3.6 mit Sand gefüllt.

Die Schubkarre hat ein Fassungsvermögen von $V = 0.06\,\mathrm{m}^3$, Sand eine Dichte von $\varrho = 1.5\,\mathrm{t/m}^3$, der Schwerpunkt der Last befindet sich horizontal gemessen 40 cm von der Radachse entfernt, der Griff 125 cm.

a) Erstellen Sie eine Skizze.
b) Welche Kraft muss aufgewendet werden, um die Schubkarre anzuheben?
c) Die SUVA empfiehlt die in Tabelle 3.1 notierten Lastgewichte nicht zu überschreiten, welches Sandvolumen sollten Sie maximal mit der Schubkarre transportieren?

Abbildung 3.6: Schubkarre

Tabelle 3.1: Zumutbare Lastgewichte bei gelegentlichem Heben ohne besondere Hebetechnik.

Alter [Jahre]	Lastgewicht [kg]	
	Männer	Frauen
16 bis 18	19	12
18 bis 20	23	14
20 bis 35	25	15
35 bis 50	21	13
über 50	16	10

Kapiteltests 4

Vom Hebelgesetz zu den Grundgesetzen der Statik

Testaufgabe 4.1 (Definiton des Drehmoments (mündlich, schriftlich) K1/K2)
Wie lautet die physikalische Definition des Drehmoments und welche besonderen Eigenschaften hat es?

Testaufgabe 4.2 (Balken (schriftlich) K3)
Ein 15 m langer Balken (in Abbildung 4.1 grau) mit der Masse 400 kg ragt über eine Kante hinaus. Der Balken ist nicht befestigt, sondern liegt einfach nur auf. Ein Arbeiter mit der Masse von 80 kg hat den Balken so ausgelegt, dass er gerade bis ans überhängende Ende gehen kann.

a) Wie weit ragt der Balken über die Kante hinaus?
b) Was geschieht wenn der Arbeiter mit seinem Werkzeug ans überhängende Ende geht? Was folgern Sie daraus?

Abbildung 4.1: Aufliegender Balken

Testaufgabe 4.3 (Wippe (mündlich, schriftlich) K3)
Eine Wippe besteht aus einem 3 m langem homogenen Brett. Ein Kind mit der Masse von 30 kg sitzt an einem Ende der Wippe. Wo muss ein anderes Kind mit der Masse von 35 kg sitzen, damit die Wippe waagrecht steht?

Testaufgabe 4.4 (Falltor einer Autogarage (schriftlich) K3)
Sie möchten mit einer 2 m langen Stange das 500 kg schwere Falltor einer Autogarage anheben, indem Sie die Stange beim Tor unterschieben, die Stange mit einem Holzklotz unterlegen und sich dann mit ihrem ganzen Gewicht von 700 N an die Stange hängen. Wo müssen Sie den Holzklotz hinlegen, damit Ihnen das Anheben gelingt?

Testaufgabe 4.5 (Schwedenmeter, Doppelmeter (schriftlich))
Sie spielen mit einem Schwedenmeter und legen diesen dabei wie in Abbildung 4.2 (Scharnierdrehpunkt genau über der Tischkante) auf den Tisch. Sie überlegen sich wieviel mal Sie ein Stück ausklappen können (überhängender Teil wird immer länger) bis der Schwedenmeter vom Tisch fällt.

Hinweis: Vernachlässigen Sie die Überlappungen bei den Scharnieren und betrachten Sie daher alle 10 Stücke als gleich lang und schwer.

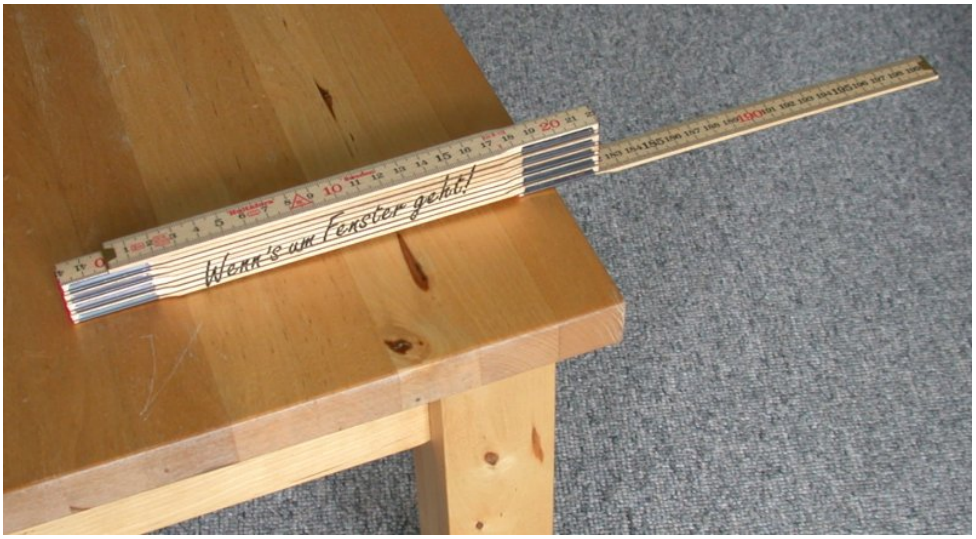


Abbildung 4.2: Schwedenmeter

Kapiteltests 5

Weitere Beispiele aus der Statik

Testaufgabe 5.1 (Statisches Gleichgewicht (mündlich, schriftlich) K1)
Wie lauten die Bedingungen, die für einen Körper im statischen Gleichgewicht erfüllt sein müssen?

Testaufgabe 5.2 (Masse auf einem Brett (schriftlich) K3)
Auf einem 2 m langen Brett liegt ein Gewicht. Das Brett sei masselos. Die beiden Waagen zeigen die Werte in Abbildung 5.1 an. Welche Masse hat das Gewicht und wo befindet es sich?

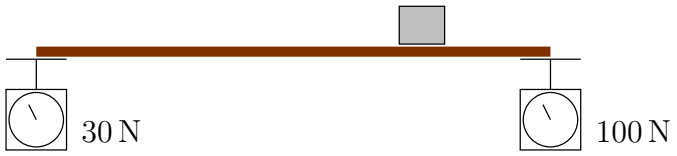


Abbildung 5.1: Masse auf einem Brett

Testaufgabe 5.3 (Bizepsmuskulatur (schriftlich) K3)
Sie möchten die Zugkraft ihrer Bizepsmuskulatur messen und ziehen daher an einem Seil. Das Kraftmessgerät zeigt 200 N an. Wie gross ist die von ihrer Bizepsmuskulatur aufgewendete Kraft? Ihr Unterarm sei ca. 30 cm lang und der Bizepsmuskel setze ca. 4 cm vom Drehpunkt des Unterarmes an (siehe Abbildung 5.2).

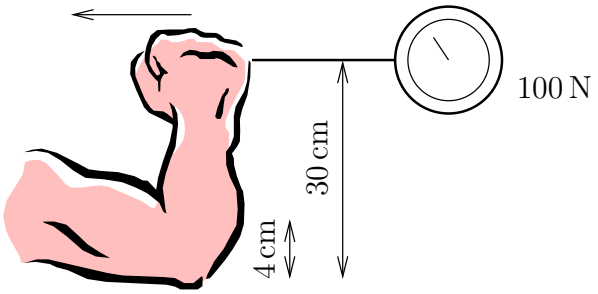


Abbildung 5.2: Bizepsmuskulatur

Testaufgabe 5.4 (Zwei Kräfte (schriftlich) K4)
Zwei Kräfte greifen bei einem Stab im Abstand von 30 cm an. Die eine Kraft ist doppelt so gross wie die andere (Abbildung 5.3). Durch welche Kraft könnte man die beiden ersetzen, so dass die gleiche Wirkung auf den Stab entstehen würde, und wo müsste die Kraft angreifen?

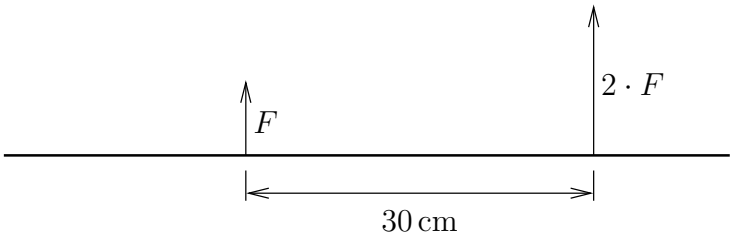


Abbildung 5.3: Zwei Kräfte greifen an

Testaufgabe 5.5 (Baukran (schriftlich))
Für eine Baustelle wurde der Baukran in Abbildung 5.4 aufgestellt. Der Ausleger ist 36 m lang, der Kranunterbau 5 mal 5 m und der Schwerpunkt der Gegengewichte ($m = 40\,\mathrm{t}$) befindet sich 2 m von der Turmachse entfernt.

a) Erstellen Sie eine Skizze.
b) Bei welcher Last am Ausleger (in 36 m) kippt der Kran.
c) Wie hoch darf die Last maximal sein wenn sich die Laufkatze (verschiebbarer oberer Teil des Flaschenzugs) in 10 m Entfernung von der Turmachse befindet?
d) Eine Last von 10 t hängt am Haken, wie weit darf die Laufkatze maximal von der Turmachse weggefahren werden?

Abbildung 5.4: Baukran

Kapiteltests 6

Der Flaschenzug

Testaufgabe 6.1 (Gegenstände mit Flaschenzug (mündlich) K1)
Zählen Sie mindestens vier Gegenstände auf, die einen Flaschenzug verwenden.

Testaufgabe 6.2 (Fahrleitung spannen (mündlich, schriftlich) K2/K3)
Um eine Fahrleitung zu spannen, wird oft ein Flaschenzug verwendet (Abbildung 6.1). Berechnen Sie die Kraft, mit der die Fahrleitung gespannt wird.

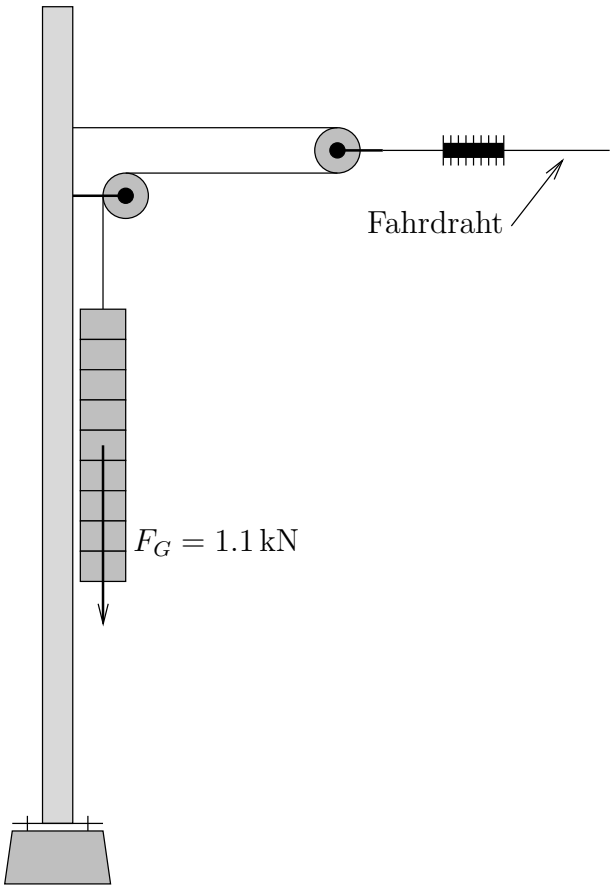


Abbildung 6.1: Spannvorrichtung für den Fahrdraht

Testaufgabe 6.3 (Flaschenzug (mündlich, schriftlich) K2/K3)

a) Überlegen Sie sich, wie viel Seil wir beim Flaschenzug (Abbildung 6.2) ziehen müssen, um das Gewicht um 10 cm zu heben.

b) Mit welcher Kraft muss man ziehen?

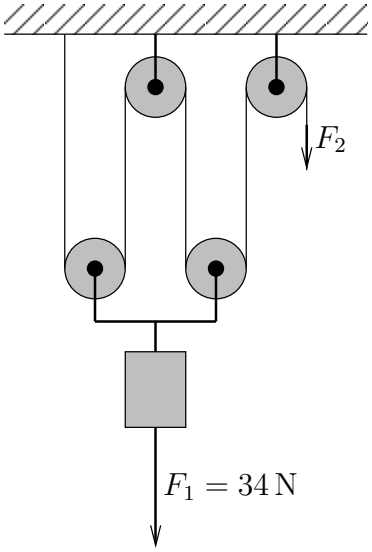


Abbildung 6.2: Flaschenzug

Testaufgabe 6.4 (Improvisierter Flaschenzug (mündlich und Skizze) K3/K4)

Um eine Person aus einer Gletscherspalte zu befreien, müssen Sie einen improvisierten Flaschenzug herstellen. Sie haben genügend Seile einen Pickel zur Verankerung und zwei Karabinerhaken, die die Funktion der Rollen übernehmen. Bauen Sie einen Flaschenzug, der die Kraft drittelt! (Obwohl die Reibung hier eine Rolle spielt, vernachlässigen wir sie.)

Kapiteltests 7

Archimedes

Testaufgabe 7.1 (Legenden (mündlich) K1/K2)
Nennen Sie zwei der Legenden über Archimedes. Erzählen Sie eine davon in wenigen Sätzen.

Testaufgabe 7.2 (Archimedische Schraube (mündlich) K2/K3)
Erläutern Sie die Funktionsweise der Archimedischen Schraube.

Testaufgabe 7.3 (π (schriftlich) K3)
Gegeben ist ein Kreis mit dem Radius 1. Im Kreis ist ein reguläres Sechseck einbeschrieben und ein anderes umschrieben (Abbildung 7.1).

a) Berechnen Sie den Umfang der beiden Sechsecke.
b) Nehmen Sie diese Sechsecke als sehr grobe Näherung für einen Kreis. In welchem Intervall liegt dann die Zahl?

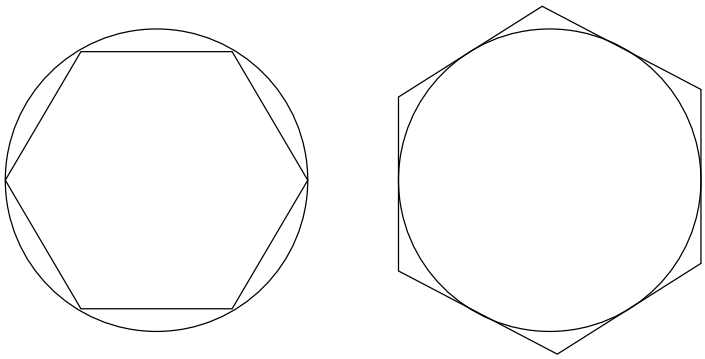


Abbildung 7.1: Flaschenzug

Teil V

Lösungen Kapiteltests für den Lehrer

Kapiteltests Lösungen 1

Der Schwerpunkt

Lösung Testaufgabe 1.1 Kartonkörper (experimentell) K2

Die Lösung ist in Abbildung 1.1 auf der nächsten Seite dargestellt

Lösung Testaufgabe 1.2 Kartonkörper (experimentell) K2

Die Lösung ist in Abbildung 1.2 auf der nächsten Seite dargestellt

Lösung Testaufgabe 1.3 Kartonkörper (experimentell) K2

Die Lösung ist in Abbildung 1.3 auf der nächsten Seite dargestellt

Lösung Testaufgabe 1.4 Kartonkörper (experimentell) K2

Die Lösung ist in Abbildung 1.4 auf Seite 101 dargestellt

Lösung Testaufgabe 1.5 Gleichgewichtsarten (mündlich) K2

a) labiles Gleichgewicht
b) stabiles Gleichgewicht

Lösung Testaufgabe 1.6 Gleichgewichtsarten (mündlich) K2

a) indifferentes Gleichgewicht
b) stabiles Gleichgewicht

Lösung Testaufgabe 1.7 Gleichgewichtsarten (mündlich) K2

a) stabiles Gleichgewicht
b) indifferentes Gleichgewicht

Lösung Testaufgabe 1.8 Standfestigkeit erhöhen (mündlich) K3/K4

a) Man kann den Schwerpunkt tiefer legen (z.B. indem man den Fuss beschwert).
b) Man kann die Standfläche bzw. den Lampenfuss verbreitern.

Lösung Testaufgabe 1.9 Stehaufmännchen (mündlich) K3/K4

Beim „Stehaufmännchen“ sind der Schwerpunkt und die Form so gewählt, dass der Schwerpunkt in der aufrechten Position am tiefsten ist (Abbildung 1.5 auf Seite 101).

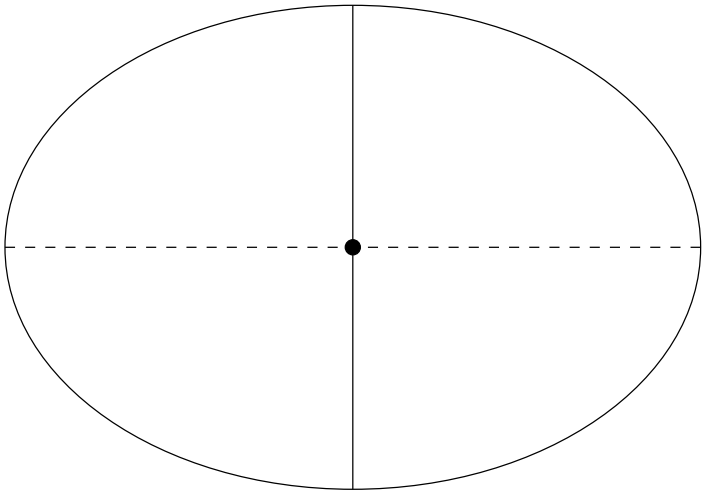


Abbildung 1.1: Lösung Schwerpunkt Elipse

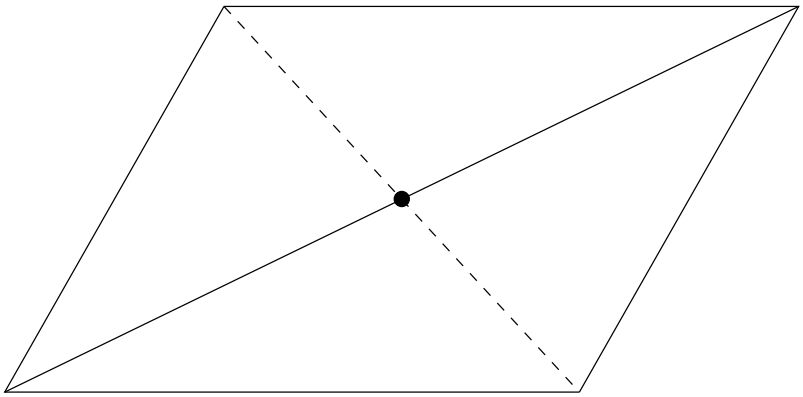


Abbildung 1.2: Lösung Schwerpunkt Parallelogram

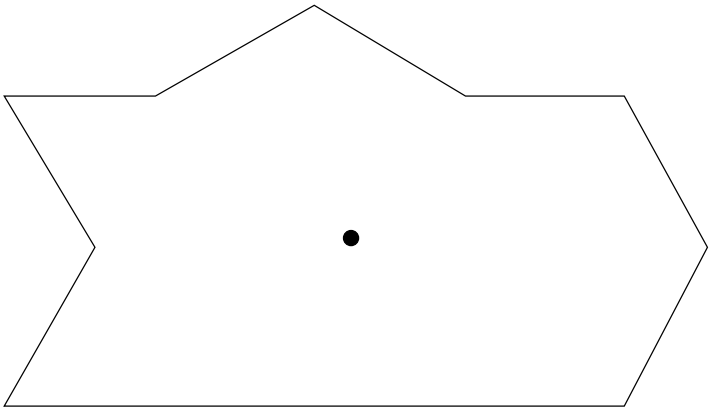


Abbildung 1.3: Lösung Schwerpunkt Vieleck

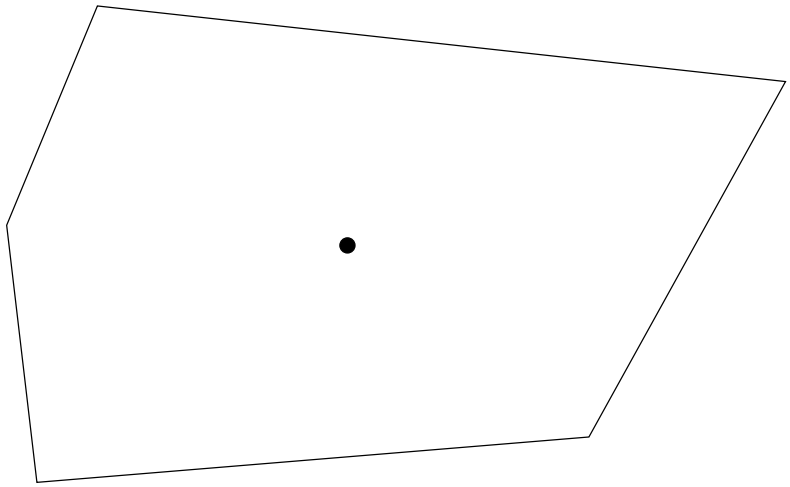


Abbildung 1.4: Lösung Schwerpunkt Fünfeck

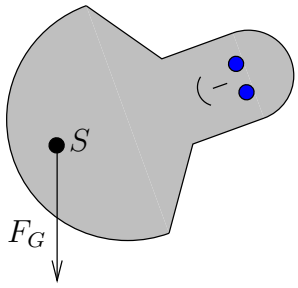


Abbildung 1.5: „Stehaufmännchen“ mit eingezeichnetem Schwerpunkt S

Kapiteltests Lösungen 2

Das Hebelgesetz

Lösung Testaufgabe 2.1 Gegenstände (mündlich)

Wippe, Balkenwaage, Zange, Locher,...

Lösung Testaufgabe 2.2 Hebelarmlänge (schriftlich) K3

Gegeben:

$$\begin{aligned} r_1 &= 0.030\,\mathrm{m} \\ F_1 &= 12\,\mathrm{N} \\ F_2 &= 7.5\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Gesucht:

$$r_2$$

Lösungsweg:

$$\begin{aligned} r_1 \cdot F_1 &= r_2 \cdot F_2 \qquad | : F_2 \\ r_2 &= \frac{r_1 \cdot F_1}{F_2} = \frac{0.030\,\mathrm{m} \cdot 12\,\mathrm{N}}{7.5\,\mathrm{N}} = 0.048\,\mathrm{m} \\ r_2 &= 4.8\,\mathrm{cm} \end{aligned}$$

Lösung Testaufgabe 2.3 Drehzentrum eines Hebel (schriftlich) K3)

Gegeben:

$$\begin{aligned} l_{tot} &= 0.25\,\mathrm{m} \\ F_1 &= 15\,\mathrm{N} \\ F_2 &= 6\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Gesucht:

$$x = r_1$$

Lösungsweg:

$$
\begin{aligned}
l_{tot} - x &= r_2 \\
r_1 \cdot F_1 &= r_2 \cdot F_2 \qquad \text{einsetzen von } r_1 \text{ und } r_2 \\
x \cdot F_1 &= (l_{tot} - x) \cdot F_2 \\
x \cdot F_1 &= l_{tot} \cdot F_2 - x \cdot F_2 \qquad | + x \cdot F_2 \\
x \cdot F_1 + x \cdot F_2 &= l_{tot} \cdot F_2 \\
x \cdot (F_1 + F_2) &= l_{tot} \cdot F_2 \qquad | : (F_1 + F_2) \\
x &= \frac{l_{tot} \cdot F_2}{F_1 + F_2} \\
x &= \frac{0.25\,\mathrm{m} \cdot 6\,\mathrm{N}}{15\,\mathrm{N} + 6\,\mathrm{N}} = 0.071429\,\mathrm{m} \\
x &= 7.1\,\mathrm{cm}
\end{aligned}
$$

Lösung Testaufgabe 2.4 Hebel und zwei angreifende Kräfte (schriftlich) K3)

Gegeben:

$$
\begin{aligned}
r_1 &= 0.044\,\mathrm{m} \\
r_2 &= 0.072\,\mathrm{m} \\
F_1 &= 23\,\mathrm{N}
\end{aligned}
$$

Gesucht:

$$F_2$$

$$
\begin{aligned}
r_1 \cdot F_1 &= r_2 \cdot F_2 \qquad | : r_2 \\
F_2 &= \frac{r_1 \cdot F_1}{r_2} = \frac{0.044\,\mathrm{m} \cdot 23\,\mathrm{N}}{0.072\,\mathrm{m}} = 14.056\,\mathrm{N} \\
F_2 &= 14\,\mathrm{N}
\end{aligned}
$$

Lösung Testaufgabe 2.5 Funktionsweise einer Waage (mündlich)

Auf der linken Seite wird die zu bestimmende Masse in die Schale gelegt. Das Massenstück auf der rechten Seite wird so lange verschoben, bis die Waage im Gleichgewicht ist.

Mit Hilfe des Hebelgesetzes kann nun die linke Masse bestimmt werden. Im Normalfall ist die Skala entsprechend geeicht.

Lösung Testaufgabe 2.6 Gedankenexperiment (mündlich)

Die Lösung ist in der Abbildung 2.1 auf der nächsten Seite dargestellt.

Lösung Testaufgabe 2.7 Bild einer Waage (mündlich) K3/K4

a) Auf der linken Seite wird die zu bestimmende Masse in die Schale gelegt. Das Massenstück auf der rechten Seite wird so lange verschoben, bis die Waage im Gleichgewicht ist.
Mit Hilfe des Hebelgesetzes kann nun die linke Masse bestimmt werden. Im Normalfall ist die Skala entsprechend geeicht.

b) Es sind keine Referenzgewichte notwendig. Das verschiebbare Massestück, kann eine viel geringere Masse aufweisen als die Masse in der Waagschale, je nach Konstruktion der Waage, oft jedoch einen Zehntel der maximal wiegbaren Masse (Dezimalwaage).

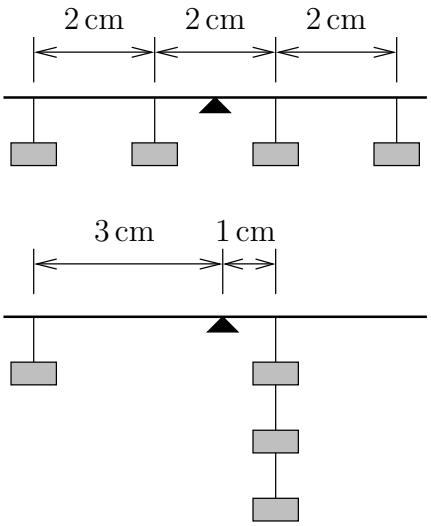


Abbildung 2.1: Lösung Gedankenexperiment 3 zu 1

Kapiteltests Lösungen 3

Anwendung des Hebelgesetzes

Lösung Testaufgabe 3.1 Hebel im Alltag (mündlich) K1

a) Knoblauchpresse, Papierschneidemaschine, Haushaltsschere, Gartenschere, Balkenwaage, Wäscheklammer.
b) Velorad (Kindervelo ohne Schaltung), Getriebe.
c) Judo, Schwingen, Segeln (ins Trapez steigen), Rudern.

Lösung Testaufgabe 3.2 Einseitiger oder Zweiseitiger Hebel (mündlich) K2

a) Beisszange: zweiseitiger Hebel
b) Nussknacker: einseitiger Hebel
c) Locher: einseitiger Hebel

Lösung Testaufgabe 3.3 Flaschenzug (mündlich) K3/K4

a) Die Goldene Regel lautet: Die Kraft ist umgekehrt proportional zum Weg. Um die Masse z. B. 10 cm zu heben, muss man 20 cm (das Doppelte) am Seil ziehen. Dafür braucht man nur die halbe Kraft.
b) Mit einer Kraft $F_2 = 6\,\mathrm{N}$.

Lösung Testaufgabe 3.4 Brett als Sitzbank, Laura (schriftlich) K3

In der Abbildung 3.1 auf der nächsten Seite sind die Schwerpunkte und der Drehpunkt eingezeichnet.
Gegeben:

$$\begin{aligned} r_1 &= 1.40\,\mathrm{m} \\ r_2 &= 0.20\,\mathrm{m} \\ F_1 &= 52\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Gesucht:

$$F_2$$

$$\begin{aligned} r_1 \cdot F_1 &= r_2 \cdot F_2 \qquad | : r_2 \\ F_2 &= \frac{r_1 \cdot F_1}{r_2} = \frac{1.40\,\mathrm{m} \cdot 52\,\mathrm{N}}{0.20\,\mathrm{m}} = 364\,\mathrm{N} \\ F_2 &= 364\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

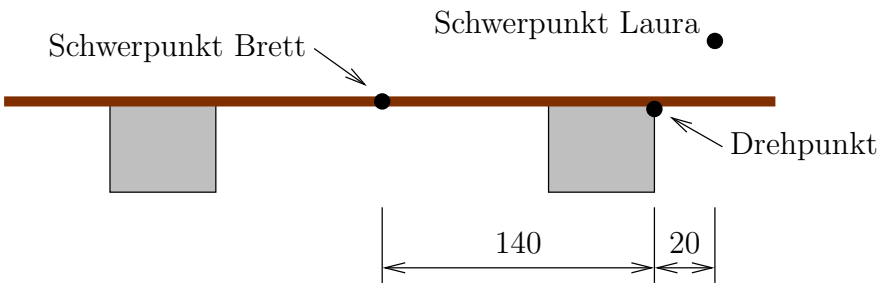


Abbildung 3.1: Lösung: Sitzbank, Laura

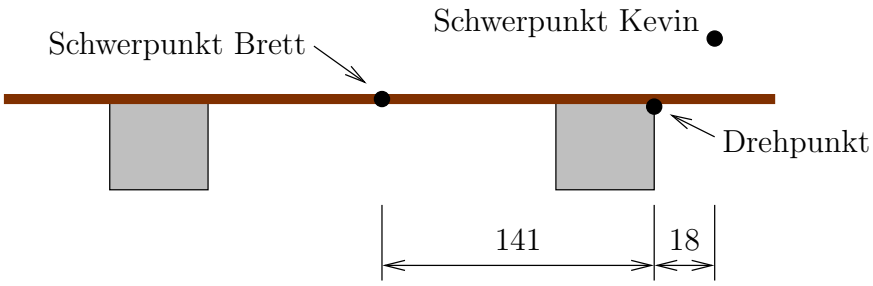


Abbildung 3.2: Lösung: Sitzbank, Kevin

Lösung Testaufgabe 3.5 Brett als Sitzbank, Kevin (schriftlich) K3

In der Abbildung 3.2 sind die Schwerpunkte und der Drehpunkt eingezeichnet.
Gegeben:

$$\begin{aligned} r_1 &= 1.41\,\mathrm{m} \\ r_2 &= 0.18\,\mathrm{m} \\ F_1 &= 60\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Gesucht:

$$F_2$$

$$\begin{aligned} r_1 \cdot F_1 &= r_2 \cdot F_2 \qquad | : r_2 \\ F_2 &= \frac{r_1 \cdot F_1}{r_2} = \frac{1.41\,\mathrm{m} \cdot 60\,\mathrm{N}}{0.18\,\mathrm{m}} = 470\,\mathrm{N} \\ F_2 &= 470\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Lösung Testaufgabe 3.6 Blumentopf (schriftlich)

a) Skizze
b) Gegeben:

$$\begin{aligned} r_1 &= \frac{12\,\mathrm{cm}}{2} + 1\,\mathrm{cm} - 6\,\mathrm{cm} = 1\,\mathrm{cm} \\ r_2 &= 6\,\mathrm{cm} - 1.5\,\mathrm{cm} = 4.5\,\mathrm{cm} \\ F_1 &= mg = 1.06\,\mathrm{kg} \cdot 10\,\mathrm{m/s^2} = 10.6\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Gesucht: F_2
Lösungsweg:

$$F_1 r_1 = F_2 r_2 \Rightarrow F_2 \frac{F_1 r_1}{r_2} = \frac{10.6\,\mathrm{N} \cdot 1\,\mathrm{cm}}{4.5\,\mathrm{cm}} = 2.36\,\mathrm{N}$$

Lösung Testaufgabe 3.7 Schubkarre (schriftlich)

a) Skizze
b) Gegeben:

$$\begin{aligned} r_1 &= 0.4\,\mathrm{m} \\ r_2 &= 1.25\,\mathrm{m} \\ F_1 &= V\varrho g = 0.06\,\mathrm{m}^3 \cdot 1500\,\mathrm{kg/m}^3 \cdot 10\,\mathrm{m/s}^2 = 900\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Gesucht: F_2

$$F_1 r_1 = F_2 r_2 \Rightarrow F_2 = \frac{F_1 r_1}{r_2} = \frac{900\,\mathrm{N} \cdot 0.4\,\mathrm{m}}{1.25\,\mathrm{m}} = 288\,\mathrm{N}$$

c) Gegeben: F_2 je nach Person z. B. $14\,\mathrm{kg} \cdot g$
Gesucht: V

$$\begin{aligned} F_1 &= V\varrho g \\ F_1 r_1 &= F_2 r_2 \\ V\varrho g r_1 &= F_2 r_2 \\ V &= \frac{F_2 r_2}{\varrho g r_1} = \frac{14\,\mathrm{kg} \cdot g \cdot 1.25\,\mathrm{m}}{1500\,\mathrm{kg/m}^3 \cdot g \cdot 0.4\,\mathrm{m}} = 0.029\,\mathrm{m}^3 \end{aligned}$$

Kapiteltests Lösungen 4

Vom Hebelgesetz zu den Grundgesetzen der Statik

Lösung Testaufgabe 4.1 Definiton des Drehmoments (mündlich, schriftlich) K1/K2

Die Definition des Drehmomentes lautet Kraft mal Hebelarm, wobei der Hebelarm durch das Lot auf die Wirkungslinie der Kraft durch den Drehpunkt bestimmt wird. Als besondere Eigenschaft des Drehmomentes gilt die Drehwirkung. Entweder ist die Drehwirkung linksdrehend (positiv, Gegenuhrzeigersinn) oder rechtsdrehend (negativ, Uhrzeigersinn).

Lösung Testaufgabe 4.2 Balken (schriftlich) K3

a) Wir nehmen als Drehpunkt exakt den Auflagepunkt an der Kante. Für diesen Punkt muss das Drehmoment des Arbeiters:

$$M_1 = -80\,\mathrm{kg} \cdot g \cdot x$$

(rechtsdrehend → negativ) genau das Drehmoment des Schwerpunktes

$$M_2 = +400\,\mathrm{kg} \cdot g \cdot (7.5\,\mathrm{m} - x)$$

(linksdrehend → positiv) aufheben. g bezeichnet hier die Erdbeschleunigung. Wir erhalten daraus:

$$M_R = M_1 + M_2 = -80\,\mathrm{kg} \cdot g \cdot x + 400\,\mathrm{kg} \cdot g \cdot (7.5\,\mathrm{m} - x) = 0$$

Daraus ergibt sich $x = 6.25\,\mathrm{m}$.

b) Er stürzt zusammen mit dem Balken in die Tiefe. Immer auf genügend Sicherheitsreserven achten.

Lösung Testaufgabe 4.3 Wippe (mündlich, schriftlich) K3

Mit der Gleichgewichtsbedingung für die Drehmomente erhalten wir:

$$30\,\mathrm{kg} \cdot g \cdot 1.5\,\mathrm{m} = 35\,\mathrm{kg} \cdot g \cdot x$$

Daraus folgt $x = 1.3\,\mathrm{m}$.

Lösung Testaufgabe 4.4 Falltor einer Autogarage (schriftlich) K3

Die Gewichtskraft der Falltüre ist $F = 500\,\mathrm{kg} \cdot g = 5\,\mathrm{kN}$. Mit dem Gleichgewicht für die Drehmomente ergibt sich:

$$5\,\mathrm{kN} \cdot x = 0.7\,\mathrm{kN} \cdot (2\,\mathrm{m} - x)$$

Daraus erhalten wir für $x = 0.25\,\mathrm{m}$.

Lösung Testaufgabe 4.5 Schwedenmeter, Doppelmeter (schriftlich)

Ein ausklappbares Stück (20 cm = 1 Längeneinheit(LE)) des Schwedenmeters habe die Masse m. Ein Stück nach dem anderen wird ausgeklappt (Tabelle 4.1).

Tabelle 4.1: Drehmomente in jedem Schritt

Anzahl ausgeklappte Stücke	Drehmoment Überhängend		Aufliegend
1	$0.5\,\mathrm{LE} \cdot m$	$\leq$	$0.5\,\mathrm{LE} \cdot 9m$
2	$1\,\mathrm{LE} \cdot 2m$	$\leq$	$0.5\,\mathrm{LE} \cdot 8m$
3	$1.5\,\mathrm{LE} \cdot 3m$	$\nleq$	$0.5\,\mathrm{LE} \cdot 7m$

Zwei Stücke (40 cm) können ausgeklappt werden, beim dritten Stück kippt der Schwedenmeter.

Beim experimentellen überprüfen, ist darauf zu achten, dass sich der Drehpunkt der Schaniere des Schwedenmeters genau auf der Höhe der Tischkante befindet.

Kapiteltests Lösungen 5

Weitere Beispiele aus der Statik

Lösung Testaufgabe 5.1 Statisches Gleichgewicht (mündlich, schriftlich) K1

Wenn ein Körper in einem statischen Gleichgewicht ist, muss die resultierende äussere Kraft und das resultierende äussere Drehmoment bezüglich irgendeines Punktes des Körpers verschwinden.

Lösung Testaufgabe 5.2 Masse auf einem Brett (schriftlich) K3

Aus dem Kraftgleichgewicht erhält man für die Gewichtskraft der Masse $F = 130\,\mathrm{N}$, was dem Gewicht $m = F/g = 13\,\mathrm{kg}$ entspricht. Mit der Gleichgewichtsbedingung für die Drehmomente erhalten wir (bezüglich Auflagepunkt der linken Waage):

$$\begin{aligned} 100\,\mathrm{N} \cdot 2\,\mathrm{m} &= 130\,\mathrm{N} \cdot r \qquad | : 130\,\mathrm{N} \\ r &= \frac{100\,\mathrm{N} \cdot 2\,\mathrm{m}}{130\,\mathrm{N}} = 1.54\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

Lösung Testaufgabe 5.3 Bizepsmuskulatur (schriftlich) K3

Mit der Gleichgewichtsbedingung für die Drehmomente erhalten wir:

$$200\,\mathrm{N} \cdot 30\,\mathrm{cm} = F \cdot 4\,\mathrm{cm}$$

Daraus folgt $F = 1500\,\mathrm{N}$.

Lösung Testaufgabe 5.4 Zwei Kräfte (schriftlich) K4

Die resultierende Kraft muss die Summe der beiden einzelnen Kräfte sein und dasselbe Drehmoment auf den Stab ausüben. Die Kraft ist daher dreimal so gross wie die kleinere Kraft. Aus der Gleichgewichtsbedingung für die Drehmomente folgt bei einer willkürlichen Wahl des Drehpunktes (Variablen wie in Abbildung 5.1):

$$x \cdot F + (x + 30\,\text{cm}) \cdot 2F = y \cdot 3F$$

Daraus folgt:

$$y = \frac{3x + 60\,\text{cm}}{3} = x + 20\,\text{cm}$$

D. h. der Abstand zwischen den beiden Angriffspunkten der Kräfte wird im umgekehrten Verhältnis der Kräfte geteilt!

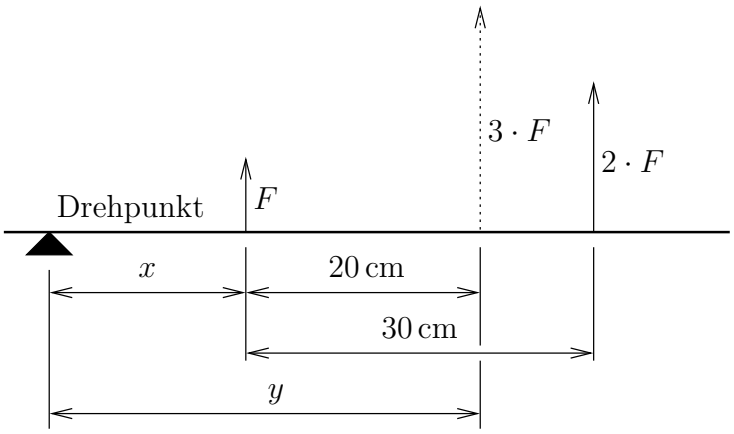


Abbildung 5.1: Lösung: Zwei Kräfte

Lösung Testaufgabe 5.5 Baukran (schriftlich)

a) siehe Abbildung 5.2

b) Drehpunkt 2.5 m von der Turmachse in Richtung Ausleger wählen, Drehmomentgleichung aufstellen und gleich 0 setzen:

$$(36\,\mathrm{m} - 2.5\,\mathrm{m}) \cdot m_{\mathrm{Last}} \cdot g - (2\,\mathrm{m} + 2.5\,\mathrm{m}) \cdot 40\,\mathrm{t} \cdot g = 0$$

$$\Rightarrow m_{\mathrm{Last}} = \frac{(2\,\mathrm{m} + 2.5\,\mathrm{m}) \cdot 40\,\mathrm{t} \cdot g}{(36\,\mathrm{m} - 2.5\,\mathrm{m}) \cdot g} = 5.37\,\mathrm{t}$$

c) Gleich wie b):

$$(10\,\mathrm{m} - 2.5\,\mathrm{m}) \cdot m_{\mathrm{Last}} \cdot g - (2\,\mathrm{m} + 2.5\,\mathrm{m}) \cdot 40\,\mathrm{t} \cdot g = 0$$

$$\Rightarrow m_{\mathrm{Last}} = \frac{(2\,\mathrm{m} + 2.5\,\mathrm{m}) \cdot 40\,\mathrm{t} \cdot g}{(10\,\mathrm{m} - 2.5\,\mathrm{m}) \cdot g} = 24\,\mathrm{t}$$

d) Gleich wie b):

$$(x - 2.5\,\mathrm{m}) \cdot 10\,\mathrm{t} \cdot g - (2\,\mathrm{m} + 2.5\,\mathrm{m}) \cdot 40\,\mathrm{t} \cdot g = 0$$

$$(x - 2.5\,\mathrm{m}) \cdot 10\,\mathrm{t} = (2\,\mathrm{m} + 2.5\,\mathrm{m}) \cdot 40\,\mathrm{t}$$

$$x - 2.5\,\mathrm{m} = \frac{(2\,\mathrm{m} + 2.5\,\mathrm{m}) \cdot 40\,\mathrm{t}}{10\,\mathrm{t}} = 18\,\mathrm{m}$$

$$x = 18\,\mathrm{m} + 2.5\,\mathrm{m} = 20.5\,\mathrm{m}$$

Beachte: Bei diesem Kran ist eine maximale Last von 4 t zulässig.

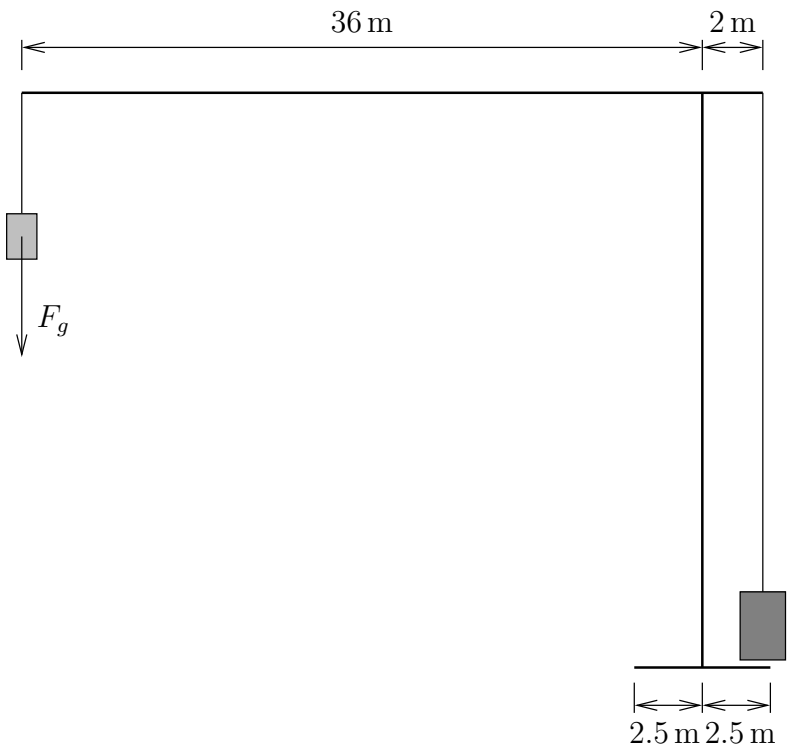


Abbildung 5.2: Skizze Baukran (Turmkran Untendreher)

Kapiteltests Lösungen 6

Der Flaschenzug

Lösung Testaufgabe 6.1 Gegenstände mit Flaschenzug (mündlich) K1

Kran, Bauplatz zum Heben von kleinen Lasten, Segeln (um Segel aufzuziehen etc.), Sonnenschirm, Fahrleitungsspanner, Bergrettung.

Lösung Testaufgabe 6.2 Fahrleitung spannen (mündlich, schriftlich) K2/K3

$$F = 2.2\,\mathrm{kN}$$

Die Kraft wird verdoppelt.

Lösung Testaufgabe 6.3 Flaschenzug (mündlich, schriftlich) K2/K3

a) $40\,\mathrm{cm}$
   Das Gewicht hängt an vier Seilsträngen.
b) $F = 8.5\,\mathrm{N}$

Lösung Testaufgabe 6.4 Improvisierter Flaschenzug (mündlich und Skizze) K3/K4

Die Lösung ist in Abbildung 6.1 grob skizziert.

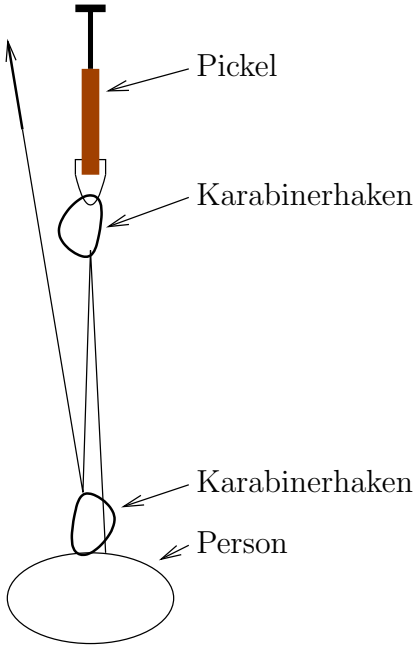


Abbildung 6.1: Improvisierter Flaschenzug mit Pickel und zwei Karabinerhaken als improvisierte Rollen

Kapiteltests Lösungen 7

Archimedes

Lösung Testaufgabe 7.1 Legenden (mündlich) K1/K2

Siehe Ruch (2002)

Lösung Testaufgabe 7.2 Archimedische Schraube (mündlich) K2/K3

Siehe Ruch (2002)

Lösung Testaufgabe 7.3 π (schriftlich) K3

a) Der Umfang des kleineren Sechsecks ist 6. Der Umfang des grösseren Sechsecks ist 6.93.
b) π liegt dann im Intervall $3 < \pi < 3.46$.

Teil VI

Anhang

Hinweise

Lehrer

Geben Sie den Schüler den Teil I „Leitprogramm“ und Teil III „Lösungen und Hinweise“. Für schnellere oder interessiertere Schüler gibt es noch den Teil II „Zusatz“.

Dieses Leitprogramm sollte doppelseitig (duplex longbind) gedruckt werden. Die Sinnbilder sind dann jeweils am äusseren Rand. Beim setzen der Abbildungen wurde darauf geachtet, dass der dazugehörige Text, falls irgendwie möglich, auf der selben Doppelseite ist.

Im Teil I „Leitprogramm“ gibt es nicht sehr viele Aufgaben, um den Stoff zu vertiefen. Daher wird empfohlen, den Schülerinnnen und Schüler nach dem Durcharbeiten des Leitprogramms für eine eventuelle Prüfungsvorbereitung mehr Aufgaben zur Verfügung zu stellen. Dazu kann zum Beispiel nach dem Durcharbeiten des Leitprogramms Teil IV „Kapiteltests für den Lehrer“ und die Lösungen dazu im Teil V abgegeben werden.

Dokument

Dieses Leitprogramm wurde mit LaTeX gesetzt. Alle Abbildungen ohne Quellenangaben im Abbildungsverzeichnis wurden selbst gezeichnet oder fotografiert. Die gezeichneten Abbildungen wurden mit Xfig erstellt und anschliessend in ein kombiniertes PDF/LaTeX-Format exportiert (Ausführen des Bash-Script `umwandeln`). Als Betriebssystem wurde Debian Linux verwendet, alle verwendeten Programme sind freiverfügbar und daher für viele andere Betriebssysteme erhältlich. Die zum erstellen dieser PDF-Datei notwendigen Dateien sind in dieser PDF-Datei angehängt.

- LaTeX: `*.tex`, `*.sty`, → `latex.zip`
- Scripts `umwandeln`, `zipall`, `runme` → `scripts.zip`
- Ordner `literatur`: `*.bib` → `literatur.zip`
- Ordner `icons`: `*.png`, `*.svg` → `icons.zip`
- Ordner `fig`: `*.fig`, `*.pdf_t`, `*.pdf`, `umwandeln` → `fig.zip`
- Ordner `fotos`: `*.jpg` → `fotos.zip`
- Ordner `grafiken`: `*.jpg`, `*.png` → `grafiken.zip`
- Ordner `applet`: Java Applet von Fendt (2004) → `applet.zip`

Mediothek für die Schüler

[Bergmann 2004] Red. Schule und Lernen [Red. Leitung Martin Bergmann]: *Schülerduden: Physik: [ein Lexikon zum Physikunterricht]: [die Grundlagen der modernen Physik]: [Begriffe und Methoden, Zusammenhänge und Gesetze anschaulich geklärt].* Dudenverlag, Mannheim, 2004

[Cappelli u. a. 2004] Cappelli, Bruno ; Felder, Bernhard ; Grentz, Wolfgang ; Mohr, Martin ; Prim, Christian ; von Salis, Radolf ; Seipel, Oliver ; von Weymarn, Constantin: *Physik anwenden und verstehen Aufgaben für die Sekundarstufe II.* Orell Füssli, Zürich, 2004

[Dorn und Bader 2002] Dorn, F. ; Bader, F.: *Physik in einem Band.* Schroedel, Hannover, 2002

[Fendt 2004] Fendt, Walter: *Gleichgewicht dreier Kräfte.* März 2004. – URL `http://www.walter-fendt.de/ph14d/gleichgewicht.htm`

[FuT 2003] Deutschschweizerischen Mathematikkommission (DMK) ; Deutschschweizerischen Physikkommission (DPK): *Formeln und Tafeln.* 10. durchgesehene Auflage. Orell Füssli Verlag AG, 2003

[Halliday u. a. 2003] Halliday, D. ; Resnick, R. ; Walker, J.: *Physik.* Wiley-VCH, Weinheim, 2003

[Rorres 1995] Rorres, Chris: *Archimedes.* Oktober 1995. – URL `https://www.cs.drexel.edu/~crorres/Archimedes/contents.html`

[Ruch 2002] Ruch, Claudia: *Geschichte der Mathematik: Archimedes von Syrakus.* 2002. – URL `http://www.muehe.muc.kobis.de/awgruch/index.html`

[Schüle 1996] Schüle, Bettina: *Archimedes.* 1996. – URL `http://geometrie.diefenbach.at/Geschichte/Archimedes/Text0.htm`

[Sexl u. a. 1996] Sexl, Roman ; Raab, Ivo ; Streeruwitz, Ernst: *Das mechanische Universum (Eine Einführung in die Physik).* Bd. 1. 3. Auflage. Sauerländer, Aarau, Frankfurt am Main, Salzburg, 1996. – ISBN 3-7941-4039-7

[Stöcker 1998] Stöcker, H.: *Taschenbuch der Physik: Formeln, Tabellen, Übersichten.* Verlag Harri Deutsch, Thun, Frankfurt, 1998

[Tipler und Mosca 2004] Tipler, Paul ; Mosca, Gene: *Physik (Für Wissenschaftler und Ingenieure).* 2. Auflage. Spektrum Akademischer Verlag, Elsevier GmbH, München, 2004

[Wikipedia 2006] : *Archimedes.* September 2006. – URL `http://de.wikipedia.org/wiki/Archimedes`

Benötigte Hilfsmittel

Während des ganzen Leitprogramms werden Taschenrechner, Lineal oder Geodreieck gebraucht. In einigen Kapitel werden zusätzliche Hilfsmittel benötigt:

Kapitel 1: Der Schwerpunkt

- Dünner Karton
  - Schneidunterlage und Messer oder Schere, um die Körper zu erstellen.

  oder Kunststoffdreiecke und beliebige (flache) Körper mit Löchern an den Ecken und sonstigen Stellen für die Nadel
  - Folienschreiber, um die Schwerelinien einzuzeichnen.
- Dicker Faden („Sternlifaden“)
- Nadel
- Gewichtstück, es kann auch ein Kugelschreiber sein

Kapitel 2: Das Hebelgesetz

- Flacher Holzmassstab (Reibung!) 30 cm und ein Bleistift.
- Neun identische Gewichte, es können schwere Münzen z. B. Ein-Euro-Stücke oder Unterlagsscheiben verwendet werden.

Kapitel 5: Weitere Beispiele aus der Statik

- Computer mit Webbrowser und Java. Die Animation kann auch nach vorherigem herunterladen ausgeführt werden.

Kapitel 7: Archimedes

- Computer mit Internetanschluss

Als Grundlagen benutzte Quellen

[Ackermann 1991] Ackermann, P. ; Schreier, Wolfgang (Hrsg.): *Geschichte der Physik: ein Abriss.* VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 1991

[Cappelli u. a. 2004] Cappelli, Bruno ; Felder, Bernhard ; Grentz, Wolfgang ; Mohr, Martin ; Prim, Christian ; von Salis, Radolf ; Seipel, Oliver ; von Weymarn, Constantin: *Physik anwenden und verstehen Aufgaben für die Sekundarstufe II.* Orell Füssli, Zürich, 2004

[Czwalina-Allenstein 1996] Czwalina-Allenstein, A.: *Archimedes: Abhandlungen von Archimedes [Übersetzung und Anmerkungen von A. Czwalina-Allenstein; Einleitung von W. Trageser].* Verlag Harri Deutsch, Thun, 1996

[Dorn und Bader 2002] Dorn, F. ; Bader, F.: *Physik in einem Band.* Schroedel, Hannover, 2002

[Halliday u. a. 2003] Halliday, D. ; Resnick, R. ; Walker, J.: *Physik.* Wiley-VCH, Weinheim, 2003

[Kuchling 1999] Kuchling, Horst: *Taschenbuch der Physik.* 16. Auflage. Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, München, Wien, 1999

[Rorres 1995] Rorres, Chris: *Archimedes.* Oktober 1995. – URL `https://www.cs.drexel.edu/~crorres/Archimedes/contents.html`

[Ruch 2002] Ruch, Claudia: *Geschichte der Mathematik: Archimedes von Syrakus.* 2002. – URL `http://www.muehe.muc.kobis.de/awgruch/index.html`

[Schüle 1996] Schüle, Bettina: *Archimedes.* 1996. – URL `http://geometrie.diefenbach.at/Geschichte/Archimedes/Text0.htm`

[Sexl u. a. 1996] Sexl, Roman ; Raab, Ivo ; Streeruwitz, Ernst: *Das mechanische Universum (Eine Einführung in die Physik).* Bd. 1. 3. Auflage. Sauerländer, Aarau, Frankfurt am Main, Salzburg, 1996. – ISBN 3-7941-4039-7

[Simonyi 1990] Simonyi, K.: *Kulturgeschichte der Physik.* Verlag Harri Deutsch, Thun, 1990

[Stöcker 1998] Stöcker, H.: *Taschenbuch der Physik: Formeln, Tabellen, Übersichten.* Verlag Harri Deutsch, Thun, Frankfurt, 1998

[Tipler und Mosca 2004] Tipler, Paul ; Mosca, Gene: *Physik (Für Wissenschaftler und Ingenieure).* 2. Auflage. Spektrum Akademischer Verlag, Elsevier GmbH, München, 2004

Zitierte Quellen und Bildquellen

[Anton 2004] Anton: *Dezimalwaage*. August 2004. – URL http://de.wikipedia.org/wiki/Waage

[Arm] : *Arm*. – URL http://bio.rutgers.edu/~gb102/lab_8/intro/flex.html

[Billington 1990] Billington, David: *Robert Maillart und die Kunst des Stahlbetonbaus*. Verlag für Architektur Artemis, Zürich, München, 1990

[Briefmarke 1983] : *Briefmarke mit Archimedes (erschien als Europa-Marke in Griechenland)*. 1983. – URL http://www.w-volk.de/museum/stamps.htm

[Düsentrieb 2005] Düsentrieb: *Balkenwaage*. Juni 2005. – URL http://de.wikipedia.org/wiki/Messger%C3%A4t

[Fendt 2004] Fendt, Walter: *Gleichgewicht dreier Kräfte*. März 2004. – URL http://www.walter-fendt.de/ph14d/gleichgewicht.htm

[Fernandez 2006] Fernandez, Jose: *Some Freestyle Action*. September 2006. – URL http://www.fanatic.com/cgi-bin/pod?id=20060901125359&sprache=d&year_get=2006&month_get=09

[Fetti 1620] Fetti, Domenico: *Archimedes*. 1620. – URL http://de.wikipedia.org/wiki/Archimedes

[Fischer 2006] Fischer, Markus: *Roter Pfeil RAe 2/4 1001*. Mai 2006. – URL http://www.markusworldwide.ch/Raiways/Switzerland/Specials/RAe%202-4/RAe24.htm

[Glatz] Glatz: *castello M4*. – URL http://www.glatz.ch/sonnenschirm/castello.php

[Locher] : *Locher*. – URL http://217.194.225.155/intershoproot/eCS/Store/de/pixorig/156182A1.gif

[Montréal 2006] : *Montréal*. April 2006. – URL http://www.bloggingmontreal.net/images/april06/tightRope.jpg

[Nussknacker] : *Nussknacker*. – URL http://www.haus-hobby.com/pics/108/LB00008/IMGB00008XWMJ.jpg

[Openclipart 2006] : *Open Clip Art Library*. September 2006. – URL http://www.openclipart.org/

[Ruch 2002] Ruch, Claudia: *Geschichte der Mathematik: Archimedes von Syrakus*. 2002. – URL http://www.muehe.muc.kobis.de/awgruch/index.html

[Sexl u. a. 1996] Sexl, Roman ; Raab, Ivo ; Streeruwitz, Ernst: *Das mechanische Universum (Eine Einführung in die Physik)*. Bd. 1. 3. Auflage. Sauerländer, Aarau, Frankfurt am Main, Salzburg, 1996. – ISBN 3-7941-4039-7

[Skorpman 2006] Skorpman: *Mastfuss Set*. September 2006. – URL http://i14.ebayimg.com/01/i/06/65/1b/ae_1_sbl.JPG

[Stewi AG] Stewi AG: *LadyPlus Wäscheschirm*. – URL http://www.stewi.ch/sites_d/s_ladyplus.html

[WRS 2002] : *Zwei Kräne*. April 2002. – URL http://www.wrs-ing.ch/img/Kran%20g.jpg

[Zgonc] : *Beisszange*. – URL http://www.zgonc.at/artikelimage/1/012-01.gif

Abbildungsverzeichnis