Versuchsanstalt für Wasserbau
Hydrologie und Glaziologie
der Eidgenössischen
Technischen Hochschule Zürich

Mitteilungen 169

Bestimmung der Massenbilanz von Gletschern mit Fernerkundungsmethoden und Fliessmodellierungen

Eine Sensitivitätsstudie auf dem Unteraargletscher

Andreas Bauder

Zürich, 2001

Herausgeber: Prof. Dr.–Ing. H.–E. Minor

Herausgeber:

Prof. Dr.–Ing. Hans–Erwin Minor

Im Eigenverlag der
Versuchsanstalt für Wasserbau,
Hydrologie und Glaziologie
ETH–Zentrum
CH–8092 Zürich

Tel.: +41 – 1 – 632 4091
Fax: +41 – 1 – 632 1192
e–mail: info@vaw.baug.ethz.ch

Zürich, 2001

ISSN 0374–0056

Vorwort

Die Massenbilanz eines Gletschers beschreibt die Änderung der Eismasse in Raum und Zeit. Sie entspricht der Summe von Akkumulation und Ablation während einer bestimmten Zeitspanne normalerweise eines Jahres. Räumliche und zeitliche Schwankungen der Massenbilanz sind bedeutsam für die Wasserwirtschaft (Trinkwasser, Energieerzeugung) und erlauben Veränderungen des Klimas zu erkennen. Die möglichst einfache Bestimmung der Massenbilanz ist deshalb aus wirtschaftlicher und wissenschaftlicher Sicht von Bedeutung.

Die traditionelle direkte "glaziologische" Methode der Ermittlung der Massenbilanz basiert auf In-situ Messungen auf dem Gletscher und ist entsprechend zeitaufwendig und teuer. Eine grosse räumliche Auflösung ist nicht möglich, vielmehr wird von einer limitierten Anzahl von Einzelmessungen auf die gesamte Gletscherfläche extrapoliert.

Die beiden indirekten Methoden, die hydrologische bzw. geodätische Daten benutzen, reduzieren den Aufwand an manueller Feldarbeit, können aber nur ein Gesamtbild des betrachteten Gletschers liefern. Die klimatische Methode, auch indirekt, benötigt eine aufwendige Erfassung von Daten und die Erstellung eines Schmelzmodells.

Mit dem vorliegenden Heft wird eine alternative, indirekte Methode vorgestellt, die einen gletschermechanischen Ansatz verwendet. Anhand der kinematischen Randbedingung an der Oberfläche wird die räumliche Verteilung der Massenbilanzrate berechnet. Die dazu notwendigen genauen Kenntnisse des Fliessfeldes werden durch eismechanische Berechnungen geliefert.

Fernerkundungsmethoden in Kombination mit numerischer Fliessmodellierung liefern die benötigten Informationen in einer hohen räumlichen Auflösung ohne feldabhängige In-situ-Messungen. Die zeitlichen Höhenänderungen, die Neigungen und die horizontalen Geschwindigkeitskomponenten an der Oberfläche werden mit hochpräziser Luftphotogrammetrie bestimmt. Ein von Herrn Bauder erstelltes dreidimensionales numerisches Fliessmodell berechnet die fehlenden vertikalen Geschwindigkeitskomponenten entlang der Oberfläche. Dafür benötigt er das Gletscherbett, das er aus digitalen Geländemodellen der Gletscheroberfläche und Eisdickenmessungen generiert.

Herr Bauder überprüfte diese neue Bestimmungsmethode am Unteraargletscher für die aufeinanderfolgenden Jahresperioden 1996/97 und 1997/98. Rund 40 direkte Feldmessungen der Massenbilanz wurden benutzt, um die indirekt bestimmten Ergebnisse zu verifizieren. Im Ablationsgebiet des Unteraargletschers zeigt sich eine gute Übereinstimmung. Die vorhandenen Abweichungen in den Akkumulationsgebieten führt Herr Bauder auf die Ungenauigkeiten der modellierten vertikalen Geschwindigkeitskomponenten zurück.

Herr Bauder identifiziert auch Ansätze für eine weitere Verbesserung der von ihm entwickelten Methode. Er hat erkannt, dass die Gletscherbettgeometrie vor allem in den Firngebieten in besserer Genauigkeit ermittelt werden muss. Weitere Verbesserungen verspricht er sich von der Einbeziehung der Gleitbewegung durch eine weiche Schicht am Bett und einem modifizierten Fliessgesetz, das den Verhältnissen der vorhandenen kleinen Schubspannungen besser Rechnung trägt.

Damit sind Themen für weitere Forschungsprojekte genannt.

Die vorliegende Mitteilung veröffentlicht die Dissertation von Herrn Bauder, die hauptsächlich vom Schweizerischen Nationalfonds unterstützt wurde. Dafür möchte ich mich bedanken.

Bedanken möchte ich mich auch bei Dr. H. Gudmundsson, der die Arbeit betreut hat und bei Prof. Dr. G. Kaser von der Universität Innsbruck für die Übernahme des Korreferates.

Zürich, im Mai 2001 Prof. Dr.-Ing. H.-E. Minor

Inhaltsverzeichnis

Vorwort 1

Inhaltsverzeichnis 3

Abbildungsverzeichnis 7

Tabellenverzeichnis 11

Symbolverzeichnis 13

Zusammenfassung 15

Abstract 17

1 Einleitung **19**

1.1 Zielsetzung 21

1.2 Aufbau der Arbeit 22

2 Bestimmung der Massenbilanz **23**

2.1 Grundlagen zur Massenbilanz 23

2.2 Methoden zur Bestimmung der Massenbilanz 25

2.2.1 Indirekte Bestimmungsmethoden 27

2.3 Relevante Forschungsarbeiten 29

2.3.1 Methodik der Massenbilanzbestimmung 29

2.3.2 Fernerkundungsmethoden und Massenbilanzbestimmung . . . 30

3 Feldbeobachtungen **33**

3.1 Untersuchungsgebiet 33

3.2 Frühere Studien am Unteraargletscher 34

3.2.1 Geometrie 35

3.2.2 Fliessverhalten 35

3.3 Pegelmessungen 36

3.3.1 Direkte Massenbilanzmessungen 37
3.3.2 Messung der Oberflächengeschwindigkeit 40
3.4 Radarmessungen 42
3.4.1 Messanlage 43
3.4.2 Datenverarbeitung 44
3.4.3 Resultate 47
3.4.3.1 Auswertungsmethoden 47
3.4.3.2 Genauigkeit 50
3.4.3.3 Vergleich mit früheren Resultaten 51
3.5 Neigungsmessung in Bohrlöchern 52
3.5.1 Inklinometer 52
3.5.2 Eichung 53
3.5.3 Inklinometermessungen 55
3.5.3.1 Eigenbewegung der Inklinometersensoren 59
3.6 Fernerkundung 59
3.6.1 Photogrammetrie 60
3.6.1.1 Passpunktnetz 60
3.6.1.2 Geländemodelle 61
3.6.1.3 Bewegungsmessungen 63
3.6.2 Topographische Landkarten 67
3.6.2.1 Digitalisierung von topographischen Karten 67
3.6.2.2 Gitterinterpolation 68
3.6.2.3 Genauigkeit 68

4 Gletschergeometrie **69**

4.1 Gletscherbett 69
4.1.1 Datengrundlage 70
4.1.2 Interpolation 70
4.1.3 Resultate 71
4.2 Oberfläche 71
4.2.1 Vergleich der Methoden zur Höhenbestimmung 74
4.2.2 Zeitliche Veränderung 76

4.2.2.1 Längsprofile 82
4.2.2.2 Profilform-Faktor $f(t)$ 82
4.3 Volumen 85
4.3.1 Volumenänderung 86

5 Gletscherbewegung **89**
5.1 Oberflächengeschwindigkeit 89
5.1.1 Deformationsraten 90
5.1.2 Vergleich von gemessenen Geschwindigkeitsfeldern 96
5.1.3 Fliesswege 98
5.2 Eisverformung und basale Bewegung 99
5.2.1 Geschwindigkeitsmodell 100
5.2.2 Synthetische Neigungskurven 101
5.2.3 Modellabstimmung und Resultate 102

6 Numerisches Fliessmodell **105**
6.1 Fliessgesetz 105
6.2 Netzgenerierung 107
6.3 Randbedingungen 108
6.4 Modellabstimmung 109
6.5 Modellresultate 116
6.5.1 Vertikale Deformation 116
6.5.2 Vertikale Geschwindigkeiten der Oberfläche 118

7 Massenbilanz **123**
7.1 Kinematische Randbedingung 123
7.1.1 Implementierung der kinematischen Randbedingung 124
7.2 Resultate 125
7.2.1 Bilanzjahr 1996/97 125
7.2.2 Bilanzjahr 1997/98 129
7.2.3 Genauigkeit 130
7.2.4 Gesamtbilanz und Volumenänderung 133
7.3 Vergleich mit Feldmessungen 134

7.3.1 Vergleich mit direkten Massenbilanzmessungen 135
7.3.1.1 Räumliche Verteilung 137
7.3.2 Vergleich mit Geschwindigkeitsmessungen 139
7.3.2.1 Massenbilanzvergleich 140
7.3.2.2 Geschwindigkeitsvergleich 142
7.3.3 Folgerung 144
7.4 Vergleich mit einfacheren Abschätzungen 145
7.4.1 Vergleich mit anderen Studien 147

8 Schlussfolgerungen und Ausblick **149**
8.1 Messungen 149
8.2 Fliessmodellierung 150
8.3 Massenbilanzbestimmung 151
8.4 Ausblick 152

A Messresultate **155**
A.1 Direkte Messungen der Massenbilanz 155
A.2 Passpunkte 157

Literaturverzeichnis **159**

Dank **171**

Abbildungsverzeichnis

2.1 Reaktion der Massenbilanz auf Klimaänderung 25

2.2 Grössen der kinematischen Randbedingung 29

3.1 Karte des Untersuchungsgebietes 34

3.2 Messgrössen der Pegelmessungen 36

3.3 Lage und Bezeichnung der Pegelstangen 37

3.4 Massenbilanzmessungen 96/97 38

3.5 Massenbilanzmessungen 97/98 39

3.6 Massenbilanzmessungen 98/99 40

3.7 Messungen der Pegelgeschwindigkeiten 42

3.8 Radarprofile auf dem Unteraargletscher 44

3.9 Ellipsenmigration von Radarmessungen 45

3.10 Geometrie und Laufzeitdiagramm in einem Querprofil 46

3.11 Radarprofil F1 : Ellipsen-Migration 48

3.12 Radarprofil F1 : Rohdaten und AGC 48

3.13 Radarprofil F1 : Bandpass-Filter und Migration 49

3.14 Radarprofil F1 : Eisdicken 49

3.15 Vergleich von Radarprofilen 51

3.16 Relevante Winkel im Zusammenhang mit dem Neigungsmessensor . . 54

3.17 Eichkurve eines Neigungsmessensors 55

3.18 Neigungsmessungen im Bohrloch C96 57

3.19 Anordnung der Neigungssensoren in Bohrloch C96 58

3.20 Eigenbewegungen von Neigungssensoren 59

3.21 Passpunkte und Fluglinien im Einzugsgebiet des Unteraargletschers . 62

3.22 Photogrammetrische Bewegungsmessungen 1996/97 65

3.23 Photogrammetrische Bewegungsmessungen 1997/98 66

4.1 Gletscherbett mit verwendeter Interpolationsgrundlage 72

4.2 Eismächtigkeit 1996 73

4.3 Räumliche Verteilung der Höhenänderungen 1927/47 77

4.4 Räumliche Verteilung der Höhenänderungen 1947/61 78

4.5 Höhenänderungen 1927/47 und 1947/61 als Funktion der Meereshöhe 79

4.6 Höhenänderungen 1961/97 als Funktion der Meereshöhe 79

4.7 Räumliche Verteilung der Höhenänderungen 1961/97 80

4.8 Mittlere Höhenänderungen 1927-1999 82

4.9 Höhe der Oberfläche und deren Änderungen entlang von Längsprofilen 1927-1997 83

4.10 Volumen und mittlere Dicke 86

4.11 Mittlere, jährliche Volumenänderungen 87

5.1 Gefiltertes Geschwindigkeitsfeld 1996/97 91

5.2 Deformationsraten der Oberfläche 1996/97 92

5.3 Gefiltertes Geschwindigkeitsfeld 1997/98 93

5.4 Deformationsraten der Oberfläche 1997/98 94

5.5 Differentielles Geschwindigkeitsfeld 97

5.6 Vergleich von Betrag und Richtung 98

5.7 Verteilung von Betrag und Richtung 98

5.8 Fliesswege 99

5.9 Gemessene und synthetische Neigungskurven 103

5.10 rms-Fehler des "*slip-ratio*" 104

6.1 FE-Netz 108

6.2 Modellabstimmungen 110

6.3 Differenzfeld zwischen gemessenem und berechnetem Geschwindigkeitsfeld 1997/98 ($n = [1, 2, 3]$) 111

6.4 Differenzfeld zwischen gemessenem und berechnetem Geschwindigkeitsfeld 1997/98 ($n = [4, 5, 6]$) 112

6.5 Betrag und Richtung von Differenzen zwischen gemessenen und berechneten Geschwindigkeiten 1997/98 ($n = [1, 2, 3]$) 114

6.6 Betrag und Richtung von Differenzen zwischen gemessenen und berechneten Geschwindigkeiten 1997/98 ($n = [4, 5, 6]$) 115

6.7 Modellresultate der vertikalen Geschwindigkeit 116

6.8 Magnetringmessungen April 1997 117

6.9 Vertikale Geschwindigkeit relativ zur Oberfläche 118

6.10 Dimensionslose Geschwindigkeit für $n = [1, 3, 5]$ 119

6.11 Dimensionslose vertikale Deformationsrate für $n = [1, 3, 5]$ 120

6.12 Räumliche Verteilung der modellierten, vertikalen Oberflächengeschwindigkeiten 121

7.1 Messbare Grössen der kinematischen Randbedingung 124

7.2 Berechnete Massenbilanz 1996/97 127

7.3 Komponenten der Massenbilanz 1996/97 128

7.4 Berechnete Massenbilanz 1996/97 als Funktion der Meereshöhe 129

7.5 Berechnete Massenbilanz 1997/98 131

7.6 Komponenten der Massenbilanz 1997/98 132

7.7 Massenbilanzvergleich : Berechnungen vs. Messungen 136

7.8 Differenzen des Massenbilanzvergleichs 1996/97 137

7.9 Differenzen des Massenbilanzvergleichs 1997/98 138

7.10 Vergleiche Massenbilanz 1996/97 und 1997/98 138

7.11 Massenbilanzvergleich b^{m}, b^{s}, b^{c} 141

7.12 Massenbilanzwerte b^{m}, b^{s}, b^{c} als Funktion der Meereshöhe 142

7.13 Differenzvektoren der horizontalen Oberflächengeschwindigkeiten für die Massenbilanzpegel 143

7.14 Geschwindigkeitsvergleich an Pegelstandorten 144

7.15 Massenbilanzübereinstimmung (II) 146

Tabellenverzeichnis

2.1 Begriffe, Symbole und Einheiten der Massenbilanz 24

3.1 Höhe der Gleichgewichtslinie (ELA) und Höhengradient $\frac{\partial b}{\partial z}$ 39

3.2 Geschwindigkeitsmessungen an Pegeln 42

3.3 Geschwindigkeit elektromagnetischer Wellen im Eis 47

3.4 Photogrammetrisch bestimmte Geländemodelle mit Angaben zur Auswertung (Stereomodell-Orientierung und Höhenbestimmung) . . . 63

3.5 Photogrammetrische Bewegungsmessungen 64

3.6 Gemittelte Differenzen der vorhandenen Mehrfachmessungen der Bewegung an identischen Punkten in Überlappungsbereichen 67

3.7 Digitalisierte Landkarten 67

4.1 Digitale Geländemodelle 74

4.2 Vergleichsdatensätze des Lauteraar-1998-DTM 75

4.3 Statistik der Differenzen in [m] aus den Vergleichsanalysen 75

4.4 Mittlere Höhenänderung und mittlere Streuung von Höhenklassen (I) 79

4.5 Mittlere Höhenänderung und mittlere Streuung von Höhenklassen (II) 81

4.6 Profilform-Faktor $f(t)$ 84

4.7 Berechnete mittlere Dicken und Volumina 85

4.8 Berechnete mittlere Höhen- und Volumenänderungen 87

5.1 Werte der Modellparameter 102

6.1 Werte der Modellabstimmung 1996/97 (N=3511) 110

6.2 Werte der Modellabstimmung 1997/98 (N=3760) 110

7.1 Statistische Werte der berechneten Massenbilanz 1996/97 126

7.2 Statistische Werte der berechneten Massenbilanz 1997/98 130

7.3 Genauigkeiten und Fehler in der Massenbilanzbestimmung 133

7.4 Vergleich zwischen Gesamtbilanz und Volumenänderung im Ablationsgebiet 134

7.5 Statistische Werte der Differenzen zwischen gemessener und berechneter Massenbilanz 136

7.6 Statistische Werte für die unterschiedlich ermittelten Massenbilanzen und deren Differenzen an ausgewählten Pegelstandorten 140

7.7 Differenzen zwischen direkt gemessenen und modellierten Geschwindigkeiten an ausgewählten Pegeln 143

7.8 Statistische Werte der berechneten Massenbilanz und deren Übereinstimmung mit den direkten Feldmessungen (vereinfachter Ansatz) . . 145

A.1 Direkte Messungen der Massenbilanz 155

A.2 Passpunkte auf dem Unteraargletscher 157

Liste der Symbole

Symbol	*Beschreibung*	*Einheit*
A	Parameter im Glen'schen Fliessgesetz (*stiffness, rate factor*)	$\mathrm{s}^{-1}\,\mathrm{kPa}^{-n}$
A_{opt}	optimierter Wert für A	$\mathrm{s}^{-1}\,\mathrm{kPa}^{-n}$
$\dot{b}$	Massenbilanzrate	$\mathrm{m\,a}^{-1}$ (*we*)
b	(Netto-)Massenbilanz an einzelnem Punkt $b = \int_t \dot{b}\,dt$	m (we)
B	Gesamtbilanz über eine Fläche S	m^3 (we)
c	Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	$\mathrm{m}\,\mu\mathrm{s}^{-1}$
c_{E}	Phasengeschwindigkeit der elektromagnetischen Wellen im Eis	$\mathrm{m}\,\mu\mathrm{s}^{-1}$
ELA	Höhe über Meer der Gleichgewichtslinie (*equilibrium line altitude*)	m a.s.l.
f_A	Skalierungsfaktor $A_{\mathrm{opt}} = f_A A$	
h^{b}	Höhe des Gletscherbettes	m a.s.l.
h^{s}	Höhe der Oberfläche	m a.s.l.
n	Exponent im Glen'schen Fliessgesetz	
$\mathbf{q}$	Eisflussvektor	$\mathrm{m}^3\,\mathrm{a}^{-1}$
s_r	"*slip-ratio*" (Gleitverhältnis)	
V	Volumen	m^3
v_i	Komponenten des Geschwindigkeitsvektors $\mathbf{v}$	$\mathrm{m\,a}^{-1}$
$\mathbf{v}$	Geschwindigkeitsvektor $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)$	$\mathrm{m\,a}^{-1}$
v_h	horizontale Komponenten des Geschwindigkeitsvektor $\mathbf{v}$	$\mathrm{m\,a}^{-1}$
x, y, z	räumliche Koordinaten	m
$\mathbf{x}$	Positionsvektor $\mathbf{x} = (x, y, z)$	m
$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}$	Deformationsraten-Tensor mit den Komponenten $\dot{\epsilon}_{ij}$	a^{-1}
ϵ_r	Dielektrizitätskonstante (*relative permittivity*)	
ρ_{Eis}	Dichte von Eis (≈ 917)	$\mathrm{kg\,m}^{-3}$
$\boldsymbol{\sigma}$	Spannungstensor mit den Komponenten σ_{ij}	Pa
$\boldsymbol{\sigma'}$	Spannungsdeviator-Tensor $\sigma'_{ij} := \sigma_{ij} - \frac{1}{3}\sigma_{kk}\delta_{ij}$	Pa
σ'_{II}	2. Invariante des Spannungsdeviator-Tensors $\sigma'_{II} = \frac{1}{2}\sigma'_{ij}\sigma'_{ij}$	Pa^2
τ	effektive Spannung $\tau = \sqrt{\sigma'_{II}} = \sqrt{\frac{1}{2}\sigma'_{ij}\sigma'_{ij}}$	Pa
ψ_e	Richtungsdifferenz von zwei Vektoren	°

Zusammenfassung

Diese Dissertation beschreibt die Implementierung und Validierung einer indirekten Methode zur Bestimmung der Massenbilanz von Gletschern. Dazu eignet sich die Beziehung, die durch die kinematische Randbedingung an der Oberfläche ausgedrückt wird. Sie verknüpft die Massenbilanzrate eines Punktes mit der Geschwindigkeit an der Oberfläche, der zeitlichen Höhenänderung der Oberfläche und der Oberflächenneigung. Fernerkundungsmethoden in Kombination mit numerischer Fliessmodellierung liefern die benötigten Informationen in einer hohen räumlichen Auflösung ohne feldabhängige In-situ-Messungen. Die zeitliche Höhenänderung, die Neigung und die horizontalen Geschwindigkeiten an der Oberfläche wurden mit hochpräziser Luftphotogrammetrie bestimmt. Ein dreidimensionales numerisches Fliessmodell berechnete die fehlenden vertikalen Geschwindigkeiten entlang der Oberfläche.

Diese neue, indirekte Bestimmungsmethode konnte am Unteraargletscher (Berner Oberland) für die zwei aufeinanderfolgenden Jahresperioden 1996/97 und 1997/98 angewendet und überprüft werden. Dazu wurden folgende Arbeiten ausgeführt:

Digitale Geländemodelle (DTM) der Gletscheroberfläche von drei aufeinanderfolgenden Spätsommern wurden mit digitalen Photogrammetriesystemen automatisch generiert. Daraus wurden sowohl die zeitlichen Höhenänderungen als auch die Neigungen berechnet. Ein Vergleich mit manuellen Resultaten bestätigte die geforderte Genauigkeit. Zusätzliche Geländemodelle von weiter zurückliegenden Zeitpunkten wurden erstellt, um langfristige Höhenänderungen zu analysieren und mit den einjährigen Resultaten zu vergleichen.

Die horizontalen Geschwindigkeiten an der Oberfläche der beiden untersuchten Perioden wurden mit der photogrammetrischen Methode des simultanen Monoplottings im multitemporalen Stereomodell bestimmt. Es gelang eine jeweils lückenlose, sehr dichte, räumliche Auflösung, die vom Zungenende bis in die Firngebiete hineinreicht.

Die Kenntnis der Gletscherbetttopographie konnte mit verschiedenen Radarecholot-Messungen zur Bestimmung der Eisdicke verfeinert werden. Die bisherigen Resultate wurden nicht nur verdichtet und verbessert, sondern auch erheblich in die Firngebiete erweitert.

Ein dreidimensionales numerisches Fliessmodell berechnet anhand des Glen'schen Fliessgesetzes für den Unteraar-, den Lauteraar- und für einen Teil des Finsteraargletschers die Verteilung der Geschwindigkeiten, Spannungen und Deformationsraten. Zur Kalibrierung wurden die photogrammetrischen Messungen der horizontalen Oberflächengeschwindigkeit verwendet.

Rund 40 direkte Feldmessungen der Massenbilanz wurden für beide untersuchten Perioden ausgeführt, um die indirekt bestimmten Resultate zu verifizieren. Der Vergleich zeigte – vor allem im Ablationsgebiet des Unteraargletschers – eine gute Über-

einstimmung. Die vorhandenen Abweichungen wurden auf unzureichend modellierte, vertikale Geschwindigkeiten zurückgeführt. Ein zusätzlicher Vergleich mit terrestrisch vermessenen Geschwindigkeiten bestätigte dies. Eine Sensitivitätsanalyse der indirekten Bestimmungsmethode verdeutlichte die Unerlässlichkeit der genauen Kenntnis der vertikalen Geschwindigkeitskomponente an der Oberfläche für die erfolgreiche Anwendung.

Daneben gelang eine einmalige, kontinuierliche Messreihe von mehr als drei Jahren mit fest installierten Neigungssensoren in Bohrlöchern. Die Resultate zeigten, dass im Unteraargletscher mit markant grösseren Gleitbeträgen als bisher angenommen gerechnet werden muss. Das Gleiten beschränkt sich zeitlich zudem nicht nur auf die schmelzwasserreiche Sommersaison.

Abstract

This thesis describes the implementation and validation of an indirect method for the determination of mass balance of glaciers. For this purpose, the kinematic boundary condition at the surface was used. This relation links the mass-balance rate at one point to the velocity at the surface, the surface elevation changes with time, and the surface slopes. Remote sensing methods combined with numerical flow modelling provide the required information with a high spatial resolution without resorting to in-situ field measurements. The changes of surface elevation with time, the surface slopes, and the horizontal surface velocity may be determined with high precision aerial photogrammetry. The missing vertical velocity distribution along the surface can be estimated with a three-dimensional numerical flow model.

This new indirect method for mass balance determination was applied and tested on Unteraargletscher (Bernese Alps, Switzerland) for two consecutive periods 1996/97 and 1997/98. Thus, the following tasks had do be performed:

Digital terrain models (DTM) of the glacier surface for three summers in sequence were automatically generated by digital photogrammetrical systems and were used to calculate surface slopes and surface elevation changes with time. A comparison with accurate manual measurements using an analytical plotter confirmed the required accuracy. Additional digital terrain models from past times were derived to analyze long-term surface elevation changes and to make a comparison with results from periods of one year duration.

The horizontal surface velocities for both periods were photogrammetrically determined by simultaneous monoplotting of multitemporal stereomodels. A continuous, dense spatial resolution of discrete measurements was gained reaching from the terminus far up to remote firn areas.

Additional radio echo soundings for the determination of the ice thickness improved the knowledge of the glacier-bed topography. Previous results were not only corrected but also increased in spatial density and extended into firn areas.

A three-dimensional numerical flow model calculates the distribution of velocities, stresses, and strain rates for Unteraar-, Lauteraar-, and a part of Finsteraargletscher using Glen's flow law. The photogrammetrically determined horizontal surface velocities were used for calibration.

More than 40 direct field measurements of the mass balance were performed for both periods to verify the indirectly evaluated results. A good agreement – especially for the ablation area of Unteraargletscher – was found. Some existing deviations are mainly due to inaccurately modelled vertical velocities. This was confirmed by an additional comparison with terrestrically surveyed stake velocities. A sensitivity analysis of the indirect method for the mass balance determination showed clearly

that an accurate knowledge of the vertical velocity component at the surface is indispensable for a successful application.

Unique, continuous measurements of ice deformation over more than three years resulted from permanently installed tilt sensors in boreholes. The obtained results showed a distinctively bigger sliding than previously assumed for Unteraargletscher. Moreover, the sliding is taking place during the whole year and is not only limited to the summer melt season.

Kapitel 1

Einleitung

Gletscher sind Schnee-, Firn- und Eismassen, die, angetrieben durch die Schwerkraft, aus einem Akkumulationsgebiet mit einem Überschuss an Massenzufuhr in ein Ablationsgebiet mit überwiegendem Massenverlust fliessen.

Die Massenbilanz – auch Massenhaushalt – eines Gletschers beschreibt die Änderungen der Eismasse in Raum und Zeit und entspricht der Summe von Akkumulation (Zunahme) und Ablation (Abnahme) während einer bestimmten Zeitperiode, die normalerweise einen Jahreszyklus umfasst. Für das Erkennen von Klimaänderungen und für die Wasserwirtschaft nehmen die räumlichen und zeitlichen Schwankungen der Massenbilanz eine besondere Bedeutung ein: Der Gletscher als Wasserspeicher spielt für die wirtschaftliche Nutzung (Trinkwasser, Stromerzeugung) und die Einschätzung des Hochwasserpotentials eine wichtige Rolle. Zeitliche Variationen der räumlichen Verteilung der Massenbilanz resultieren hauptsächlich aus Änderungen der Akkumulation und der Schmelze entlang der Gletscheroberfläche. Beobachtungen der räumlichen Massenbilanzverteilung sind deshalb nützlich, um Veränderungen des Klimas zu erkennen (Oerlemans and Fortuin, 1992; Laumann and Reeh, 1993; Oerlemans, 1994). Selbst die Volumenänderung der im Vergleich zu den grossen Eisschilden Grönland und Antarktis relativ kleinen, alpinen Talgletscher nehmen einen signifikanten Einfluss auf den Meeresspiegel (Meier, 1984, 1990). Die möglichst einfache Bestimmung der Massenbilanz ist deshalb in wissenschaftlicher und wirtschaftlicher Hinsicht von grossem Interesse.

Es existieren drei traditionelle Methoden zur Bestimmung der Massenbilanz. Die 'glaziologische Methode' basiert auf In-situ-Messungen auf dem Gletscher. Solche direkten Feldmessungen sind nicht nur teuer und zeitintensiv, sondern manchmal auch schwierig oder sogar unmöglich zu realisieren. Mehrjährige Messreihen lassen sich oft nur mit grossem Aufwand aufrechterhalten. Zudem werden die Resultate einer sehr limitierten Anzahl Einzelmessungen über die gesamte Gletscherfläche inter- und extrapoliert. Detaillierte Massenbilanzbestimmungen sind deshalb – besonders auf grösseren Gletschern – praktisch unmöglich. Während die 'hydrologische Methode' Niederschlag, Verdunstung und Abfluss bilanziert, bestimmt die 'geodätische Methode' die Volumenänderung des gesamten Gletschers anhand topographischer Karten oder digitaler Geländemodelle (DTM). Diese beiden indirekten Bestimmungsmethoden ermitteln jedoch ausschliesslich die Gesamtbilanz des Gletschers und keine

räumliche Verteilung. Zwei entscheidende Nachteile dieser beiden indirekten Methoden sind, dass die 'geodätische Methode' nur Volumen- und nicht Massenänderungen ermittelt und sich das Resultat bei der 'hydrologischen Methode' meist in der Grössenordnung der Genauigkeit der einzelnen Bilanzterme bewegt.

Dies sind die wichtigsten Gründe dafür, dass in der Schweiz nur 2-6 (Müller-Lemans et al., 1994; Aellen, 1995) und weltweit rund 60 (WGMS, 1999) langjährige Massenhaushaltsstudien existieren. Diese Zahlen fallen unter Berücksichtigung der Wichtigkeit des Informationsgehalts der Massenbilanz und im Vergleich zur Vergletscherung (CH 1'828 inventarisierte Gletscher (Müller et al., 1976), Welt $> 17'000$) recht bescheiden aus. Zusätzlich zu den Vor- und Nachteilen der einzelnen Bestimmungsmethoden darf auch nicht ausser acht gelassen werden, dass nicht alle Gletscher gleich gut für die einzelnen Messmethoden geeignet sind. Die rasante technologische Entwicklung der letzten Jahre veränderte die Möglichkeiten der Messinstrumente und Berechnungen massiv. Die Entwicklung und Anwendung neuer Bestimmungsmethoden der Massenbilanz ist deshalb angebracht.

Eine neue Methode zur Bestimmung der Massenbilanz wird in der vorliegenden Arbeit vorgestellt. Der durch die Massenbilanz beschriebene Prozess der Massenänderung widerspiegelt sich in den kinematischen Verhältnissen an der Oberfläche des Gletschers. Die kinematische Randbedingung der Oberfläche beschreibt den funktionalen Zusammenhang zwischen der Massenbilanzrate und der zeitlichen Höhenänderung, der Neigung und der Geschwindigkeit an jedem Punkt der Oberfläche eines Gletschers. Diese Beziehung ermöglicht, die räumliche Verteilung der Massenbilanz indirekt zu ermitteln. Über eine bestimmte Zeitperiode müssen dazu an der Oberfläche nicht nur die Änderung der Höhe, sondern auch alle drei Komponenten des Geschwindigkeitsfeldes bekannt sein. Diese Informationen lassen sich dank technischer Fortschritte durch Fernerkundungsmethoden in Kombination mit numerischer Fliessmodellierung gewinnen. Moderne Methoden der Fernerkundung vermögen nicht nur die Ausdehnung, sondern auch die Bewegung der Oberfläche von Gletschern genau und räumlich hoch aufzulösen. Die Fernerkundung verspricht deshalb eine aussichtsreiche Perspektive im Hinblick auf die Erhöhung der Auflösung und auf die Reduktion des Aufwandes zur Massenbilanzbestimmung. Es bedarf einer seriösen Abklärung, ob sich die theoretisch erreichbare, notwendige Genauigkeit auch tatsächliche erzielen lässt. Ausserdem soll die spezifische Anwendung der Resultate einer numerischen Fliessmodellierung auf aktuellstem Wissensstand zeigen, wie gut die geforderten Verhältnisse wiedergegeben werden können.

Die vorliegende Arbeit beschreibt die Implementierung und Validierung dieser neuen Methode zur indirekten Bestimmung der Massenbilanz von Talgletschern. Die photogrammetrische Analyse von Luftbildern liefert nicht nur digitale Geländemodelle, aus welchen Höhenänderungen und die Oberflächenneigung gewonnen werden, sondern auch das horizontale Geschwindigkeitsfeld in sehr hoher räumlicher Auflösung. Die dabei fehlende Information der vertikalen Komponente der Oberflächengeschwindigkeiten lässt sich anhand eines dreidimensionalen numerischen Fliessmodells ermitteln. Nach einer anfänglichen Phase der Abstimmung des numerischen Fliessmodells beschränken sich die zur Bestimmung der Massenbilanz notwendigen, ortsgebundenen, direkten Feldmessungen auf allfällige Dichteprofile des Firnes im Akkumulationsgebiet. Die Reduktion der manuellen Feldarbeit zur

Bestimmung der Massenbilanz geht mit einer drastischen Steigerung der räumlichen Auflösung einher. Obwohl die absolute Genauigkeit an einem individuellen Messpunkt durchaus weniger genau ausfallen kann als bei einer direkten Feldmessung, lässt sich dank der viel dichteren, räumlichen Auflösung trotzdem ein erheblich detaillierteres Resultat erzielen.

Der Unteraargletscher eignet sich als Studienobjekt nicht nur wegen der bereits vorhandenen Datengrundlagen der Oberflächen- und Gletscherbetttopographie (Flotron, 1924-1998; Funk et al., 1994), sondern auch, weil die photogrammetrischen Analysemethoden erfolgreich eingesetzt werden konnten (Bauder, 1996; Gudmundsson et al., 1997). Zudem lieferte ein dreidimensionales, nichtlineares numerisches Fliessmodell eines Teilbereichs des Gletschers sehr überzeugende Resultate (Gudmundsson, 1999). Die gute Erreichbarkeit von Zürich aus vereinfachten die Feldarbeiten zusätzlich. Ein Eingreifen war nahezu jederzeit möglich.

Erste Teilresultate aus der vorliegenden Arbeit wurden bereits in zwei Publikationen veröffentlicht (Gudmundsson et al., 1999; Gudmundsson and Bauder, 1999).

1.1 Zielsetzung

Ziel dieser Arbeit ist es, die vorgeschlagene, neue Methode zur indirekten Bestimmung der Massenbilanz anzuwenden und deren Genauigkeit und Empfindlichkeit zu prüfen. Dabei werden die zur Datengewinnung eingesetzten Verfahren ebenfalls mit einbezogen. Denn nur durch das konsequente Überprüfen aller möglichen Einflussfaktoren kann die Verwendbarkeit eines Verfahrens wirklich evaluiert werden.

Eine gute Datengrundlage der Geometrie und Bewegung des Gletschers bildet die grundlegende Voraussetzung zur indirekten Bestimmung der Massenbilanz mit der kinematischen Randbedingung. Deshalb wurde die bestehende Gletscherbetttopographie (Funk et al., 1994) erweitert. Neue Eisdickenmessungen waren notwendig, um vorhandene Lücken zu schliessen und in die Firngebiete vorzudringen. Die Vermessungsgrundlage für photogrammetrische Analysen wurde kontrolliert und angepasst. Einige digitale Geländemodelle der Gletscheroberfläche mussten erstellt werden, um die räumliche Ausdehnung der Oberfläche zu verschiedene Zeitpunkten zu gewinnen. Die photogrammetrische Bewegungsbestimmung diente zur Ermittlung der Geschwindigkeitsfelder der zu untersuchenden Perioden. Anhand dieser Grundlagen konnte ein bestehendes dreidimensionales, numerisches Fliessmodell (Gudmundsson, 1999) erweitert und angepasst werden.

Direkte Feldmessungen der Massenbilanz aber auch der internen Eisverformung und der Oberflächengeschwindigkeit wurden als Vergleichsgrundlage ausgeführt. Die eindeutige Verifikation der indirekten Massenbilanzbestimmungsmethode ist nur im Vergleich mit direkten Feldmessungen möglich. Diese Verifikation stellt gleichzeitig das eigentliche Hauptziel der vorliegenden Arbeit dar. Eine Sensitivitätsanalyse der Grundlagen und verwendeten Methoden soll den Anwendungsbereich aufzeigen.

Die Anforderungen an das Testgelände für die vorgesehenen Untersuchungen präsentierten sich unterschiedlich. Die angetroffene, grosse Bandbreite der möglichen

Verhältnisse (Höhenbereich, Schuttbedeckung, Moränen) war von zentraler Bedeutung. Eine entscheidende Voraussetzung war zudem, dass die zu analysierenden Gletscherparameter (z.B. Oberflächengeschwindigkeit, Höhenänderung) als im Messbereich der eingesetzten Messverfahren liegend erwartet werden durften. Von geringerer Wichtigkeit waren die bereits vorhandenen Informationen und Kenntnisse.

1.2 Aufbau der Arbeit

Nach der Einleitung in Kapitel 1 mit einer Zusammenfassung der Problematik wird in Kapitel 2 ein Überblick zur Massenbilanzbestimmung gegeben und die angewendete Methode näher erklärt. Gleichzeitig wird der Stand der wissenschaftlichen Forschung zum Thema der Massenbilanzbestimmung erörtert.

Die zur Gewinnung der Datengrundlage ausgeführten Feldbeobachtungen mit den ihnen zugrundeliegenden Methoden leiten in den Hauptteil über (Kap. 3). In den beiden folgenden Kapiteln 4 und 5 wird erst auf die Geometrie eingegangen und anschliessend die Bewegung des Untersuchungsobjektes eingehend analysiert. Das Kapitel 6 erörtert die numerische Fliessmodellierung. Die Grundlagen für den zentralen Teil sind damit erarbeitet.

Der eigentliche Kern der vorliegenden Arbeit ist die Bestimmung der Massenbilanz mit einer neuen indirekten Methode. Sie wird in Kapitel 7 ausführlich beschrieben und analysiert.

Schlussbetrachtungen fassen die gewonnenen Erkenntnisse zusammen und geben einen Ausblick auf die noch anstehenden Probleme (Kap. 8). Im Anhang sind die Resultate der direkten Massenbilanzmessungen und der Neuvermessung des erweiterten Passpunktnetzes ausführlich aufgelistet.

Kapitel 2

Bestimmung der Massenbilanz

Der Bestimmung der Massenbilanz von Gletschern kommt aus verschiedenen Gründen eine grosse Bedeutung zu. Die Beobachtung von zeitlichen Variationen der räumlichen Massenbilanzverteilung trägt zur Erkennung von Änderungen des Klimas bei. Selbst die Volumenänderungen von Gletschern nehmen schon deutlichen Einfluss auf den Meeresspiegel. Gletscher sind Wasserspeicher und regulieren den Abfluss eines vergletscherten Einzugsgebietes. Sie sind deshalb für die Einschätzung der Hochwassergefahr, die wirtschaftliche Trinkwassernutzung und Stromproduktion von zunehmendem Interesse.

2.1 Grundlagen zur Massenbilanz

Veränderungen der Masse, der Temperatur und des Wassergehalts von Gletschern werden von den an den Grenzflächen und im Gletscherinnern vorhandenen Energieflüssen gesteuert. Der hauptsächliche Energieaustausch findet zwischen der Gletscheroberfläche und der darüberliegenden Atmosphäre statt. Weitere Energieumsätze wie Wärmediffusion im Eis, konvektiver Wärmetransport mittels Wasser, durch Eisdeformation verursachte innere Reibung im Gletscher sowie am Gletscherbett vorhandene Reibung des basalen Gleitens und geothermer Wärmefluss spielen lediglich eine vernachlässigbare und untergeordnete Rolle.

Die Massenbilanz ergibt sich aus der Summe von Akkumulation (Massenzufuhr) und Ablation (Massenverlust). Während die Akkumulation fast ausschliesslich durch die Deposition von Niederschlägen (Schnee, gefrierender Regen, Reifbildung) erfolgt, wird die Ablation durch das Zusammenspiel der Prozesse der Strahlung und der Temperatur verursacht. Massenzufuhr und -verlust können zusätzlich durch Lawinen und Windverfrachtungen von Schnee und Eis bewirkt werden. Kalbung von Eisbergen ist eine weitere, spezielle Form von Massenverlusten.

Um Missverständnissen über verwendete Begriffe zur Massenbilanz vorzubeugen, sind einige glaziologische Konventionen klarzustellen (Anonym, 1969; Paterson, 1994). Massenbilanzwerte werden normalerweise in Einheitsvolumina von Wasser,

den sogenannten Wasseräquivalenten (we), angegeben. Die gebräuchliche Einheit von [m (we)] entspricht somit einer Einheit von [kg m^{-2}]. Die Massenbilanzrate $\dot{b}(\mathbf{x})$ bezeichnet die Schmelz- bzw. die Eiszuwachsrate an einer Stelle $\mathbf{x}$ auf der Gletscheroberfläche. Die Nettobilanz b

$$b(\mathbf{x}) = \int_t \dot{b}(\mathbf{x})\, dt \tag{2.1}$$

ergibt sich am Ende eines Bilanzjahres und bezieht sich auf einen einzelnen (Mess-)-Punkt $\mathbf{x}$. Das Bilanzjahr wird begrenzt durch zwei sukzessive Minimalstände der gespeicherten Eismasse. Die Länge eines Bilanzjahres beträgt nicht exakt 365 Tage und variiert von Jahr zu Jahr. Die Gesamt-Nettobilanz B

$$B = \int_S \int_t \dot{b}\, dt\, dS = \int_S b(\mathbf{x})\, dS = \rho\, \Delta V \tag{2.2}$$

bezeichnet die über die gesamte Gletscheroberfläche S integrierte, totale Nettobilanz des Gletschers und kann mit der Volumenänderung ΔV in Beziehung gesetzt werden. Schliesslich existiert der Begriff der mittleren Nettobilanz[1] $\overline{b}$

$$\overline{b} = \frac{B}{S} = \frac{\rho\, \Delta V}{S} = \rho\, \overline{\Delta h} \tag{2.3}$$

mit Bezug zur mittleren Höhenänderung $\overline{\Delta h}$ der Oberfläche des Gletschers. Die Einheiten sowie die verwendeten Symbole und zugehörigen englischen Fachausdrücke der verschiedenen Begriffe sind in der nachfolgenden Tabelle 2.1 zusammengefasst.

Tabelle 2.1: Begriffe der Massenbilanz mit Symbol, Einheit und entsprechendem englischen Fachausdruck

Begriff	*Symbol*	*Einheit*	*englischer Fachbegriff*
Massenbilanzrate	$\dot{b}$	m a^{-1} (we)	*mass-balance rate*
Nettobilanz	b	m (we)	*net balance*
Gesamt-Nettobilanz	B	m^3 (we)	*glacier net balance*
mittlere Nettobilanz	$\overline{b}$	m (we)	*average net balance*

Die externen klimatischen Einflüsse steuern die Massenbilanz. Die räumliche Verteilung der Nettobilanz reflektiert direkt die lokalen Grössen der Lufttemperatur, des Niederschlags und der Strahlung. Der Gletscher seinerseits reagiert mit Volumen- und Längenänderungen auf die veränderten Bedingungen und versucht, einen neuen Gleichgewichtszustand zu finden. Halten sich die im Akkumulationsgebiet abgelagerten und die im Ablationsgebiet abgeschmolzenen Eismassen die Waage, so befindet sich ein Gletscher im Gleichgewicht und die Gesamt-Nettobilanz gestaltet sich ausgeglichen. Die Gleichgewichtslinie (*equilibrium line*) bezeichnet die Grenze zwischen Akkumulations- und Ablationsgebiet, wo die Nettobilanz Null beträgt.

Eine Klimaänderung (langfristige, grossräumige Variation der Klimagrössen) bewirkt eine entsprechende Veränderung der Massenbilanzrate sowie der Nettobilanz. Auf eine sprunghafte Änderung der Klimagrössen reagiert deshalb die Nettobilanz

[1] auch als 'spezifische Massenbilanz' bezeichnet

umgehend und ohne Verzögerung. Die Reaktion der Gesamt-Nettobilanz hingegen verläuft gedämpft und schrittweise. Ein unmittelbarer Ausschlag aus dem Gleichgewicht nimmt exponentiell ab und verbleibt solange negativ oder positiv, bis ein erneuter Gleichgewichtszustand erreicht ist. Für eine beispielhafte Situation einer einfachen klimatischen Veränderung sind in Abbildung 2.1 der zeitliche Verlauf der unterschiedlichen Reaktionen von Nettobilanz, Gesamt-Nettobilanz und Gletscherlänge illustriert.

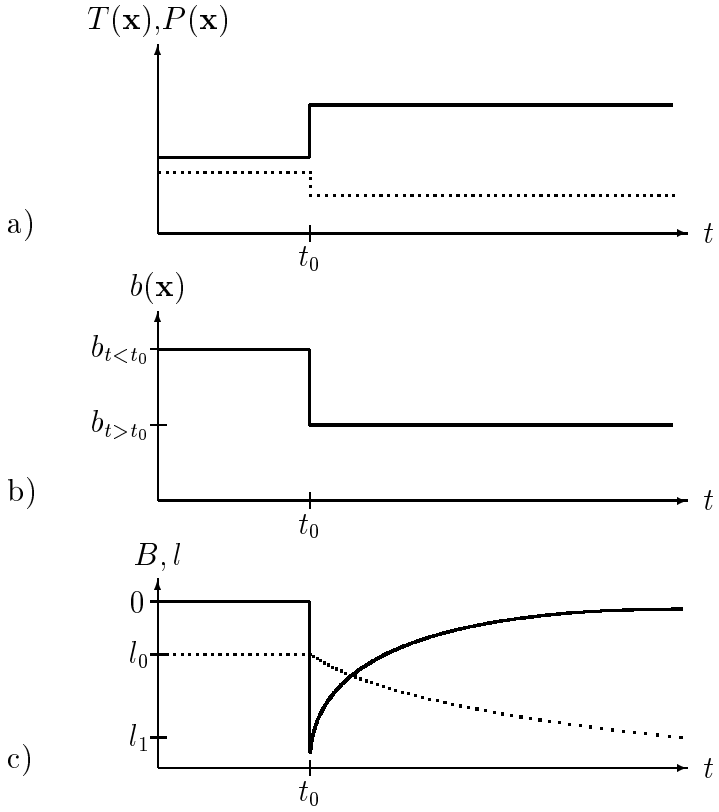

Abbildung 2.1: Reaktion der Nettobilanz, Gesamt-Nettobilanz sowie der Gletscherlänge auf eine sprunghafte Änderung des Klimas: Die drei Darstellungen zeigen als Funktion der Zeit a) eine sprunghafte Verschiebung der Klimavariablen Lufttemperatur T (ausgezogen) oder Niederschlag P (gepunktet) zum Zeitpunkt $t = t_0$ für jeden beliebigen Punkt $\mathbf{x}$ auf dem Gletscher, b) der resultierende Verlauf der Nettobilanz $b(\mathbf{x})$ und c) die Reaktion von Gesamt-Nettobilanz B (ausgezogen) und Gletscherlänge l (gepunktet).

2.2 Methoden zur Bestimmung der Massenbilanz

Zur Bestimmung der Massenbilanz werden verschiedene Methoden eingesetzt.

- Die herkömmliche, direkte, **glaziologische Methode** verwendet in die Gletscheroberfläche eingebohrte Pegel. An diesen kann die zeitliche (normalerweise jährliche) Veränderung direkt abgelesen werden (vgl. Kap. 3.3). In Schneeschächten im Akkumulationsgebiet wird für den jeweiligen Ort zusätzlich das Dichteprofil bestimmt und daraus direkt die Nettobilanz berechnet.

Durch Inter- und Extrapolation der einzelnen Messwerte auf die gesamte Gletscherfläche lässt sich anschliessend die Gesamt-Nettobilanz bestimmen. Die Kenntnis der vertikalen Dichteverteilung für den untersuchten Zeitraum ist vor allem im Akkumulationsgebiet wichtig, da dort die gesamte Variation von Firnbildung mit Neuschnee an der Oberfläche bis hin zu kompaktiertem Eis in der Tiefe auftritt. Im Ablationsgebiet hingegen ist eine homogenere Zusammensetzung von bereits kompaktiertem, älterem Eis vorhanden. Diese Methode der direkten Feldmessungen ist jedoch mit grossem manuellem Aufwand verbunden. Auf einem Gletscher lassen sich in der Regel nur einige wenige Pegel unterhalten.

- Die **hydrologische Methode** ermittelt die Massenbilanz anhand der hydrologischen Parameter des Niederschlags, der Verdunstung und des Abflusses für ein gemeinsames, vergletschertes Einzugsgebiet. Während der Abfluss an zentralen, oft gut zugänglichen, einzelnen Messstationen einfach erfasst werden kann, ist die Messung des räumlich variablen Niederschlags sehr anspruchsvoll. Die Verdunstung ist normalerweise um Grössenordnungen kleiner als die beiden anderen Terme, jedoch ähnlich gross wie das zu bestimmende Resultat. Einerseits liefert diese Methode nur eine Gesamt-Nettobilanz für das gesamte, meist nicht vollständig vergletscherte Einzugsgebiet und keine räumliche Verteilung, andererseits ist die Messung oder Abschätzung der relevanten Parameter oft diffizil und mit zu grossen Unsicherheiten behaftet, um allein aussagekräftige Resultate zu geben.

- Bei der **geodätischen Methode** werden die räumlichen Veränderungen der Gletscheroberfläche zwischen verschiedenen vermessenen Zeitpunkten flächendeckend ermittelt. Aus topographischen Karten oder digitalen Geländemodellen der Gletscheroberfläche werden Flächen-, Dicken- und Volumenänderungen berechnet (siehe Kap. 4.2). Aus den räumlich verteilten Volumenänderungen kann jedoch nur die Gesamt-Nettobilanz für den ganzen Gletscher ermittelt werden, sofern zusätzlich die Kenntnis der tiefenabhängigen Dichteverteilung im Akkumulationsgebiet bekannt ist. Normalerweise werden dazu mittlere Dichten von Firn und Eis verwendet. Obwohl diese Auswertung an den einzelnen Messpunkten weniger Informationen (nur Höhenänderungen) liefert als die glaziologische Methode, erlauben Fernerkundungsmethoden die Abdeckung des gesamten Einzugsgebiets und den Einbezug der für direkte Feldmessungen unzugänglichen Gebiete. Oftmals reicht die Genauigkeit der Karten- und Geländebestimmung nicht aus, oder der Aufwand zum Erreichen der notwendigen Auflösung ist zu gross, um einzelne Jahresperioden auszuwerten. Jedoch eignet sich diese Methode eher, um in mehrjährigen Vergleichen detailliertere direkte Messungen zu unterstützen.

- **Klimatische Methoden** evaluieren die Massenbilanz indirekt über die Energiebilanz und den Niederschlag an der Gletscheroberfläche. In der Energiebilanz sind die Strahlung und die turbulenten Wärmeflüsse enthalten. Die benötigten klimatischen Parameter und ihre räumliche Verteilung werden entweder direkt auf dem Gletscher gemessen oder anhand umliegender Stationen abgeschätzt. Es kann eine mit anderen Methoden nicht erreichbare, sehr hohe zeitliche Auflösung bis in den Bereich von Tagen erzielt werden.

- Eine alternative, indirekte Bestimmung der Massenbilanz gelingt mit den **gletschermechanischen Methoden**. Anhand der physikalischen Beziehungen der Kontinuitätsgleichung oder der kinematischen Randbedingung an der Oberfläche wird die räumliche Verteilung der Massenbilanzrate berechnet. Die dazu notwendigen, genauen Kenntnisse der Gletschergeometrie und des Fliessfeldes liefern Fernerkundungsmethoden und eismechanische Berechnungen. Die Vorteile liegen dabei in der Unabhängigkeit von aufwendigen Feldmessungen und der Ausnutzung von detailliert aufgelöster Information der Fernerkundung. Es sind jedoch hohe Genauigkeiten und Auflösungen erforderlich.

Weitere verwendete Methoden (Østrem und Brugman, 1991) beschränken sich auf Messungen in einem Teilgebiet oder von abgeleiteten Indexgrössen. Die aufgeführten Methoden lassen sich allgemein in direkte und indirekte Bestimmungsmethoden aufteilen. Während die glaziologische Methode der direkten Klasse angehört, fallen die restlichen in die zweite.

Ein gemeinsames Problem aller Bestimmungsmethoden stellt die genaue Ermittlung der Minimalstände und deren Zeitpunkte dar. Sie ist grundsätzlich nur im Nachhinein möglich. Zur Unterscheidung zwischen der idealen Nettobilanz und den auf die Zeitpunkte der Datenerhebung (Feldmessungen, Fernerkundung) bezogenen Resultaten wird deshalb der Begriff der Jahresbilanz ("*annual balance*") verwendet. Für Vergleichszwecke mit klimatischen Parametern hat sich zusätzlich das hydrologische Jahr (1. Oktober bis 30. September) eingebürgert. In kumulierten Werten über langjährige Zeitperioden gleicht sich die Diskrepanz zwischen Jahres- und Nettobilanz aus.

Der Hauptnachteil der glaziologischen Methode ist der damit verbundene, grosse Aufwand an manueller Feldarbeit. Diese Einschränkung führt dazu, dass langjährige Messprogramme nur für sehr wenige Gletscher und oft mit einer äusserst begrenzten Anzahl von Einzelmessungen (Hoinkes, 1970; Funk et al., 1997; Fountain and Vecchia, 1999) aufrecht erhalten werden können. Die optimale Wahl der einzelnen Messstandorte wird oft beeinträchtigt durch die Berücksichtigung der einfachen, ungefährlichen und zeitsparenden Erreichbarkeit. Der Vorteil der hydrologischen und geodätischen Methoden liegt hauptsächlich im Verzicht auf aufwendige, umfangreiche Feldarbeiten. Dies geschieht jedoch auf Kosten räumlich detaillierter Informationen. Die beiden Methoden erlauben ausschliesslich eine Bestimmung der Gesamt-Nettobilanz. Die vorliegende Arbeit diskutiert ausführlich die Möglichkeiten einer indirekten Bestimmung der räumlichen Verteilung der Massenbilanz. Denn die Kenntnis der räumlichen Verteilung befähigt zusätzlich die Massenbilanz von Teilgebieten des Gletschers zu bestimmen.

2.2.1 Indirekte Bestimmungsmethoden

Indirekte Bestimmungsmethoden verfolgen das Hauptziel einer möglichst weitgehenden Reduktion aufwendiger Feldarbeit. Sie lassen sich zusätzlich in zwei Klassen unterteilen: Während die eine Klasse nur die Gesamt-Nettobilanz bestimmt, ermittelt die andere die räumliche Verteilung der Massenbilanzrate. Sollen die Massenbi-

lanzbeobachtungen zur Identifikation und Quantifizierung klimatischer Veränderungen eingesetzt werden können, sind Abschätzungen der zeitlichen Änderungen der Massenbilanzverteilung den lediglichen Änderungen der Gesamt-Nettobilanz vorzuziehen. Denn die Massenbilanzverteilung reagiert umgehend auf klimatische Variationen. Die Reaktion der Gesamt-Nettobilanz hingegen verläuft schrittweise und tendiert bei einer sprunghaften Veränderung des Klimas mit der Zeit gegen Null.

Für die indirekte Abschätzung der Massenbilanzverteilung ist die Kenntnis des Fliessfeldes notwendig. Die meisten bisherigen Ansätze (Reynaud et al., 1986; Rasmussen, 1988; Rasmussen and Krimmel, 1999) verwendeten die Kontinuitätsgleichung (Paterson, 1994)

$$\frac{\dot{b}}{\rho} = \dot{h} + \nabla_h \cdot \mathbf{q} \,, \tag{2.4}$$

um die Verteilung der Massenbilanz zu erhalten. Dabei ist die Massenbilanzrate $\dot{b}$ eine Funktion der Höhenänderung $\dot{h}$ und der horizontalen Divergenz des Fliessvektors $\mathbf{q}$.

Der alternative Ansatz zur Abschätzung der Massenbilanzrate $\dot{b}$ an einem Ort mit der kinematischen Randbedingung der Oberfläche (Chandrasekharaiah and Debnath, 1994; Hutter, 1983)

$$\frac{\dot{b}}{\rho} = \frac{\partial h}{\partial t} + v_x \frac{\partial h}{\partial x} + v_y \frac{\partial h}{\partial y} - v_z \tag{2.5}$$

verwendet ausschliesslich die an der Oberfläche eines Gletschers definierten Grössen der Höhe h und der Partikelgeschwindigkeit $\mathbf{v}$. Diese Beziehung ist unabhängig von den Materialeigenschaften des Gletschers, welche die Bestimmung des Durchflusses steuern. Die einzelnen Terme $\frac{\partial h}{\partial t}$, $v_x \frac{\partial h}{\partial x}$, v_z und $\frac{\dot{b}}{\rho}$ der kinematischen Randbedingung sind in Abbildung 2.2 graphisch erläutert. Die Darstellung enthält einander überlagert zwei zeitlich unterschiedliche Momentaufnahmen der Oberfläche mit einem Referenzmassstab (Pegel). Es sind die entsprechenden diskretisierten Beträge $\frac{\partial h}{\partial t}\,\Delta t$, $v_x \frac{\partial h}{\partial x}\,\Delta t$, $v_z\,\Delta t$ und $\frac{\dot{b}}{\rho}\,\Delta t$ eingezeichnet. Sie ist zur besseren Verständlichkeit auf den zweidimensionalen Fall reduziert, lässt sich jedoch ohne Einschränkungen auf drei Dimensionen erweitern.

Die vertikale Komponente des Fliessvektors an der Oberfläche v_z ist die einzige Grösse der kinematischen Randbedingung (Gl. 2.5), die nicht direkt mit aerophotogrammetrischen Methoden ermittelt werden kann. Bisherige Studien setzten auf vereinfachte Abschätzungen der vertikalen Geschwindigkeitskomponente, um die kinematische Randbedingung zur praktischen Bestimmung der Massenbilanzverteilung anzuwenden (Bauder, 1996; Bauder and Gudmundsson, 1996; Kääb, 1996; Gudmundsson and Bauder, 1999; Kääb and Funk, 1999). Die vorliegende Arbeit verwendet ein numerisches Fliessmodell, um die vertikale Geschwindigkeitskomponente zu ermitteln.

Mit Ausnahme allfälliger Dichtemessungen im Firngebiet reduzieren sich die notwendigen, ortsgebundenen, Feldmessungen auf die anfängliche Abstimmung des numerischen Fliessmodells. Neben der Reduktion des Aufwandes zeichnet sich diese Methode durch die sehr hohe räumliche Auflösung aus.

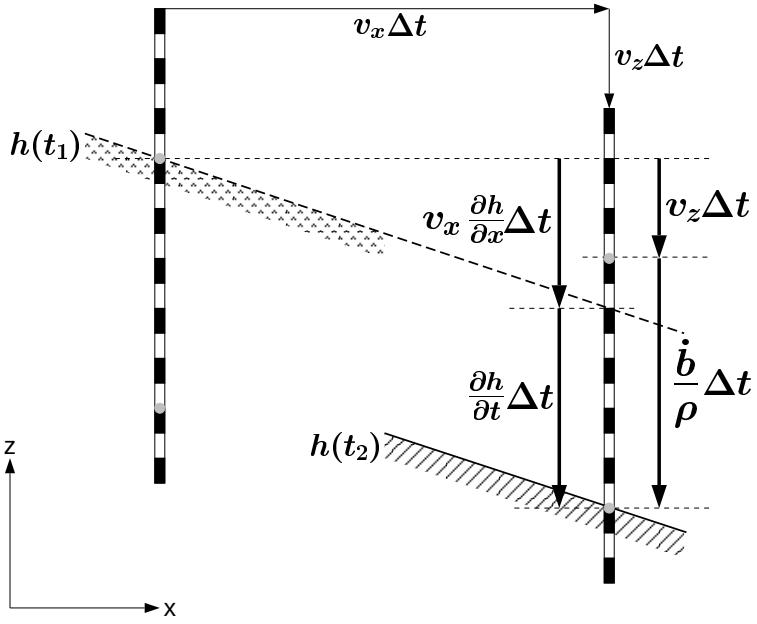

Abbildung 2.2: Die verschiedenen Grössen der kinematischen Randbedingung ($\frac{\partial h}{\partial t} + v_x \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\dot{b}}{\rho} + v_z$) sind am Beispiel der diskreten Beträge ($\frac{\dot{b}}{\rho}\,\Delta t$, $v_x\,\Delta t$, $v_y\,\Delta t$, $v_z\,\Delta t$, $v_x \frac{\partial h}{\partial x} \Delta t$, $\frac{\partial h}{\partial t} \Delta t$) zwischen zwei Momentaufnahmen der Gletscheroberfläche ($h(t_1)$, $h(t_2)$) illustriert.

2.3 Relevante Forschungsarbeiten

Zur Einführung der vorgeschlagenen neuen Bestimmungsmethode der Massenbilanz sollen noch einige wichtige Forschungsarbeiten erläutert werden. Dabei werden nur einige Teilaspekte des breitgefächerten Wissenstandes der glaziologischen Forschung abgehandelt. Die Reduktion des Aufwandes zur Massenbilanzbestimmung, der Vergleich der Resultate von verschiedenen Gletschern und die Übertragung auf nicht beobachtete Gletscher sind – kurz zusammengefasst – die wichtigen Fragestellungen im glaziologischen Forschungszweig der Massenbilanz. Während sich viele Studien mit den traditionellen Methoden zur Bestimmung der Massenbilanz beschäftigen, existieren relativ wenige umfassende Untersuchungen zur indirekten Abschätzung der Massenbilanzverteilung. Die Gründe dafür liegen darin, dass sich die genaue Bestimmung von digitalen Geländemodellen (DTM) und Geschwindigkeitsfeldern der Oberfläche von Gletschern mit genügender räumlicher Abdeckung und Ausbreitung bisher als sehr schwierig und aufwendig, wenn nicht sogar unmöglich erwies. Detaillierte, dreidimensionale, numerische Fliessmodellierungen alpiner Gletscher sind erst seit wenigen Jahren Realität.

2.3.1 Methodik der Massenbilanzbestimmung

Zur direkten glaziologischen Messmethode existieren zahlreiche Studien. Neben kurzen Überblicken bestehender Messprogramme und Methodiken geben Østrem und Brugman (1991) eine ausführliche praktische Anleitung. Dabei werden die einzel-

nen Schritte der Vorbereitung, Organisation, Ausführung und Analyse der glaziologischen Feldmessungen einfach verständlich abgehandelt, sowie die verschiedensten Messtechniken und Instrumente vorgestellt. Die eigentlichen Forschungsarbeiten zur glaziologischen Messmethode beschäftigen sich mit der detaillierten Analyse mehrjähriger Messreihen (Hoinkes, 1970; Lliboutry, 1974; Funk et al., 1997; Fountain and Vecchia, 1999; Jansson, 1999). Hoinkes (1970) behandelt in seiner sehr umfassenden Arbeit die traditionellen Methoden, die Möglichkeiten der Interpretation und die Beziehung zum umgebenden Klima. Aus der statistischen Analyse von Nettobilanzwerten leitet Lliboutry (1974) ein mehrdimensionales Bilanzmodell mit getrennten orts- und zeitabhängigen Parametern ab. Der eingehenden Untersuchung von Fehlern, die sich sehr kritisch auf die Verwendbarkeit der Resultate von Messprogrammen auswirken, wurde viel zu geringe Beachtung geschenkt (Funk et al., 1997). Dagegen zeigten Untersuchungen zur Anzahl der zu verwendenden Messpegel (Fountain and Vecchia, 1999; Jansson, 1999), dass je nach Ziel der Massenbilanzstudie eine Reduzierung der einzelnen Messpunkte das Endresultat wenig beeinflusst, wobei die optimale Wahl der Messstandorte durch eine kurze Phase mit hoher Messdichte begünstigt wird. Weitere Arbeiten beleuchten Methoden zur Fortsetzung und Schliessung von Lücken in bestehenden Messreihen (Reynaud et al., 1986; Chen and Funk, 1990).

Vergleiche zwischen Resultaten der direkten glaziologischen und den beiden indirekten traditionellen Bestimmungsmethoden (hydrologische und geodätische Methode), die lediglich eine Gesamt-Nettobilanz der Masse liefern, haben ergeben, dass sich die indirekten Methoden bestenfalls zur Ergänzung und groben Genauigkeitskontrolle der glaziologischen Methode, niemals aber zu deren Ersatz eignen (Hoinkes, 1970; Lang and Patzelt, 1971; Haakensen, 1986; Funk et al., 1997; Krimmel, 1999). Der Einsatz der hydrologischen Methode als Minimalmessmethode und die Verwendung bei sehr grossen Gletscher (z.B. Grosser Aletschgletscher), deren genauere Messung zu aufwendig erscheint, wird allgemein akzeptiert. Keiner indirekten Bestimmungsmethode ist es bisher gelungen, die direkten Feldmessungen der glaziologischen Methode zu ersetzen und den hohen Anforderungen an indirekte Methoden mit detaillierter Informationsbeschaffung gerecht zu werden.

2.3.2 Fernerkundungsmethoden und Massenbilanzbestimmung

Die dank des technischen Fortschritts laufend verbesserten Fernerkundungsmethoden bieten ein vielversprechendes Potential zur indirekten Massenbilanzbestimmung. Denn moderne Fernerkundungsmethoden ermöglichen inzwischen, nicht nur die Topographie, sondern auch die Fliessgeschwindigkeiten an der Oberfläche eines Gletschers berührungsfrei zu bestimmen.

Während die photogrammetrische Bestimmung der Oberflächentopographie auf Gletschern seit langem erfolgreich eingesetzt wird (Finsterwalder S., 1897; Finsterwalder Ri., 1954) , treten neu zusätzlich die Methoden des *laser-scanning* und *synthetic aperature radar* (SAR) auf (Rott and Mätzler, 1987; Echelmeyer et al., 1996; Favey et al., 1999). Diese aktive Erkundungsverfahren basieren auf elektromagnetischen Signalen ausserhalb des sichtbaren Bereiches und ermöglichen, in für die

Photogrammetrie ungeeigneten Verhältnissen mit schlechtem optischen Kontrast, Dunkelheit oder Bewölkung trotzdem genaue Resultate zu liefern.

Die Bestimmung der Bewegung gelingt nicht nur aerophotogrammetrisch (Flotron, 1979; Meier et al., 1985; Brecher, 1986; Kääb, 1996), sondern auch mit Interferometrie (Goldstein et al., 1993; Mattar et al., 1998). Speziell die satellitengestützten Erkundungsmethoden gestatten, auf den grossen und schlecht zugänglichen Eisschilden (v.a. Grönland und Antarktis) flächendeckend Topographie und Oberflächengeschwindigkeiten zu erfassen (Bindschadler and Scambos, 1991; Scambos et al., 1992; Ferrigno et al., 1993; Lucchitta et al., 1993; Joughin et al., 1995; Kwok and Fahnestock, 1996; Joughin et al., 1996b,a, 1998).

Diese Erkundungsmethoden ermöglichen den Einsatz von indirekten Bestimmungsmethoden der punktuellen Nettobilanz anhand lokaler Höhenänderung und Fliessbewegung. Die Kontinuitätsgleichung wird von Reynaud et al. (1986) an alpinen Talgletschern und Bindschadler et al. (1996) an westantarktischen Eisströmen eingesetzt. Aus Höhen- und Geschwindigkeitsmessungen an Querprofilen bestimmen sie die mittlere Massenbilanz von den durch die Profile abgegrenzten Sektoren. Rasmussen (1988) verwendete ebenfalls den Ansatz der Kontinuitätsgleichung und bestimmte mittels nichtlinearer Minimierung aus photogrammetrischen Höhen- und Bewegungsanalysen gleichzeitig die Massenbilanz und die Gletscherbetttopographie. Er kommt jedoch zum Schluss, dass die isolierte Bestimmung der Massenbilanz erheblich einfacher und genauer wäre (Rasmussen and Krimmel, 1999). Ein etwas anderer Ansatz der Oberflächenkinematik ermöglicht ebenfalls, aus der photogrammetrischen Analyse wiederholter Luftbilder die Massenbilanz zu ermitteln (Bauder, 1996; Kääb and Funk, 1999; Gudmundsson and Bauder, 1999). Allen diesen indirekten Bestimmungsmethoden ist gemein, dass die notwendige Information der vertikalen Geschwindigkeit an der Oberfläche nicht direkt ermittelt werden kann, sondern lediglich auf einer Abschätzung beruht. Dreidimensionale numerische Fliessmodelle auf modernstem Wissensstand vermögen alle Komponenten der Fliessgeschwindigkeit zu berechnen, was in der vorliegenden Arbeit zur Massenbilanzbestimmung ausgenützt werden soll.

Kapitel 3

Feldbeobachtungen

Ein Überblick über die im Rahmen dieser Arbeit zur Beschaffung der Datengrundlage ausgeführten Beobachtungen und Messungen auf dem Unteraargletscher wird gegeben. Während der detaillierten Diskussion neuer Erkenntnisse werden gleichzeitig frühere Forschungsergebnisse eingeführt und besprochen.

Einer Beschreibung des Untersuchungsgebietes und der darin durchgeführten, früheren Arbeiten folgt die Vorstellung der einzelnen Messergebnisse zusammen mit der Erläuterung der eingesetzten Methoden, die zur Gewinnung der Datengrundlage geführt haben.

3.1 Untersuchungsgebiet

Der Unteraargletscher, die gemeinsame Zunge der beiden Zuflüsse Finsteraar- und Lauteraargletscher, ist ein temperierter Talgletscher in den zentralen Schweizer Alpen (siehe Abb. 3.1)[1]. Dabei vereinigen sich vier eigentliche Akkumulationsgebiete zum Hauptstrom, welcher etwa 1 km breit ist und dessen Oberfläche durchschnittlich 4 Grad geneigt ist. Das verzweigte System erreicht eine maximale Länge von 13.5 km. Die Höhe über Meer reicht von gut 1900 m bis über 4000 m. Die allgemeine Exposition zeigt gegen Osten.

Ein äusserst auffälliges Merkmal des Unteraargletschers ist die im Zungenbereich vorherrschende Schuttbedeckung. Deren Mächtigkeit liegt normalerweise im Dezimeterbereich (5 bis 15 cm). Nur an wenigen Stellen übersteigt sie diesen Betrag, beeinflusst durch sehr grobes Geröll (Detritus). Das Bild wird überwiegend durch die verschiedenen schuttbedeckten Mittelmoränen geprägt. Die Imposanteste, welche sich beim Zusammenfluss von Lauteraar- und Finsteraargletscher aus deren Seitenmoränen bildet, erreicht zuerst eine Höhe von 10 bis 20 m und eine Breite von 100 m und weitet sich gletscherabwärts allmählich bis auf 50 m Höhe und 300 m Breite

[1] Obwohl der Name Unteraargletscher strikt nur den Teil des Gletschers unterhalb des Zusammenflusses bezeichnet, wird er oft auch als Oberbegriff für das gesamte Einzugsgebiet verwendet. In der vorliegenden Arbeit wird er in Ermangelung eines selbständigen Begriffs ebenfalls im weiteren Sinn verwendet. Der Ausdruck Aaregletscher ist als Kollektivbezeichnung für Unteraar-, Lauteraar-, Finsteraar- und Oberaargletscher reserviert.

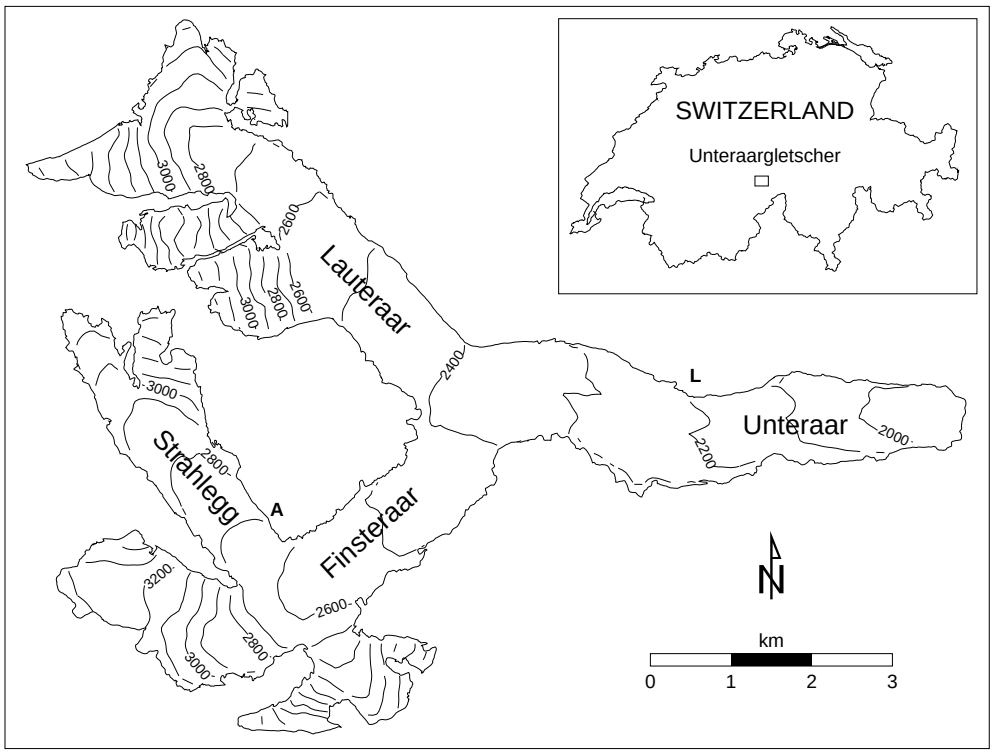

Abbildung 3.1: Die Lage des Unteraargletschers mit seinen Zuflüssen und vorhandenen Unterkünften (A = Aarbiwak, L = Lauteraarhütte).

aus. Der Finsteraargletscher seinerseits besitzt schon einige kleinere Mittelmoränen, da er selbst von mehreren Zuflüssen gespeist wird. Dies ist auch ein Grund dafür, dass die Schuttbedeckung auf der orographisch rechten Seite des Unteraargletschers ziemlich flächendeckend ist.

Das Untersuchungsgebiet ist während des Winterhalbjahres nur beschränkt und umständlich zugänglich. Die beiden Unterkünfte des SAC[2] – die Lauteraarhütte am Unteraargletscher und das Aarbiwak am Eingang zum Strahlegggletscher – sind für Feldarbeiten sehr nützlich.

3.2 Frühere Studien am Unteraargletscher

Der Unteraargletscher gehört zu den bestuntersuchten Alpengletschern. Er erweckte bereits in vergangenen Jahrhunderten das Interesse der Naturforscher. Deshalb ist dieser Gletscher sehr eng mit der historischen Entwicklung der glaziologischen Forschungsarbeiten verbunden. Zuerst der Solothurner Franz Josef Hugi (1793-1855) und wenig später der Neuenburger Louis Agassiz (1807-1873) wählten den Gletscher für ihre Studien aus (Hugi, 1830, 1842; Agassiz, 1840, 1847). Eine sehr schön gestaltete Zusammenfassung der historischen Quellen und frühen glaziologischen Forschungsarbeiten im Untersuchungsgebiet geben Zumbühl und Holzhauser (1988, 1990).

[2]Schweizerischer Alpenclub

Seit Beginn der 20er Jahre des Zwanzigsten Jahrhunderts wurden im Auftrag der Kraftwerke Oberhasli (KWO) systematisch die Bewegungen und Dickenänderungen gemessen (Flotron, 1924-1998). Im Rahmen dieser Untersuchungen existieren seit 1969 jährliche Luftaufnahmen der Aaregletscher.

3.2.1 Geometrie

Bereits Agassiz veranlasste die genaue Kartierung der Oberfläche. Dabei entstand die erste detaillierte topographische Karte (J. Wild) eines Gletschers in grossem Massstab (1:10'000), jedoch ohne Höhenlinien. Seit 1924 wurde durch die routinemässigen Arbeiten von Flotron (1924-1998) jährlich der Stand der Gletscherzunge aufgezeichnet und auf der Basis von bis zu 13 terrestrisch vermessenen Profilen die Höhe der Oberfläche bestimmt und daraus die Volumenänderung abgeschätzt. Haefeli (1970) analysierte die Höhenänderung für verschiedene Perioden und schätzte den Volumenverlust seit dem letzten Hochstand der kleinen Eiszeit 1871 auf $2.4\,\mathrm{km}^3$. Daraus berechnete er eine mittlere Höhenänderung von $0.67\,\mathrm{m\,a}^{-1}$.

Im 20. Jahrhundert wurden die geophysikalischen Untersuchungsmethoden Seismik, Gleichstrom-Geoelektrik und Radar-Echolotsondierung zur Bestimmung der Gletscherbetttopograpie des Unteraar- und Teile des Lauteraar- und Finsteraargletschers eingesetzt (Kreis, 1941; Kreis et al., 1952; Knecht and Süsstrunk, 1952; Röthlisberger and Vögtli, 1967; Sambeth and Frey, 1987a,b; Röthlisberger, 1986; Funk, 1987a; Röthlisberger and Funk, 1987; Funk, 1987b; Funk and Röthlisberger, 1989; Funk et al., 1994).

3.2.2 Fliessverhalten

Neben verschiedenen Beobachtungen auf und neben dem Gletscher bildeten systematische Messungen – erst der klimatischen Parameter Temperatur, Luftfeuchtigkeit und Luftdruck und später der Bewegung an der Gletscheroberfläche – die Schwerpunkte in den Arbeiten unter Agassiz. Während eines ganzen Jahres wurde entlang zweier Profile monatlich die Geschwindigkeit gemessen. Bereits diese Messungen zeigen deutliche saisonale Schwankungen. Erneute Messungen auf der Höhe der Lauteraarhütte (siehe Abb. 3.1) mittels terrestrischer Vermessung (Haefeli, 1970) bestätigten die früheren Resultate. Dank einer automatischen Kamera (Flotron, 1973) mit einer zeitlichen Auflösung von wenigen Tagen konnten kurzfristige, die saisonalen Variationen überlagernde Beschleunigungsphasen und signifikante Hebungen der Oberfläche festgestellt werden (Iken, 1977; Iken et al., 1983). Während die Hebungen durch Wasserspeicherung am Bett erklärt werden, zeichnet sich der Einfluss des Wasserdrucks im intra- und subglazialen Abflusssystem auf die Gleitgeschwindigkeit ab. Obwohl keine direkten Messungen vorhanden sind, lassen die Resultate keinen Zweifel am Vorhandensein eines beträchtlichen Gleitanteils im Sommer übrig.

Gudmundsson (1994a, 1997) studierte am Beispiel des Unteraargletschers die Verhältnisse sich vereinigender Gletscher und erstellte dabei ein dreidimensionales numerisches Fliessmodell (Gudmundsson, 1999). Zusammen mit den im Rahmen

dieser Studie ausgeführten vertikalen Deformationsmessungen konnten detaillierte Erkenntnisse des dreidimensionalen Bewegungs- und Fliessverhaltens für einen Teilbereich des Gletschers gewonnen werden.

3.3 Pegelmessungen

Die zeitlichen Veränderungen der Oberfläche können relativ einfach direkt gemessen werden. Dazu ist nur eine Referenzmarke notwendig. Es lässt sich daran nicht nur die Bewegung des Eises mitverfolgen, sondern auch die Akkumulation und Ablation ablesen.

Seit Herbst 1996 wurde während dreier Jahre auf dem Unteraargletscher ein Messnetz von gut 40 Pegelstangen betrieben, um direkt gemessene Vergleichsdaten zur Überprüfung der indirekten Methode der Massenbilanzbestimmung zu gewinnen. Dazu wurden 6.5 m lange Aluminiumstangen in die Eisoberfläche eingebohrt, die als Referenzmassstab dienten. In Abbildung 3.2 sind die bei Pegelmessungen zu

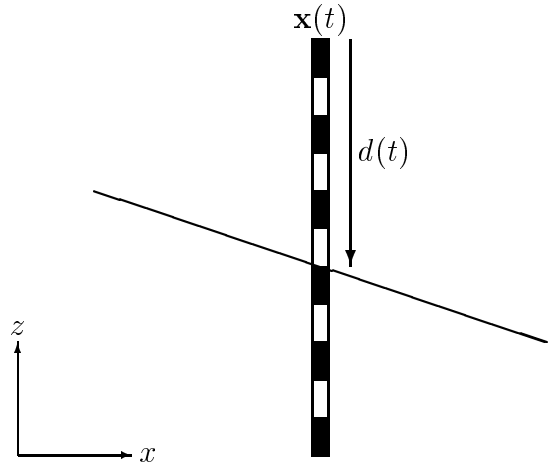

Abbildung 3.2: Die relevanten Messgrössen der Pegelmessungen: Distanz $d(t)$ und Position $\mathbf{x}(t)$.

berücksichtigenden Messgrössen eingezeichnet. Direkt am Pegel wird der sogenannte "Abstich" oder das "freie Ende" abgelesen. Darunter versteht man die Distanz $d(t)$ von der Pegeloberkante zur Eisoberfläche. Zur Ermittlung der Position $\mathbf{x}(t)$ des Pegels bezüglich eines Fixpunktes ausserhalb des Gletschers wird üblicherweise die Pegeloberkante vermessen.

Das Pegelnetz diente in erster Linie zur direkten Bestimmung der Massenbilanz. Durch wiederholte topographische Vermessung wurde auch die Bewegung ermittelt, jedoch keineswegs lückenlos. Diese Datensätze sind als Vergleichsgrundlage gedacht. Die Anordnung der Pegelstangen ist aus Abbildung 3.3 ersichtlich. Die Verteilung wurde absichtlich in Form einer Anzahl von Querprofilen gewählt. Damit können neben dem allgemeinen höhenabhängigen Trend zusätzlich kleinräumigere Variationen untersucht werden. Dabei wurden auch Lagen mit extremen, nicht-repräsentativen Verhältnissen gewählt. Die Pegel befinden sich sowohl auf schuttfreiem als auch auf

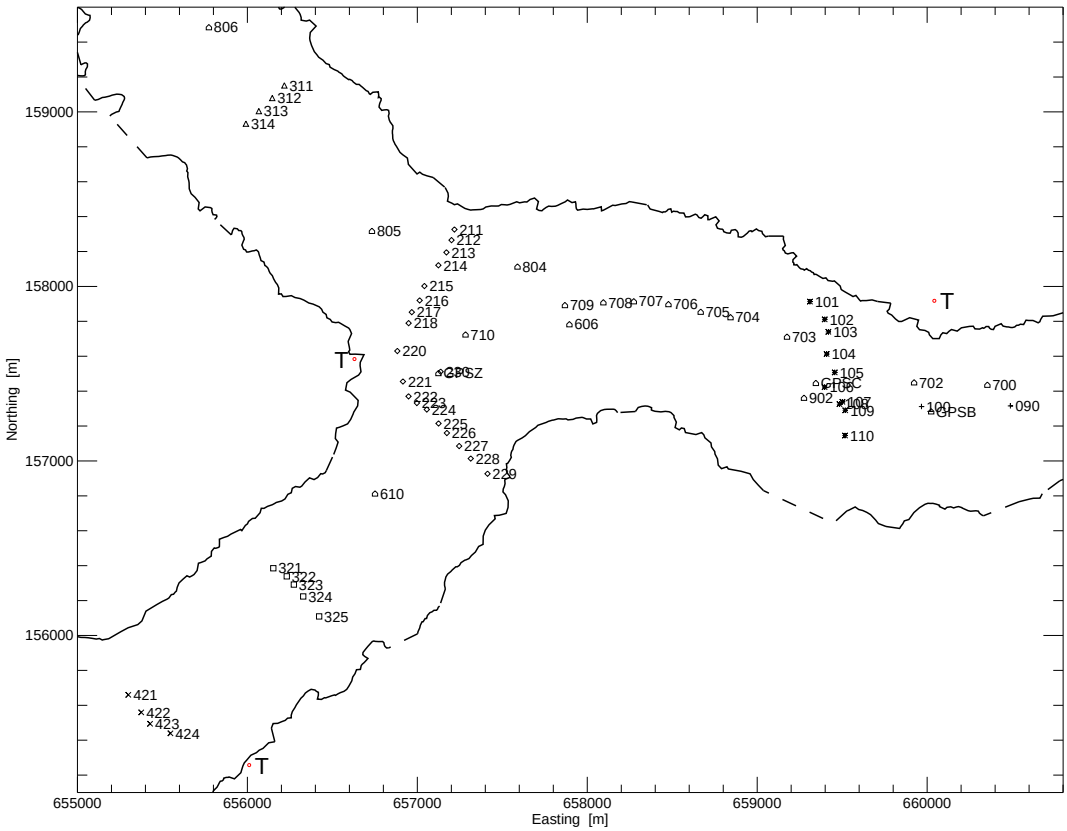

Abbildung 3.3: Die Lage und Bezeichnung der einzelnen Pegel und die Standorte der verwendeten festen Vermessungsstative (T).

schuttbedecktem Gebiet, jedoch ausschliesslich im Ablationsgebiet. Ab 1998 wurde das Pegelnetz um ein Längsprofil entlang der schuttbedeckten Mittelmoräne im Unteraargletscher und zusätzlichen Pegeln im Finsteraar- und Lauteraargletscher erweitert.

3.3.1 Direkte Massenbilanzmessungen

Die Massenbilanz ergibt sich aus der Differenz zwischen Distanz-Ablesungen $d(t)$ der in die Eisoberfläche eingebohrten Pegelstangen. Mit einer Information zur Dichte lassen sich die bestimmten Differenzen anschliessend in Massenbilanzwerte in der Einheit von Wasseräquivalenten normieren.

Es existieren von den Aaregletschern keine früher Massenbilanzmessungen. Dies erstaunt umso mehr, als grosse glaziologische Anstrengungen unternommen wurden und der Massenhaushalt für die Wasserwirtschaft (Stromproduktion) von Interesse ist. Für die meisten mehrjährigen Massenhaushaltsstudien – dies gilt auch für diejenigen in der Schweiz – waren die Kraftwerkprojekte die Auslöser. Einzig im Rahmen der Bewegungsmessungen mit einer automatischen Kamera (Flotron 1924 - 1998, Flotron 1973, Iken et al. 1983) wurde an den vorhandenen Pegeln nebenbei auch die Massenbilanz registriert. Ende der 40er Jahre (ca. 1945 - 49) versuchten die Kraftwerke Oberhasli die Massenbilanz im Zungenbereich zu messen (pers. Mitteilung A. Flotron; Jost, 1953). Leider sind keine Messresultate bekannt.

In den Abbildungen 3.4, 3.5 und 3.6 sind die Resultate der direkten Massenbilanzmessungen für 1996/97, 1997/98 und 1998/99 dargestellt. Die Werte sind in Meter

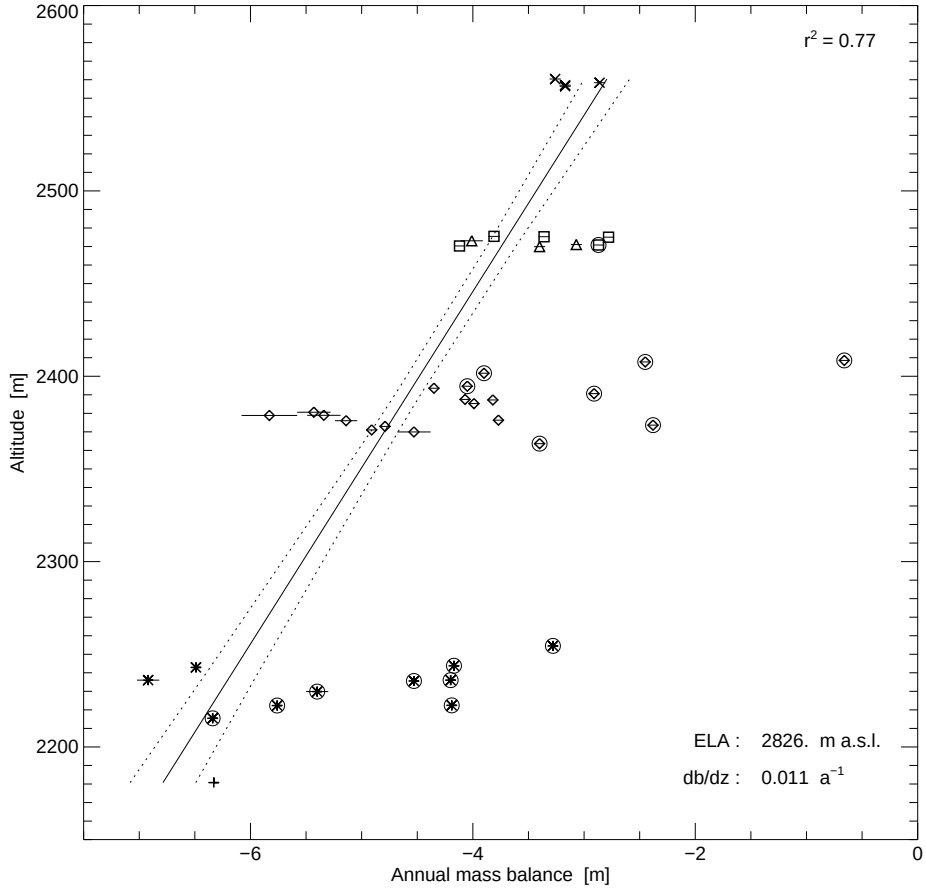

Abbildung 3.4: Direkte Messungen der Massenbilanz (in m Eis) für die Periode von Oktober 1996 bis Oktober 1997, dargestellt als Funktion der Meereshöhe. Die Kreise markieren diejenigen Punkte, an welchen die Gletscheroberfläche mit Schutt bedeckt ist. Lineare Regressionsgerade der schuttfreien Messungen mit resultierendem linearen Korrelationskoeffizienten r. Die Symbole entsprechen denjenigen in Abb. 3.3.

Eis angegeben, und die Symbole entsprechen denjenigen in Abbildung 3.3. In Tabelle A.1 im Anhang A.1 sind die einzelnen Messwerte detailliert aufgelistet. Da sämtliche Messungen im Ablationsgebiet durchgeführt wurden, ist die Normierung mit einer konstanten Dichte von $\rho_{\mathrm{Eis}} = 917\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$ uneingeschränkt möglich. Die räumliche Verteilung der Massenbilanzwerte zeigt eine deutliche Abhängigkeit von der Höhenlage. Die in der Glaziologie gebräuchliche Darstellungsform trägt deshalb Flächenmittel der Massenbilanz in Funktion der Meereshöhe z auf. Alpine Gletscher zeigen ein charakteristisches Bild. Mit zunehmender Meereshöhe nimmt auch die Massenbilanz zu, wobei sich dieser Trend im Akkumulationsgebiet abschwächt und zuoberst sogar negativ wird. Aus diesem Verlauf lassen sich die charakteristischen Gössen der Höhe der Gleichgewichtslinie (ELA) und des Gradienten $\frac{\partial b}{\partial z}$ ableiten. Bereits in frühen Arbeiten (z.B. Hoinkes, 1970) konnte gezeigt werden, dass sich beim jeweiligen Gletscher über die Jahre mit stark unterschiedlichen klimatischen Bedingungen nur die Lage, jedoch nicht die Form des Verlaufes verändert. Die drei

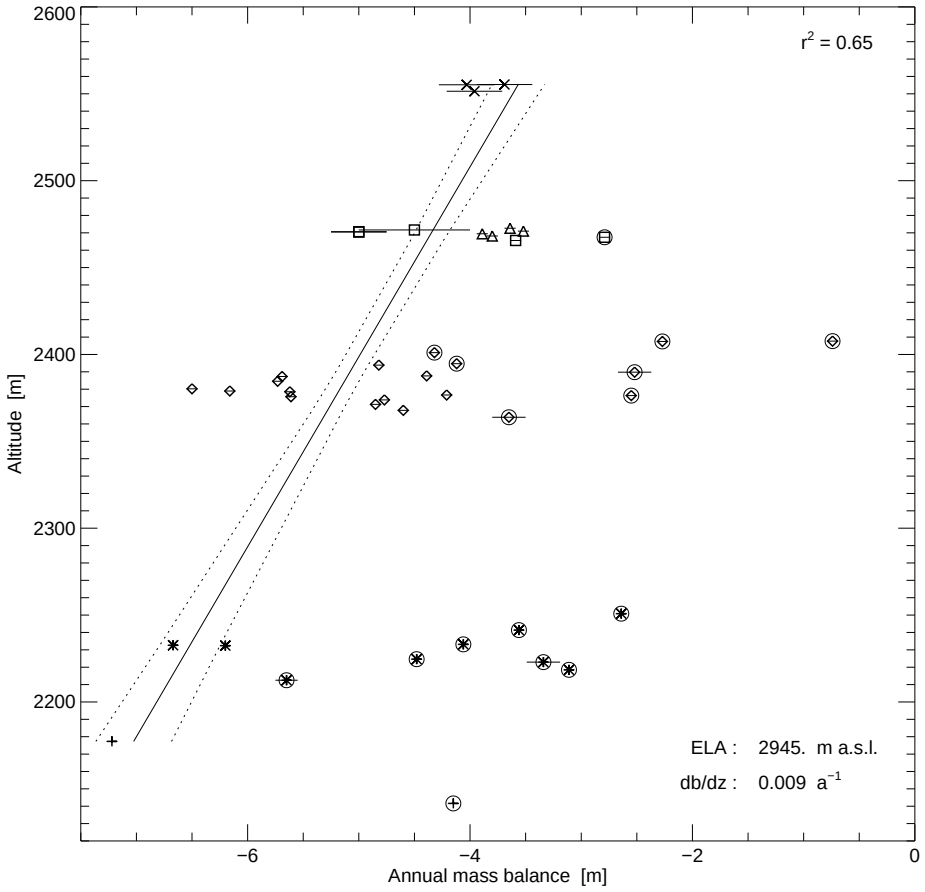

Abbildung 3.5: Direkte Messungen der Massenbilanz (in m Eis) für die Periode von Oktober 1997 bis September 1998, dargestellt als Funktion der Meereshöhe. (Details siehe Abb. 3.4).

Messperioden präsentieren ein eindeutiges Bild: Obwohl die einzelnen Messungen ziemlich weit verstreut sind, ist dennoch ein klarer Trend der Zunahme der Massenbilanz mit zunehmender Höhe ersichtlich. Dies ist noch deutlicher zu erkennen, wenn die eingekreisten Punkte nicht beachtet werden, da diese sich auf schuttbedeckter Gletscheroberfläche befinden, welche sich reduzierend auf die Ablation auswirkt. Der Höhengradient wird in den Abbildungen mit der linearen Regressionsgeraden $b(z) = b_0 + \frac{\partial b}{\partial z} z$ sehr grob angenähert. Daraus ergibt sich für die Höhe der Gleichgewichtslinie: $\mathrm{ELA} = -b_0 / \frac{\partial b}{\partial z}$. Zur Regressionsberechnung wurden ausschliesslich die Messungen auf schuttfreier Lage verwendet (siehe Tab. 3.1). Während die ELA von einem Jahr zum anderen ziemlich variiert, verändert sich der Höhengradient weniger stark. Für die dritte Messperiode sind auch Messwerte des zusätzlichen Profils

Tabelle 3.1: Ermittelte Werte der Höhe der Gleichgewichtslinie (ELA) und des Höhengradienten $\frac{\partial b}{\partial z}$.

Messperiode	*Anzahl Pegel*		ELA	$\frac{\partial b}{\partial z}$
	total	*schuttfrei*	[m a.s.l.]	
1996/97	42	26	2826	0.011
1997/98	42	26	2945	0.009
1998/99	46	25	2595	0.016

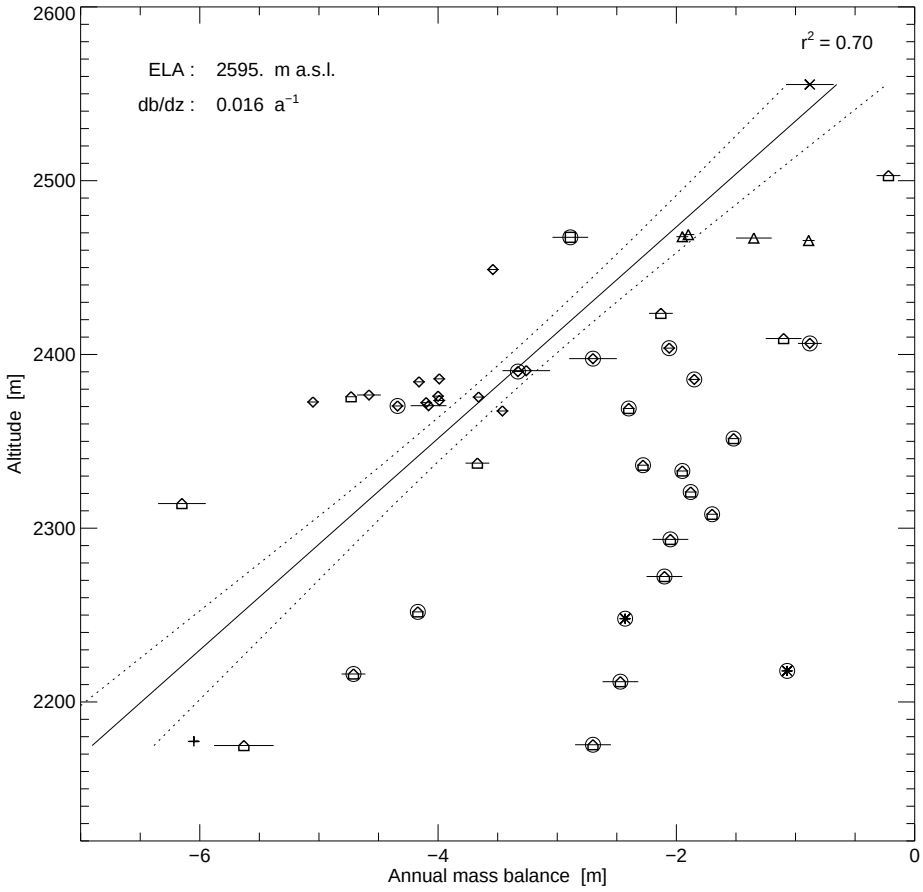

Abbildung 3.6: Direkte Messungen der Massenbilanz (in m Eis) für die Periode von September 1998 bis September 1999, dargestellt als Funktion der Meereshöhe. (Details siehe Abb. 3.4).

entlang der Mittelmoräne vorhanden. Diese Resultate (siehe Abb. 3.6) zeigen auch für die Schuttbedeckung einen positiven Höhengradienten. Die direkten Messungen verdeutlichen zudem, dass der Einfluss der räumlichen Verteilung der Messstellen auf eine Gesamtbilanz nicht ausser acht gelassen werden darf.

Die Genauigkeit der Messungen ist von verschiedenen Faktoren abhängig. Einerseits ist die reine Ablesegenauigkeit des Massstabes besser als 1 cm, andererseits ist die Rauhigkeit der Oberfläche jedoch schwierig abzuschätzen. Zudem ist ein mechanischer und thermischer Einfluss des Pegels auf das umgebende Eis nicht bei jeder Messung ganz auszuschliessen. Deshalb muss mit einer Unsicherheit von mindestens ± 5 cm gerechnet werden, was gemessen an den Beträgen kaum ins Gewicht fällt.

3.3.2 Messung der Oberflächengeschwindigkeit

Bei der Messung der Oberflächengeschwindigkeit sind sowohl terrestrische als auch kinematische GPS-Vermessungsmethoden zum Einsatz gekommen. Da sich wegen der hohen umliegenden Berge eine begrenzte Einsatzfähigkeit der GPS-Technik herausgestellt hat, beschränkte sich die systematische Vermessung der Pegel auf die etwas aufwendigere, konventionelle terrestrische Methode. Die Ablation war zum

Teil so gross, dass einige Pegel während eines Sommers mehrmals nachgebohrt werden mussten und dabei nicht immer konsequent vermessen werden konnten. Das Neusetzen eines Pegels erzeugt eine künstliche Verschiebung der Position speziell in vertikaler Richtung. Der Einfluss auf die horizontale Komponente der Geschwindigkeit ist im Gegensatz zur vertikalen nicht allzu gravierend. Eine nicht erfasste Lageverschiebung von 10–20 cm bewirkt eine tolerierbare Genauigkeitseinbusse. Die vertikale Komponente jedoch ist von besonderem Interesse, da sie nicht mit photogrammetrischen Auswertungen (siehe Kap. 3.6) gewonnen werden kann.

Trotz dieser Einschränkungen konnten dennoch mehrere Perioden mit unbeeinflusster Lage der vermessenen Pegel ermittelt werden. Vorwiegend mehrmonatige Winterperioden lieferten sehr befriedigende Resultate der Geschwindigkeitsbestimmungen aus aufeinanderfolgenden terrestrischen Vermessungen in Bezug auf die Genauigkeit. Dies verwundert wenig, da sich die bekannten, kurzzeitigen Geschwindigkeitsschwankungen (Agassiz, 1847; Haefeli, 1970; Flotron, 1973; Iken, 1977; Iken et al., 1983; Gudmundsson, 1996; Gudmundsson et al., 2000) eher auf die Sommersaison beschränken.

Während des Septembers 1997 wurden 38 Pegel ein- bis zweimal täglich vermessen (Bassi, 1999). Die Streuung in den Einzelmessungen ist relativ gross. Es lassen sich daraus nur horizontale und keine vertikalen Durchschnittsgeschwindigkeiten sinnvoll ableiten. Die Periode von einem Monat ist für die Erfassung der vertikalen Geschwindigkeit zu kurz, da deren Beträge fast eine Grössenordnung kleiner als bei den horizontalen Geschwindigkeiten sind und in den Grenzbereich der Messgenauigkeit fallen. Allenfalls würde eine noch grössere Anzahl Messungen eine Verbesserung bewirken. Die kurzfristigen Beschleunigungsphasen (in der Grössenordung von 1-2 Tagen) sind jeweils von einer Hebung des Gletschers begleitet. Dies beeinflusst die vertikale Geschwindigkeitskomponente für die Bestimmung von repräsentativen Durchschnittswerten ungünstig. Das Vorhandensein einer kurzfristigen Beschleunigungsphase ist aus ausschliesslich horizontalen Resultaten nicht zwangsläufig feststellbar.

Im Sommer 1998 kam erstmals ein automatischer Theodolit zum Einsatz (Bauder, 1998; Gudmundsson et al., 2000). Dieser vermisst dank einer automatisierten Zielerfassung selbständig und ohne die Hilfe eines Operateurs. Von Ende Juni bis Anfang Oktober wurden 27 Pegel mehrmals täglich vermessen. Im Sommer 1999 konnte das Messnetz sukzessive auf 41, vom Abschwung[3] aus sichtbare Pegel ausgebaut werden. Die Messanlage funktionierte von Ende Juni bis Ende September ohne Unterbruch. Diese Resultate ermöglichen die Ermittlung sowohl horizontaler wie auch vertikaler Geschwindigkeiten. Darin lassen sich wiederum mehrere kurzzeitige Geschwindigkeitsschwankungen und Hebungsphasen auflösen (Bassi, 1999; Gudmundsson et al., 2000). Erstmals konnten solche Ereignisse auch im Spätsommer detektiert werden. Dies ist speziell für die Frage des Auslösemechanismus von Interesse. Nicht nur die eintretende Schmelze während des Übergangs von Winter- auf Sommerverhältnisse, sondern auch starke Niederschlagsereignisse sind mögliche Gründe.

Tabelle 3.2 fasst die aus der terrestrischen Vermessung der Pegel ermittelten Geschwindigkeitsdatensätze zusammen. Die horizontalen Geschwindigkeiten der vier

[3]Felsnase am Zusammenfluss

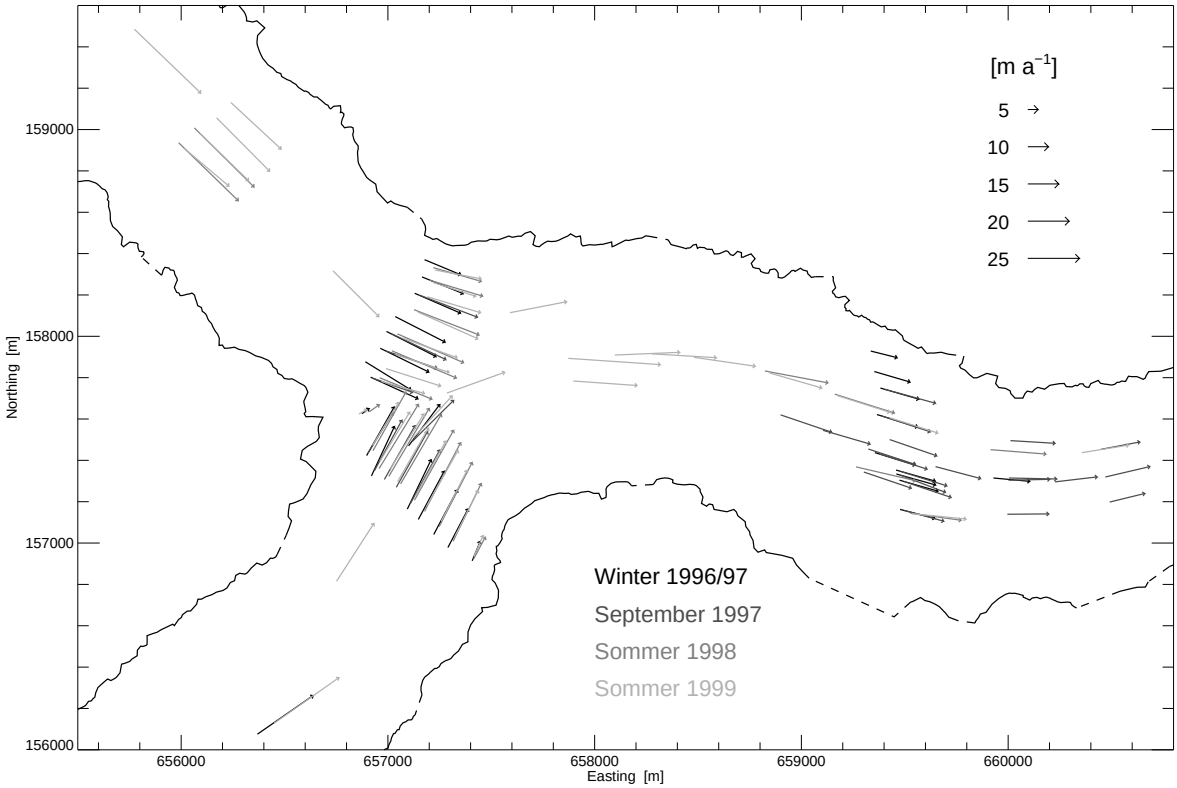

Abbildung 3.7: Die horizontale Komponente der an den Pegel gemessenen Oberflächengeschwindigkeiten für die vier verschiedenen, analysierten Perioden.

Phasen sind in Abbildung 3.7 dargestellt.

Tabelle 3.2: Messung der Oberflächengeschwindigkeit am Pegelnetz : Anzahl vorhandener Pegel und Anzahl daraus ermittelter Geschwindigkeiten für verschiedene Messperioden

Messperiode	*Pegel*	*Geschwindigkeiten*	*Bemerkung*
Winter 1996/97	30	28	
September 1997	38	31	nur horizontale Geschwindigkeiten
Sommer 1998	27	23	
Sommer 1999	41	39	

3.4 Radarmessungen

Radarmessungen wurden ausgeführt, um die Mächtigkeit des Gletschers zu bestimmen. Die Radarecholot-Technik ist eine geeignete Methode, um die Eisdicke über weite Gebiete rationell zu messen.

Schon sehr früh wurden auf dem Unteraargletscher Versuche unternommen, die Eisdicke abzuschätzen (Agassiz, 1847). Im Auftrag der Schweizerischen Gletscherkom-

mission setzten seit 1936 A. Kreis und später A. Süsstrunk die Reflexionsseismik ein (Kreis, 1941; Kreis et al., 1952; Knecht and Süsstrunk, 1952; Jost, 1953). Diese Untersuchung fand im Unteraargletscher zwei unterschiedlich tiefliegende Reflektoren. Es wurde vermutet, dass es sich um eine den anstehenden, kompakten Fels überlagernde Sedimentschicht handelt. Die Messungen entsprachen jedoch nicht den damaligen Kenntnissen von Moränenmaterial, sodass stark verunreinigtes Eis am Eisuntergrund in Betracht gezogen wurde. Genauere Analysen der Geschwindigkeiten und Impedanzen ergaben zuwenig Aufschluss über die tatsächliche Beschaffenheit der undefinierbaren Zwischenschicht. Entlang eines Längsprofils im Unteraargletscher fand Nye (1952a) für die seismischen Resultate eine gute Übereinstimmung mit eismechanischen Berechnungen. Diese Untersuchung brachte keine neuen Erkenntnisse in der Frage der Zwischenschicht, sondern bewies lediglich die Richtigkeit der verwendeten theoretischen Annahmen. Die zwei gefundenen Horizonte konnten auch mit Gleichstrom-Geoelektrik nicht genauer identifiziert oder weiter unterschieden werden (Röthlisberger and Vögtli, 1967). Die ersten Radarmessungen bestätigen ebenfalls den oberen Horizont als Gletscherbett (Funk and Röthlisberger, 1989). Erst weitere seismische Messungen im Zungenbereich des Unteraargletschers lieferten die endgültige Interpretation der Zwischenschicht. Es wurde unkonsolidiertes Sediment mit tiefen P-Wellengeschwindigkeiten gefunden (Sambeth and Frey, 1987a).

Schliesslich haben verschiedene Radarmessungen dazu beigetragen, dass für Teile des Finsteraar- und Lauteraargletschers und den gesamten Unteraargletscher die Eismächtigkeit bekannt wurde (Funk et al., 1994). Dazu dienten nicht nur die im Auftrag der Kraftwerke Oberhasli unternommenen Messkampagnen vom August 1986 (Funk, 1987a) und April 1987 (Röthlisberger and Funk, 1987), sondern spätere, detailliertere Aufnahmen in der Region des Zusammenflusses vom April 1991 (Fabri, 1991; Gudmundsson, 1994a) und April 1992 (Gudmundsson, 1994a).

In drei weiteren Messkampagnen jeweils im April 1996, 1997 und 1998 wurden 19 Quer- und 3 Längsprofile aufgenommen, um einerseits die vorhandenen Messungen zu verdichten, sie andererseits in bis anhin nicht-kartiertes Gelände auszudehnen (siehe Abb. 3.8). Dort wurden meist viel anspruchsvollere Geometrieverläufe mit steil einfallenden Flanken oder übertieften Tälern (dabei übersteigt die Tiefe die halbe Breite) angetroffen. Die Weiterentwicklung der Messanlage und der Auswertungsverfahren ermöglicht inzwischen auch unter solchen erschwerten Bedingungen die erfolgreiche Bestimmung der Eisdicke.

3.4.1 Messanlage

Die käuflichen Radargeräte für normale geophysikalische Explorationsanwendungen sind in temperiertem Eis ungeeignet. Die elektromagnetischen Signale werden durch das Wasser gedämpft. Es sind tiefere Frequenzen notwendig, um wassergesättigtes Eis am Druckschmelzpunkt und über grosse Distanzen zu durchdringen. Nicht nur der Energieverlust elektromagnetischer Wellen ist frequenzabhängig, sondern auch die Auflösung von internen Strukturen. Die grosse Eindringtiefe geht auf Kosten der Auflösung. Der Übergang zwischen Eis und Untergrund kann jedoch detektiert werden.

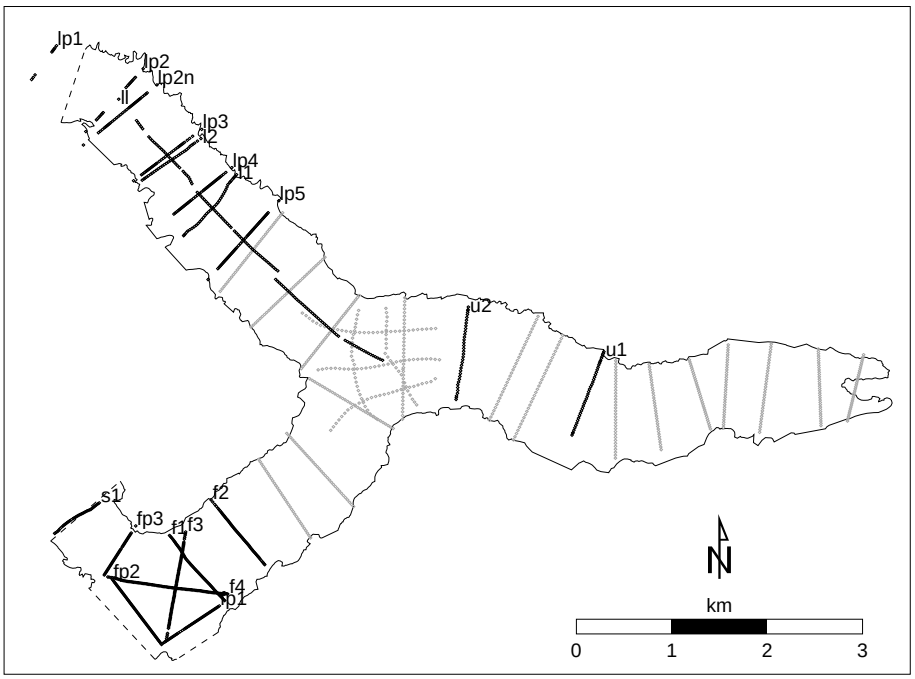

Abbildung 3.8: Die Lage der vorhandenen Radarprofile auf dem Unteraargletscher: grau sind die früheren Profile markiert, während die Messprofile vom April 1996 (u1, u2, l1, l2 und ll), April 1997 (f1, f2, f3, f4 und s1) und April 1998 (fp1, fp2, fp3, lp1, lp2, lp2n, lp3, lp4 und lp5) schwarz eingezeichnet sind.

Die verwendete, eigene Anlage der Abteilung für Glaziologie an der VAW ist in Funk et al. (1994) ausführlich beschrieben. Es stehen 10 m-, 20 m- und 40 m-Antennen zur Verfügung. Diese Antennenlängen entsprechen Sendefrequenzen von 4, 2 beziehungsweise 1 MHz. Das Oziloskop besitzt eine Mittelwertfunktion, um das Verhältnis zwischen Signal und Hintergrundrauschen zu verbessern. Verschiedene Verbesserungen an der Messanlage in den vergangenen drei Jahren führten einerseits zum Empfang von höherer Signalqualität, andererseits ermöglicht inzwischen die digitale Datenregistrierung auch eine eigentliche Signalverarbeitung.

Der ideale Zeitpunkt für optimale Messverhältnisse ist der Vorfrühling vor Beginn der Schneeschmelze, weil während des Winters am wenigsten störendes Wasser im Eis vorhanden ist. Zudem ist Ende Winter der gut eingeschneite Gletscher am einfachsten und sichersten zu begehen.

Um die Datenauswertung einfach zu gestalten, vermisst man den Gletscher mittels Querprofilen. Somit hat man die grössere Gewähr, dass man sich senkrecht zum Verlauf der vorhandenen Strukturen bewegt. Die Aufnahme eines Längsprofils ist nur dann angebracht, wenn die Geometrie keine Vertiefungen aufweist oder aber deren Lage einigermassen bekannt ist und man die maximale Tiefe exakter ausmessen will.

3.4.2 Datenverarbeitung

Mit Methoden der Signalverarbeitung, wie sie in der Seismik schon seit langem gebräuchlich sind, lassen sich sowohl die gesuchten Reflexionen besser sichtbar machen als auch die Lage komplexer Reflektoren berechnen (Yilmaz, 1988; Dobrin and

Savit, 1988). Die erhaltenen Messungen eignen sich jedoch nur sehr beschränkt für eine ausführliche Weiterverarbeitung. Das hat verschiedene Gründe: Erstens wurden meist nur sehr wenige einzelne Spuren auf einem Profil gemessen. Schon der Aufwand der Vorverarbeitung übersteigt denjenigen einer vereinfachten Auswertung. Zweitens ist die in den Daten vorhandene Information eher bescheiden. Eine aufwendige Weiterverarbeitung führt unter diesen Voraussetzungen zu keiner entscheidenden Verbesserung der Resultate.

Die Messungen wurden deshalb in erster Linie nach bewährter Methode ausgewertet. Aus den ermittelten Laufzeitdifferenzen von Luftpuls und reflektiertem Signal werden Ellipsen der möglichen Reflexionspunkte berechnet. Dieses einfache Migrationsverfahren liefert anhand graphischer Analyse die Hüllkurve der wahrscheinlichen Reflexionspunkte. Nur im Fall von ausschliesslich ersten Reflexionseinsätzen ist es eine wirkliche Umhüllende. Daraus gewinnt man bestenfalls nur eine minimale Eisdicke des Profils. In Abbildung 3.9 sind die entscheidenden Sachverhalte dieser Methode dargestellt. Die linke Hälfte zeigt den direkten (gepunkteten) Lauf-

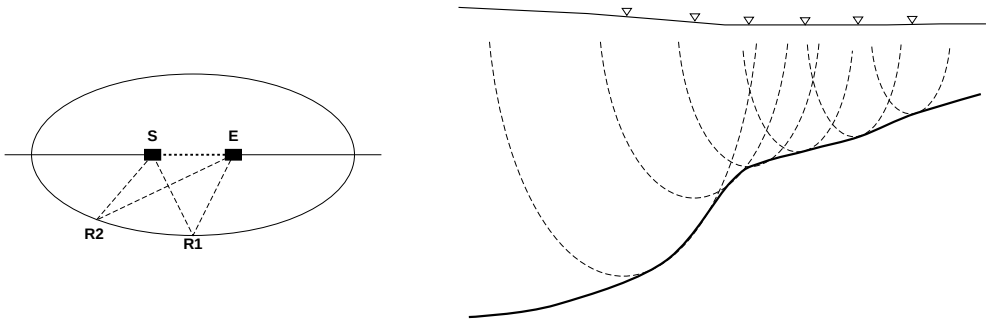

Abbildung 3.9: Schematische Darstellung von Laufwegen und Ellipse der möglichen Reflexionspunkte eines Radarsignals (links) und Umhüllende einer Ellipsenschar einzelner Radarmessungen entlang eines Profils (rechts). Eine ausführlichere Beschreibung folgt im Text.

weg und zwei reflektierte (gestrichelte) Laufwege des Signals zwischen Sender (S) und Empfänger (E). Diese liegen auf den Brennpunkten der Ellipse aller möglichen Reflexionspunkte (z.B. R1, R2) mit derselben Laufzeit. Auf der rechten Hälfte stellt die Umhüllende um Reflexionsellipsen die wahrscheinliche Grenze zwischen Eis und Untergrund entlang des Profilverlaufs dar.

Die frei erhältliche Software SEISMIC UNIX (SU) (Cohen and Stockwell Jr., 1996) stellt die gebräuchlichsten seismischen Verarbeitungsschritte zur Verfügung. Der problemlose Einsatz dieser Werkzeuge ermöglichte anhand der Profile vom April 1997 die Untersuchung der Auswirkungen der weiterentwickelten Messapparatur ohne grossen Aufwand. Ziel einer vertieften Signalanalyse war es, möglichst die gesamte in den Daten vorhandene Information herauszuholen. Im Vordergrund stand primär die Auflösung später eintreffender Reflexionseinsätze. Die Signalstärke schwächt sich während der Ausbreitung durch ein Medium laufend ab. Dieser Abschwächung wurde mit einer laufzeitabhängigen Verstärkung begegnet. Frequenzabhängige Filter wurden angewendet, um die Signalqualität zu verbessern. Das Nutzsignal soll damit aus dem Hintergrundrauschen herausgehoben werden. Schliesslich muss der Geometrie des Reflektors mit der sogenannten Migration Rechnung getragen werden. Was

im bereits beschriebenen, einfacheren Verarbeitungsverfahren mittels der Ellipsen bewerkstelligt werden konnte, entspricht lediglich einer Aufzeichnung der aus allen Richtungen des Halbraums eintreffenden Reflexionen. Die in einem Querprofil eines Gletschers vorhandene Situation ist in Abbildung 3.10 erläutert. Dieser charakteri-

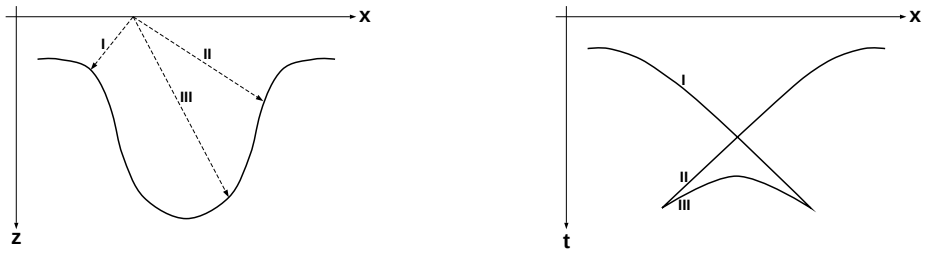

Abbildung 3.10: Idealisierte Darstellung von Geometrieverlauf (links) und dem dazugehörigen Laufzeitdiagramm (rechts), wie sie in einem Querprofil eines Talgletschers typischerweise angetroffen werden.

stische Verlauf der Laufzeiten (*"bow-tie"*) entsteht, da zuerst Reflexionen (I, II) von den Seiten und erst später vom unterhalb liegenden Reflexionspunkt (III) eintreffen. Man spricht in diesem Zusammenhang auch von *scheinbaren Reflexionspunkten*. Ziel der Migration ist es nun, den wahren Ort der Reflexionen zu bestimmen.

Die entscheidende Grösse für die Bestimmung der Eisdicke ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit der elektromagnetischen Wellen im Eis. Die Geschwindigkeitsanalyse an Resultaten direkter Feldmessungen erfordert jedoch eine spezielle Messanordnung[4]. Eine Versuchsmessung im April 1998 scheiterte an den angetroffenen, schwierigen topographischen Verhältnissen. Für eine erfolgreiche Messung wäre ein zur Oberfläche nahezu paralleler Reflektor notwendig, der, wie die Resultate der Eisdicken zeigen, im Untersuchungsgebiet nicht vorhanden ist. Deshalb musste für die Auswertung auf Standardwerte aus der Literatur (siehe Tab. 3.3) zurückgegriffen werden (Glen and Paren, 1975; Robin, 1975). Die Phasengeschwindigkeit c_{E} lässt sich auch anhand der Dielektrizitätskonstante ϵ_r (*relative permittivity*) von Eis abschätzen:

$$c_{\mathrm{E}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}}\,,$$

dabei ist c die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum. Anhand von Messungen im kalten Firn fand Robin (1975) den Zusammenhang $\epsilon_r = (1 + 0.000851 \cdot \rho)^2$ für die Abhängigkeit von der Dichte ρ in der Einheit $\mathrm{kg\,m^{-3}}$. Die Parameter wurden später von Kovacs et al. (1995) weiter angepasst zu $\epsilon_r = (1 + 0.000845 \cdot \rho)^2$. Für die Dichte von Eis mit 917 $\mathrm{kg\,m^{-3}}$ ergeben sich für c_{E} je nach Wahl der Parameter 168.5 $\mathrm{m\,\mu s^{-1}}$ beziehungsweise 169.0 $\mathrm{m\,\mu s^{-1}}$. In meinen Auswertungen wurden für die Ausbreitungsgeschwindigkeit die Werte 168 $\mathrm{m\,\mu s^{-1}}$ im Eis und 300 $\mathrm{m\,\mu s^{-1}}$ in der Luft verwendet.

[4] *common midpoint (CMP)* oder *common depth-point (CDP)*

Tabelle 3.3: Ausbreitungsgeschwindigkeit elektromagnetischer Wellen im Eis und Dielektrizitätskonstante

c_{E} [m μs^{-1}]	ϵ_r	Referenz
167.7 $\pm$0.5	3.195 $\pm$0.02	Glen und Paren (1975) Tab. III für 0°C
168.5	3.170	Robin (1975)
169.0	3.150	Kovacs et al. (1995)

3.4.3 Resultate

Die Messungen vom April 1996 konnten damals noch nicht digital abgespeichert, sondern nur die Bilder des Oszilographen auf Papier ausgedruckt werden. Leider weisen diese Messungen wegen eines Defekts der Antennen störende Nachschwingungen des Luftpulses auf. Sie überlagern die Reflexionen, sodass sich deren Detektion sehr schwierig gestaltete. Während der Messkampagne im April 1997 standen erstmals digitale Registrierung und neu dimensionierte Antennen zur Verfügung. In Anbetracht des zu erwartenden, erschwerten Reliefs, aber auch der sich neu eröffnenden Möglichkeiten der Datenbearbeitung wurden die Profile sehr viel dichter gemessen. Die mit vielen Fragezeichen behaftete Interpretation der Messungen von 1996 auf dem Lauteraargletscher und die guten Erfahrungen mit den Messungen 1997 auf dem Finsteraargletscher veranlassten Wiederholungsmessungen auf dem Lauteraargletscher im April 1998. Zusätzlich wurden 1998 einige Lücken in den Randbereichen geschlossen. Damit ist bis auf den Strahlegggletscher und die obersten, schlecht zugänglichen Firnbereiche das Einzugsgebiet mit Messungen sehr dicht abgedeckt.

3.4.3.1 Auswertungsmethoden

Im Folgenden werden anhand des Profils F1 im Finsteraargletscher die verschiedenen Auswertungsschritte der durchgeführten Analysen beschrieben und die Interpretationen erläutert. In Abbildung 3.11 sind die aus den Laufzeitdifferenzen berechneten Ellipsen und die daraus interpretierte Hüllkurve dargestellt. Obwohl sehr viele erste und zweite Reflexionseinsätze detektiert werden konnten, ist im zentralen Profilbereich eine Lücke nicht zu übersehen. Gerade die maximale Eisdicke ist dadurch schlecht bestimmt. Vielleicht würden zusätzliche Messungen in diesem Bereich eine Verbesserung bewirken. Weit wichtiger ist jedoch die Detektion des dritten Reflexionseinsatzes.

Der grösste Nachholbedarf lag eindeutig im Sichtbarmachen von möglichst vielen, später eintreffenden Reflexionseinsätzen. Dies ist die einzige Möglichkeit, um bei anspruchsvoller Geometrie sinnvolle Resultate erwarten zu können. Dazu wurde als erster Schritt eine zeitabhängige Verstärkung der einzelnen Spuren auf einem Profil angewendet. Die in SEISMIC UNIX zur Verfügung stehende Routine `sugain` implementiert wahlweise auch ein AGC (automatic gain control). In Abbildung 3.12 sind Unterschiede zwischen den Rohdaten und den Auswirkungen des AGC offensichtlich. Jedoch wurden nicht nur die gesuchten Reflexionen, sondern gleichermassen die vorhandene Unruhe verstärkt. Diesem Nachteil konnte mit einem Filter begegnet

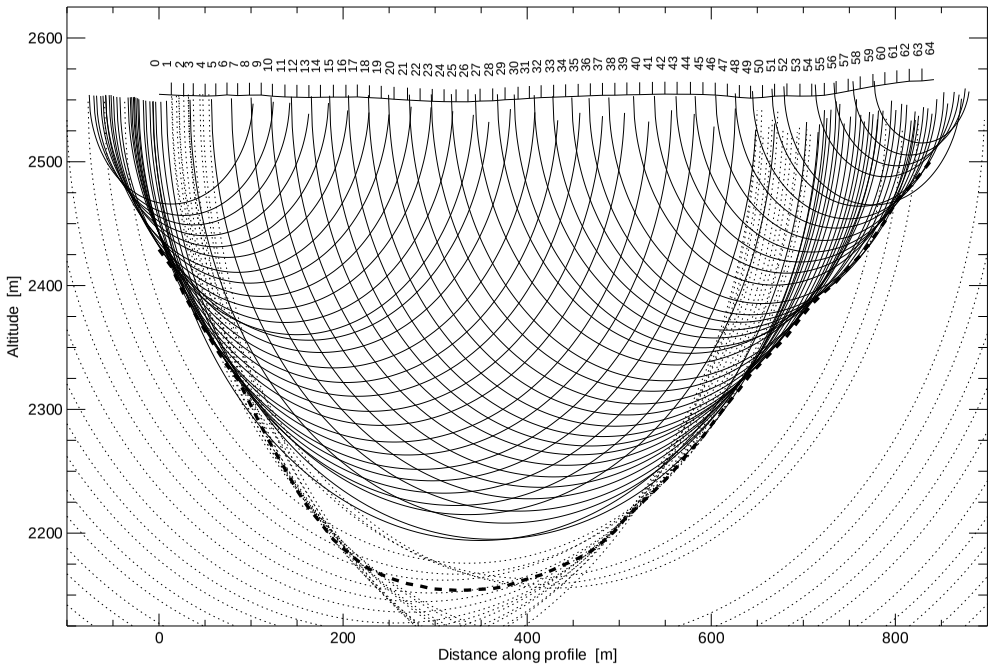

Abbildung 3.11: Radarprofil F1 : Ellipsen der ersten (ausgezogen) und zweiten (gepunktet) Reflexionen und die daraus interpretierte Hüllkurve (gestrichelt).

werden (siehe Abb. 3.13 links). Der angewandte Bandpassfilter (`sufilter`) unterdrückt nicht nur hochfrequente Signalanteile, sondern auch ganz tiefe Frequenzen. Verschiedene Migrationsroutinen konnten getestet werden. Es ergaben sich jedoch keine markanten Unterschiede. Die Resultate einer sogenannten phase-shift Migration (`sumigps`) sind in Abbildung 3.13 (rechts) ersichtlich.

Um die Eisdicken zu erhalten, musste das migrierte Profil von der Zeit- in die Raum-

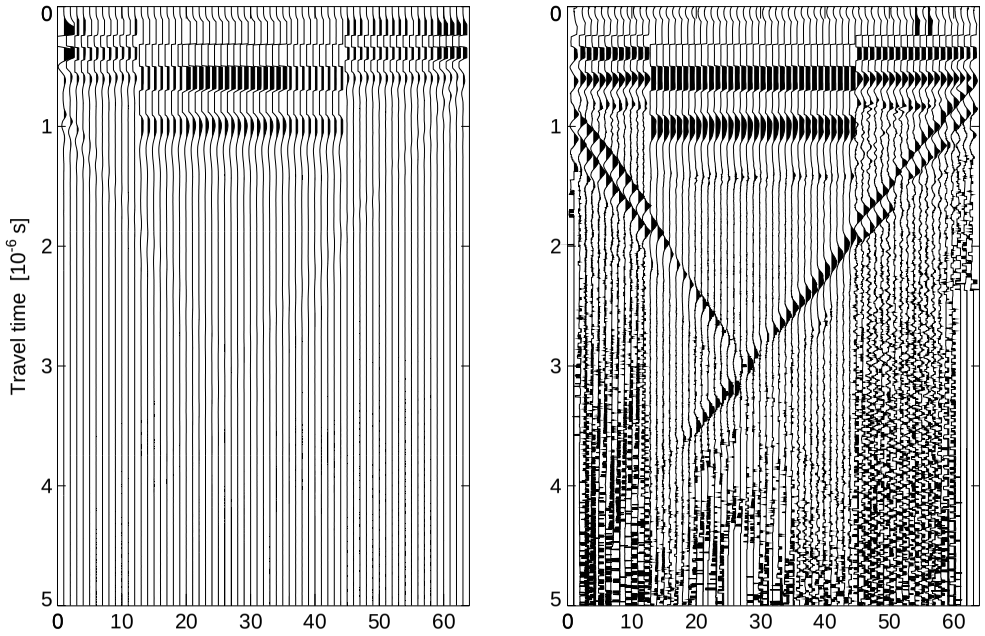

Abbildung 3.12: Rohdaten (links) und Auswirkungen der zeitabhängigen Verstärkung (AGC).

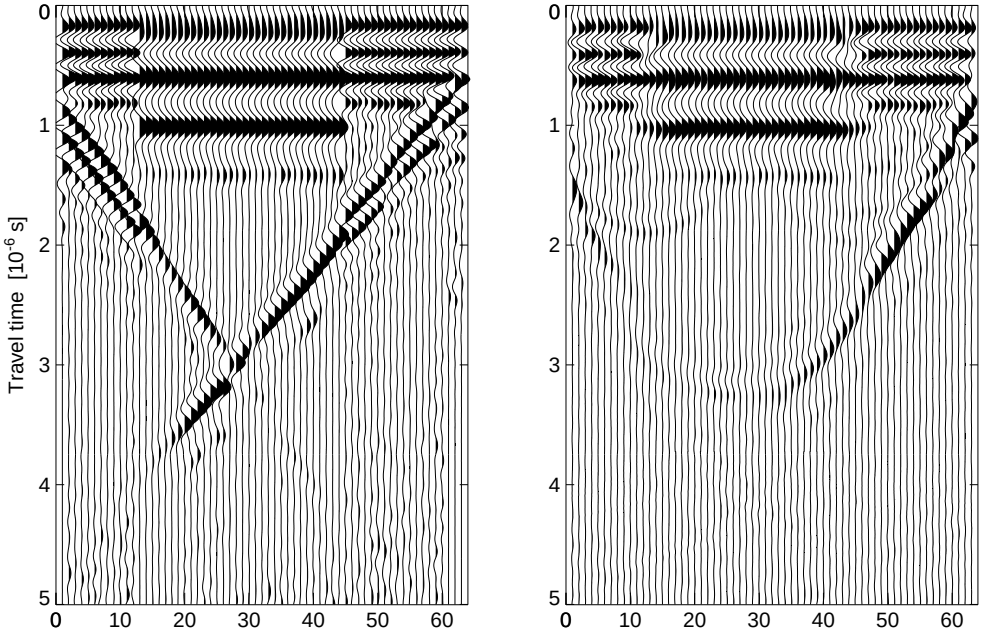

Abbildung 3.13: Das Profil F1 nach den Arbeitsschritten Bandpass-Filter (links) und Migration (rechts).

Domäne transformiert werden (`suttoz`). Dazu ist die Kenntnis der elektromagnetischen Ausbreitungsgeschwindigkeit nötig. In Abbildung 3.14 sind die ermittelten Eisdicken im Vergleich zur resultierenden Hüllkurve (grau gestrichelt) der Ellipsen-Migration (vgl. Abb. 3.11) dargestellt. Die ausgezogene, schwarze Kurve gibt die um 5 % vergrösserten Dicken der Ellipsen-Migration wieder. Die Übereinstimmung ist unterschiedlich. Während sich die Randbereiche decken, liefert die aufwendigere Analyse zur Mitte hin grössere Dicken. Die schwarze Kurve zeigt eine besse-

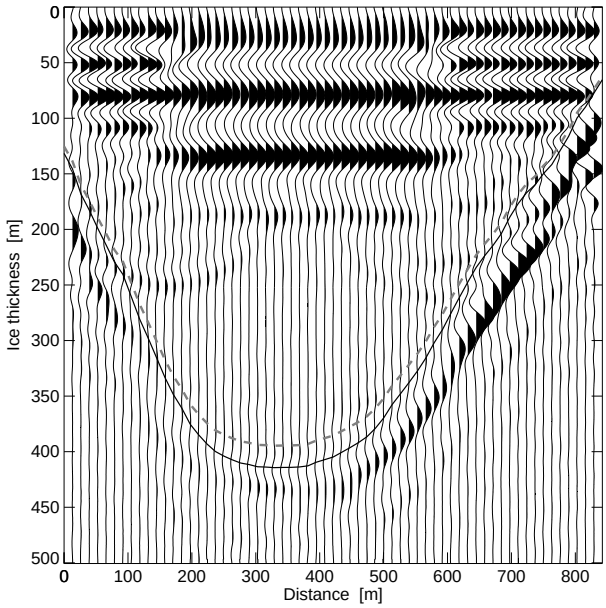

Abbildung 3.14: Die bestimmten Eisdicken im Profil F1. Als Vergleich ist das Ergebnis der vereinfachten "konventionellen" Auswertung (grau gestrichelt) und der um 5 % vergrösserten Dicken (ausgezogen) eingezeichnet.

re Kongruenz mit den vorgefundenen Reflexionen auf, obwohl sich der Reflektor nicht sehr deutlich verfolgen lässt. Der tiefste Bereich ist durch die "konventionelle" Auswertung nicht richtig erfasst. Auf dem Profil sind zwischen 250 m und 450 m (Abb. 3.11) keine eigentlichen Reflexionspunkte sichtbar. Es ist deshalb wahrscheinlich, dass die Eismächtigkeit in der Ellipsen-Interpretation eher unterschätzt wurde, da später eintreffende, erwartete Reflexionen aus grösserer Tiefe an der Oberfläche zuwenig deutlich registrierbar waren. In Lücken, in denen die Analyse keine genauen Schlüsse zulässt, handelt es sich bei den Resultaten eher um minimale Angaben. Die Differenz von 5 % macht hier beinahe 20 m aus. Das Fazit aus dem Vergleich der beiden Auswertungsverfahren liegt nun nahe. Die Vorteile des Auswertungsverfahrens mit der beschriebenen Signalverarbeitung kommen in dieser Anwendung entscheidend zum Tragen. Besonders die tiefsten Bereiche, aber auch Steilstufen lassen sich nur durch eine eigentliche Signalverarbeitung wirklich auflösen. Dazu ist eine hohe Anzahl Messungen in jedem Profil Voraussetzung. Die vorhandene Information im Signal ist weiterhin sehr bescheiden. Die Qualität des Resultates hängt in erster Linie vom Informationsgehalt im Signal ab. Durch aufwendigere und modernere Verarbeitung lässt sich allenfalls noch eine Verbesserung erzielen.

Da die Voraussetzungen an Signalqualität und Messdichte in den vorhandenen Messungen nicht immer gewährleistet waren, wurde jedes einzelne Radarprofil konventionell ausgewertet und für alle gemessenen Spuren die Laufzeitdifferenzen von Luftpuls und Reflexionen bestimmt. Aus dem Übersichtsplan 1:10'000 wurden – sofern vorhanden – einige Felskoten in den Profilverlängerungen abgelesen und zur Eisdickenbestimmung in den Randbereichen mitverwendet. Die Analyse hat zudem ergeben, dass die Längsprofile (z.B. || in Abb. 3.8) nur qualitativ brauchbar sind. Die Reflexionen stammen nicht wie gewünscht vom tiefsten Bereich, oder aber die Zuordnung der Reflexionseinsätze war ohnehin nicht eindeutig genug.

3.4.3.2 Genauigkeit

Die Genauigkeit der Bestimmung der Eisdicke hängt sowohl von den Genauigkeiten in der Messung der Laufzeit als auch von der Abschätzung der Ausbreitungsgeschwindigkeit ab. Die reine Ablesegenauigkeit der Laufzeit unterscheidet sich deutlich zwischen den graphischen Auswertungen der Daten vom April 1996 und den später digital bestimmten Werten. Während sich die ersten im Bereich von 0.05 bis 0.1 μs bewegen, untermauern die späteren mit 0.01 bis 0.005 μs eine klare Verbesserung der Registrierung. In Distanzwerte umgerechnet resultiert ein absoluter Fehler von 5 m beziehungsweise weniger als 1 m Eisdicke. Die Ungenauigkeit in der Ausbreitungsgeschwindigkeit von 1 mμs^{-1} (vergleiche Tab. 3.3) bewirkt einen relativen Fehler von 1-2 %. Der absolute Fehler kann 10 m übersteigen. Die Detektion einzelner Einsätze gestaltete sich nicht immer einfach. Einerseits waren sie nicht scharf genug oder zuwenig ausgeprägt, andererseits führten vorhandene Überlagerungseffekte zu Unklarheiten. Dies relativiert die abgeschätzten Fehler. Ein zusätzlicher Interpretationsspielraum ergab sich auch bei der Bestimmung der Profilkurve. Nicht ausser Acht gelassen werden darf, dass die Amplitude von kleinräumigen Unebenheiten um ein mehrfaches kleiner ist als der analysierte Fehler.

3.4.3.3 Vergleich mit früheren Resultaten

Die Wiederholungsmessungen vom April 1998 auf dem Lauteraargletscher lassen sich mit den früheren Resultaten vergleichen (siehe Abb. 3.8). Die Profile lp5, lp4 und lp3 liegen dicht bei drei älteren Profilen vom April 1991 und April 1996 (l1 und l2).

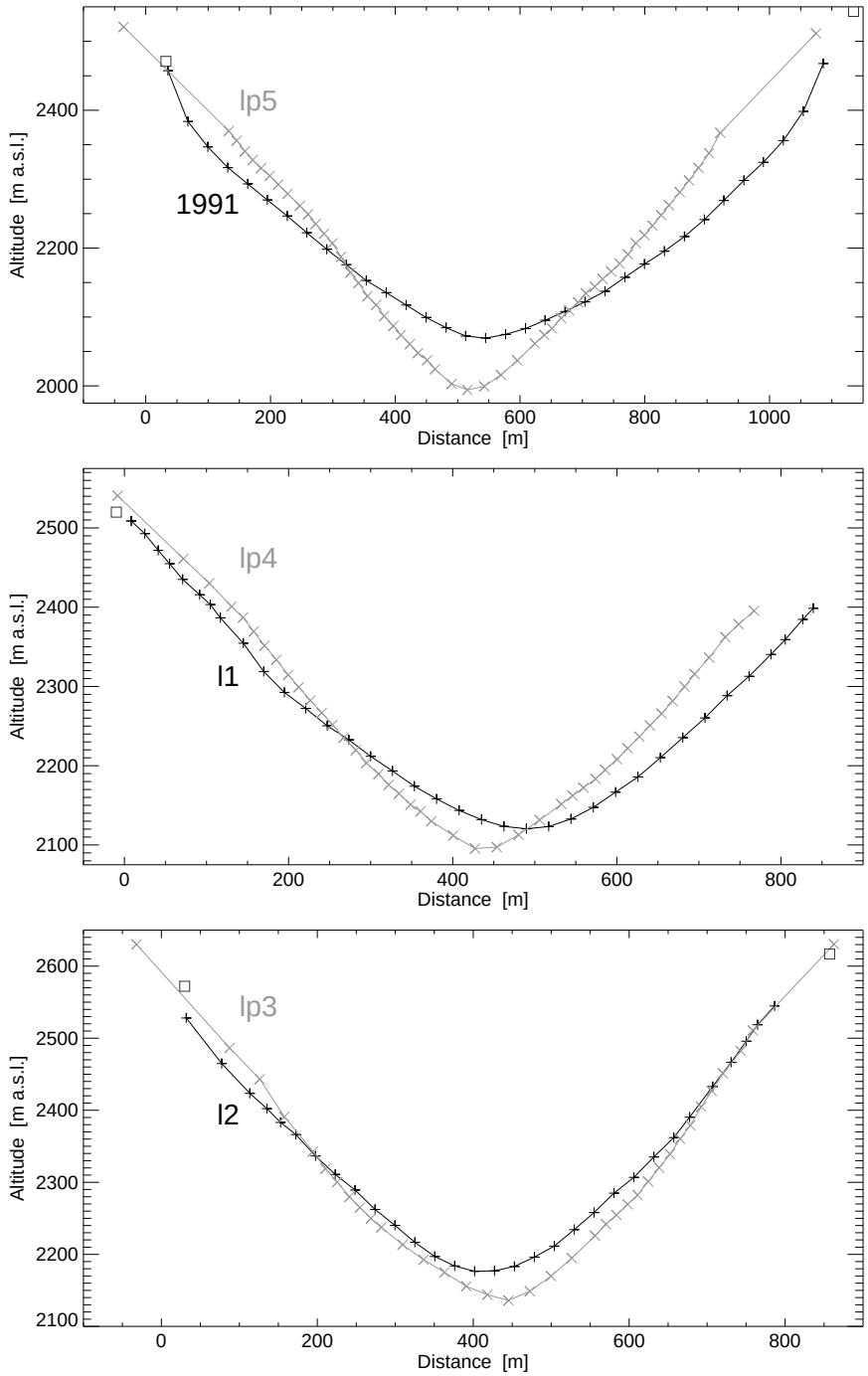

Abbildung 3.15: Vergleich der Messungen vom April 1998 (grau) mit früheren Resultaten (schwarz) an angrenzenden Profilen. Die □-Symbole markieren den Gletscherrand im Projektionsprofil wie er sich im Herbst 1996 präsentierte. Blick ist in Fliessrichtung.

Um die unregelmässig verteilten Resultate von zwei korrespondierenden Profilen zu vergleichen, wurden diese auf ein gemeinsames, dazwischenliegendes Profil projiziert. In Abbildung 3.15 sind die Vergleiche von lp5 mit Resultaten vom April 1991 (oben), lp4 mit l1 (Mitte) und lp3 mit l2 (unten) dargestellt. Damit die zu unterschiedlichen Zeitpunkten bestimmten Eisdicken miteinander verglichen werden können, wurde die Meereshöhe des Betthorizontes aus den Eisdicken und der Vermessung der Messpunkte an der Gletscheroberfläche berechnet. Obwohl die Profile der Wiederholungsmessungen alle weiter gletscheraufwärts liegen als diejenigen zum Vergleich zugezogenen und deshalb ein eher weniger tiefliegendes Gletscherbett erwartet wird, zeigen alle drei Vergleiche grössere maximale Tiefen in den neueren Analysen. Während der Vergleich zwischen Profil lp5 und den ältesten Messungen von 1991 beträchtliche Unterschiede im allgemeinen Formverlauf des Profils aufzeigt (Abb. 3.15 oben), stimmen die beiden anderen Vergleiche im Wesentlichen überein. Der Grund dafür dürfte in der analogen Auswertung durch die gleiche Person liegen. Die bessere Übereinstimmung der untersten Abbildung ist auf den Umstand zurückzuführen, dass die beiden Profile sehr dicht und parallel angeordnet sind.

3.5 Neigungsmessung in Bohrlöchern

Das Ziel von Neigungsmessungen in Bohrlöchern ist die Bestimmung von deren Verformung. Die dabei gewonnenen Informationen über die Deformationsraten erlauben eine Abschätzung über die Eisdeformation.

Bisherige Studien beschränkten sich auf das wiederholte Vermessen von Bohrlöcher mit einer Sonde (Gerrard et al., 1952; Sharp, 1953; Savage and Paterson, 1963; Shreve and Sharp, 1970; Hooke and Hanson, 1986; Hooke et al., 1987; Copland et al., 1997; Harper et al., 1998). Oft waren die Bohrlöcher mit einem Rohr ausgekleidet, sodass die Sonde entlang einer gut definierten Form in Schienen geführt werden konnte.

Auf dem Unteraargletscher wurden drei bis ans Gletscherbett abgeteufte Bohrlöcher mit permanenten Neigungssensoren ausgerüstet. Zwei Bohrlöcher sind seit Mai 1996 mit 4 beziehungsweise 5 Sensoren ausgerüstet, ein drittes Bohrloch ist seit November 1997 mit 10 Sensoren in Betrieb. Damit gelang erstmals eine kontinuierliche Messreihe von inzwischen mehr als drei Jahren.

3.5.1 Inklinometer

Die Verwendung von Inklinometern mit konduktiver Messung eines Elektrolyts hat sich in der Glaziologie eingebürgert (Blake and Clarke, 1992; Blake et al., 1992; Lüthi, 2000). Der Vorteil dieses Messprinzips ist, dass keine beweglichen mechanischen Teile vorhanden sind.

Die verwendeten Inklinometer bestehen aus biaxialen Neigungssensoren mit elektrolytischer Flüssigkeit (HL-Planar, Dortmund: NS15/V2). Unter einer angelegten Speisungsspannung von 12 V resultieren neigungsabhängige Ausgangsspannungen

im Bereich von $\pm$ 1.5 V. Der Messbereich jeder Achse beschränkt sich auf $\pm 15°$. Damit ist eine ausreichende Genauigkeit gewährleistet – auf Kosten der Gefahr, dass die Neigungswinkel den Messbereich übersteigen können. Die einzelnen Sensoren wurden zum mechanischen Schutz in 0.5 m langen Stahlrohren wasserdicht versiegelt. Ein speziell dehnbares Kabel mit einer Bruchfestigkeit grösser als 2000 N (Cortland Cable Company, Inc.) wurde mit wasserdichtem Stecker versehen, der direkt am oberen Ende des Stahlrohrs angeschlossen wird.

3.5.2 Eichung

Die Inklinometer-Sensoren liefern ein elektrisches Output-Signal. Um daraus die entsprechenden Neigungswerte zu erhalten, muss eine Eichkurve für die Umrechnung bekannt sein. Obwohl diese Eichkurve von der Firma in den mitgelieferten Gerätespezifikationen bekanntgegeben wurde, war eine individuelle Eichung jedes einzelnen Inklinometers angebracht. Nicht nur die erwünschte Genauigkeit und der Messbereich lassen sich überprüfen, sondern auch die im Feldeinsatz geplante Konfiguration der Messanlage kann dadurch direkt miteinbezogen werden, um nachträglichen Unklarheiten einer möglichen Beeinflussung von eingesetzten Komponenten vorzubeugen. Deshalb wurden in der Eichung die fertig konfektionierten Kabel mitverwendet.

Die wichtigste Voraussetzung einer Eichung ist jedoch, dass die vorgegebenen Einstellungen mit hoher Präzision wiederholt werden können. Die in einer mechanischen Werkstatt vorhandenen Hilfsmittel Sinustisch und Teilapparat gewährleisten diese Voraussetzung: Auf einer neigbaren Unterlage (Sinustisch) wird der Inklinometer in eine Halterung (Teilapparat) eingespannt, welche alle 30° eine mechanische Einrastung des Orientierungswinkels ermöglicht. Für jede Neigung wurden jeweils 13 Orientierungswinkelpositionen (zur Qualitätskontrolle der Reproduzierbarkeit wurden sowohl 0° als auch 360° aufgezeichnet) beider Achsen des Inklinometers gemessen. Bei 10 bis 15 verschiedenen gemessenen Neigungen zwischen 0° und 15° Abweichung von der Senkrechten pro Sensor wurden 100 bis 200 Referenzablesungen für gut definierte Winkel gewonnen.

Die Neigung θ beschreibt den Winkel zwischen der Sensorachse und der raumfesten Senkrechten im geographischen Koordinatensystem. Die Senkrechte ist in Richtung der Erdanziehung definiert, welche bei der Sensormessung massgebend ist. Deshalb entspricht die Neigung θ unabhängig von der Lage des lokalen Koordinatensystems des Sensors dem Winkel zwischen der lokalen z-Achse (Sensorachse) und der Senkrechten. Der Neigungssensor misst die beiden Winkel θ_x und θ_y in den lokalen xz-Ebene und yz-Ebene (Abb. 3.16 links). Die Winkel θ_x und θ_y lassen sich als Funktion der – in der Eichung vorgegebenen – totalen Neigung θ und des Azimutwinkels ϕ beschreiben:

$$\theta_x = \arctan(\tan\theta\cos\phi) \tag{3.1}$$

$$\theta_y = \arctan(\tan\theta\sin\phi)\,, \tag{3.2}$$

wobei der Azimutwinkel ϕ nichts mit dem Azimut γ im globalen geographischen Koordinatensystem zu tun hat, sondern die Orientierung im lokalen Koordinatensystem des Sensors anzeigt (Abb. 3.16 rechts). Umgedreht lassen sich die totale Neigung θ

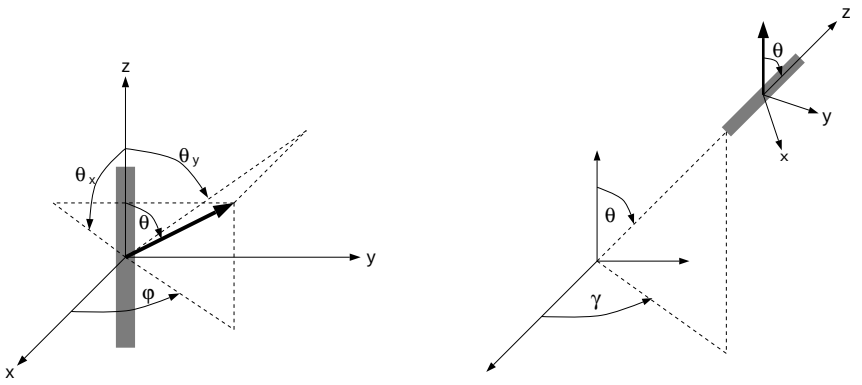

Abbildung 3.16: Relevante Winkel für das Verständnis von Neigungssensoren: Lokales Koordinatensystem des Neigungssensors mit totaler Neigung θ, Azimutwinkel ϕ und beiden messbaren Neigungswinkeln θ_x und θ_y (links). Neigung θ des Sensors und geographischer Azimut γ (rechts).

und der Azimutwinkel ϕ ihrerseits als Funktion der messbaren Winkel θ_x und θ_y ausdrücken:

$$\theta = \arctan \sqrt{\tan^2 \theta_x + \tan^2 \theta_y} \tag{3.3}$$

$$\phi = \arctan\left(\frac{\tan \theta_y}{\tan \theta_x}\right), \tag{3.4}$$

um aus den Messresultaten die gewünschten Grössen zu bestimmen.

Die Interpretation der Eichkurve aus den vielen Referenzablesungen gelang mit folgendem Verfahren. Die Neigung ist eine Funktion der gemessenen Spannung

$$\theta = f(V). \tag{3.5}$$

Die gemessenen Eichwerte wurden mit einem Polynom fünfter Ordnung approximiert. Um eine möglichst optimale Eichkurve (Abb. 3.17) zu finden, gelangte eine Minimierung nach einer quasi-newtonschen Methode zum Einsatz (*FMINV*-Routine in PV-WAVE (1995)). Dabei wurden die voreingestellten Neigungs- $\theta(j)$ und Azimutwinkel $\phi(j)$ der Eichhalterung jeder einzelnen Eichmessung j um kleine Werte θ_0 und ϕ_0 variiert (Lüthi, 2000). Diese Fehlerwerte θ_0 und ϕ_0 stammen von ungenauer Einspannung des Sensors in der Eichhalterung (Verkippung oder Rotation) oder Ungenauigkeiten in der Sensorkonstruktion. Dieses Verfahren erlaubte nicht nur, die Genauigkeit des Sensors zu überprüfen, sondern zeigte auch, dass bei einigen Sensoren die beiden Achsen um 0.5° relativ zueinander verdreht waren.

Der Hersteller garantiert eine Winkelauflösung des Sensors von 0.001° mit einer Temperaturstabilität von $0.001° \, \mathrm{K}^{-1}$. Die Eichkurve zeigte für die eingesetzte Messkonfiguration eine Standardabweichung von 0.01°. Die Temperaturabhängigkeit wurde nicht getestet, da im temperierten Eis keine Temperaturschwankungen zu erwarten sind. Hingegen wurde die Empfindlichkeit des Signals bezüglich der Speisspannung getestet: $0.001° \, \mathrm{V}^{-1}$.

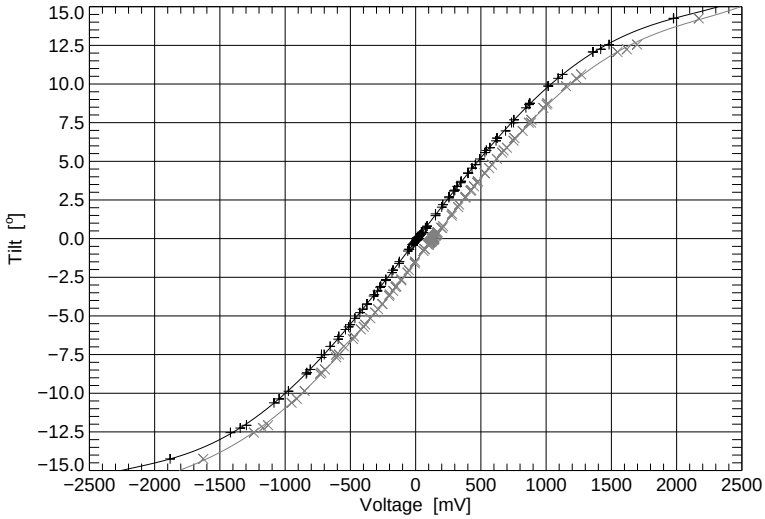

Abbildung 3.17: Optimierte Eichkurve und zugrundeliegende Messungen. Die Neigung der beiden Achsen θ_x (schwarz) und θ_y (grau) ist als Funktion der gemessenen Spannung V aufgetragen.

3.5.3 Inklinometermessungen

Im April 1996 wurden drei bis ans Gletscherbett reichende Bohrlöcher mit Inklinometersensoren ausgerüstet. In einem davon hat sich im folgenden Frühsommer ein Moulin gebildet und die Installation zerstört. Mit Ausnahme der beiden obersten Sensoren konnte nichts mehr von der Messanlage gerettet werden. Ein Jahr später wurden in unmittelbarer Nähe in einem neuen Bohrloch 10 Sensoren installiert. Nach anfänglichen Problemen mit der Aufzeichnungselektronik zeigte sich schon bald, dass die registrierten Werte weit ausserhalb des Messbereichs lagen. Es wird eine Kurzschlusswirkung durch eindringendes Wasser an den Steckern vermutet, was auf Material- oder Konstruktionsmängel zurückzuführen sein könnte. Erfahrungen mit aus denselben Produkten konstruierten Drucksensoren, welche unter zunehmendem Wasserdruck aussetzten, stützen diese Vermutungen.

Da die Inklinometer bei der Installation nicht an der Wand fixiert werden, muss mit einem Fehler in den absoluten Messwerten gerechnet werden. Diese Problematik reduziert sich jedoch mit der Zeit und mit zunehmender Schliessung des Bohrlochs. Ein luftgefülltes Bohrloch schliesst sich schon in geringer Tiefe innert kürzester Zeit (Nye, 1953; Paterson, 1994). In einer Tiefe von 90 m – diejenige der obersten Sensoren der Bohrlöcher A96 und C96 – beträgt die Dauer kaum mehr als 2 Wochen. Aufgrund qualitativer Untersuchungen der Bohrlöcher im Anschluss an die Bohrung mit einer Bohrlochkamera, kann ein ziemlich gleichmässiger Durchmesser von etwa 10 cm angenommen werden. Bei einem doppelt so grossen Bohrlochdurchmesser wie demjenigen des Sensors lassen die vorhandenen Dimensionen der Neigungssensoren (0.5 m Länge und 5 cm Durchmesser) einen maximalen Fehler wegen schiefer Lage von 5° zu. Der genaue Verlauf des Bohrlochs wurde im Anschluss an die Bohrung nicht vermessen, da er für die geplanten Analysen der relativen Veränderungen irrelevant ist. Die Anfangsgeometrie und die Abweichung von der Senkrechten sind deshalb nicht genau bekannt.

Alle Bohrlöcher liegen in der Gletschermitte auf mehr oder weniger derselben Fliess-

linie 3 km bis 4 km entfernt vom Zungenende. Die Eismächtigkeit beträgt dort zwischen 200 m und 300 m. Die Sensoren sind jeweils exponentiell über die Tiefe verteilt, um mit kleineren Abständen die in der Nähe des Gletscherbetts erwartete grössere Deformation genauer aufzuzeichnen.

Alle Erwartungen übertroffen hat jedoch die Lebensdauer der Installationen in den verbleibenden beiden Bohrlöchern. Inzwischen ist ein einmaliger, kontinuierlicher Datensatz von mehr als 3 Jahren beisammen. In Abbildung 3.18 sind die unverarbeiteten Messungen aus Bohrloch C96 dargestellt. Die Neigung θ und der Azimut ϕ der fünf in Tiefen von 90 m, 175 m, 195 m, 235 m und 260 m installierten Sensoren sind der Reihe nach von oben nach unten zu sehen. Der Azimut ϕ entspricht nicht dem geographischen Azimut γ, sondern dem internen Orientierungswinkel aus Blickrichtung der Sensorachse (siehe Abb. 3.16). Diese Information ist jedoch dargestellt, da sie Auskunft über eine allfällige Eigenbewegung des Sensors gibt.

Das Bohrloch C96 reichte nicht ganz bis zum Gletscherbett. Deshalb kam der unterste Sensor nicht wie geplant nur 5 m, sondern 40 m über dem Untergrund zu liegen. Da die untersten drei Sensoren fest miteinander verdrahtet waren, konnten die Abstände bei der Installation im Feld nur beschränkt angepasst werden, sodass die beiden Sensoren in 175 m und 195 m Tiefe nun etwas zu dicht aufeinander liegen. In Abbildung 3.19 ist Lage und Verdrahtung der Sensoren schematisch eingezeichnet.

Die gemessenen Neigungen zeigen generell eine langsame, kontinuierliche Änderung mit der Zeit. Jedoch fallen sofort die diesen Trend überlagernden, zweifelhaften Ausschläge auf. Da sie gleichzeitig bei allen Sensoren auftreten, wird ein elektronischer Einfluss angenommen, obwohl der Grund unklar bleibt. Analoge Erscheinungen traten in den Messungen der anderen Bohrlöcher nicht auf. Verschiedentlich sind Phasen erhöhter Unruhe, massiver Abweichung oder plötzlicher Sprünge vorhanden. Mehrere Sensoren zeigen zu Beginn eine Neigungsabnahme. Dieser Umstand erklärt sich durch die anfängliche, gletscheraufwärts geneigte Orientierung, wodurch der Sensor erst aufgestellt wird, bevor er sich dann mit derselben Rate nach unten neigt.

Der oberste Neigungssensor wies während der ersten Monate eine starke Abnahme, gefolgt von einer plötzlichen Zunahme der Neigung auf. Das Bohrloch schliesst sich so nahe der Oberfläche demnach erst allmählich um den Sensor und fixierte ihn nicht sofort. Erst danach stellte sich eine leichte, kontinuierliche Neigungsänderung mit konstanter Rate ein. Diese ist ab Frühling 1997 von starken Fluktuationen überlagert.

Beim zweitobersten Neigungssensor setzte nach April 1997 die Registrierung plötzlich aus. Einerseits fand sich an dem Kabel eine Beschädigung, andererseits deutet der Verlauf mit anfänglicher Abnahme und schlagartiger Zunahme im Bereich des Nulldurchgangs darauf hin, dass der Sensor aus dem Messbereich gekippt sein könnte. Dadurch würden sich die vereinzelten, später registrierten Messwerte erklären lassen.

Der gleichmässige Verlauf des Sensors in 195 m Tiefe wird durch oszilationsartige Zwischenphasen unterbrochen. Der Azimut deutet auf eine Rotation um die Sensorachse hin. Eine Bewegung des Sensors relativ zum umgebenden Eis wird erwartet,

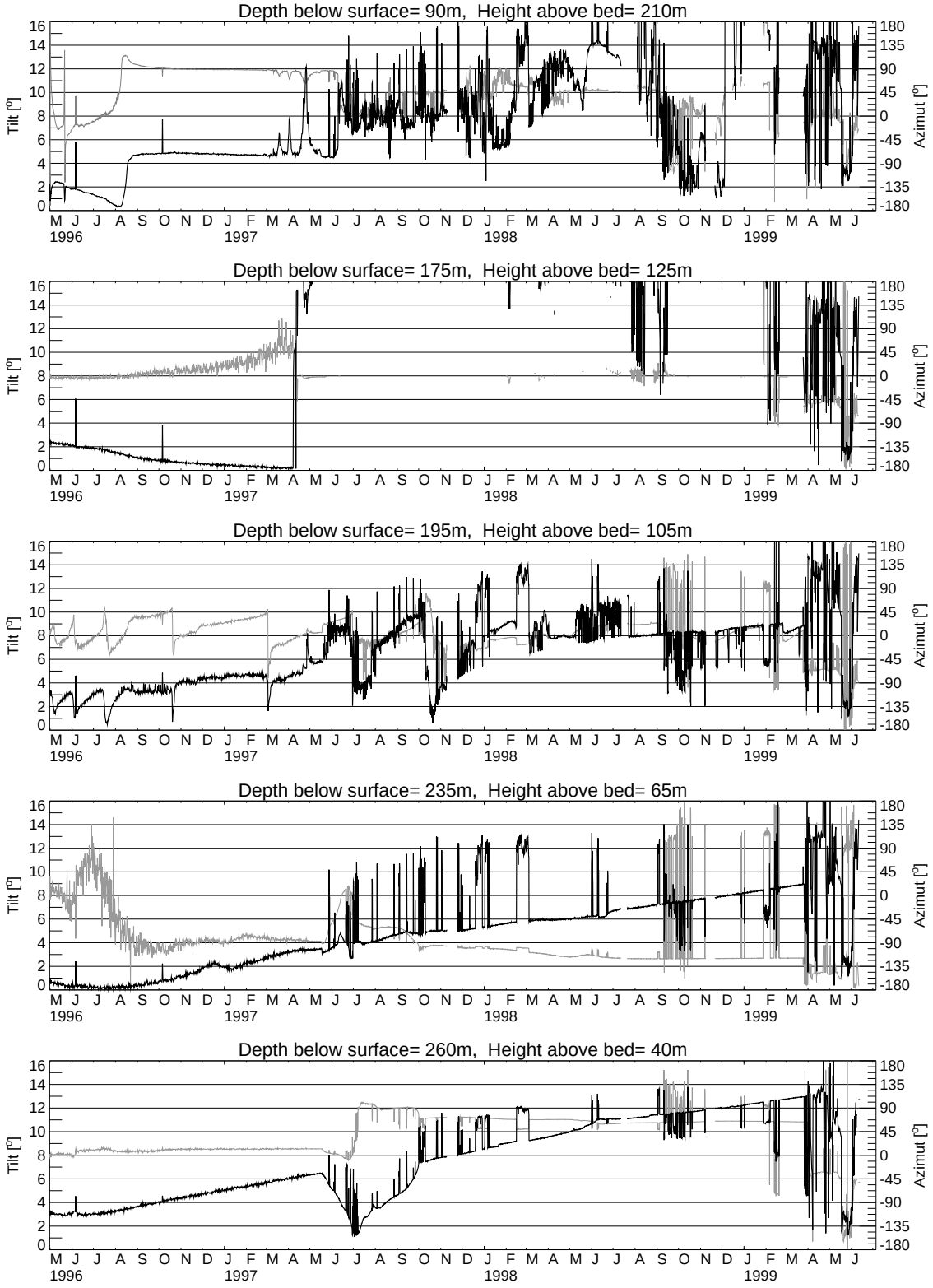

Abbildung 3.18: Neigung (schwarz) und Azimut (grau) der unverarbeiteten Messungen der fünf im Bohrloch C96 installierten Sensoren.

da sich möglicherweise das Bohrloch nicht vollständig geschlossen hat. Eine Beeinflussung durch die umgebenden Kabel, welche sich wegen der Eisdeformation kontinuierlich an- und entspannen, ist anzunehmen.

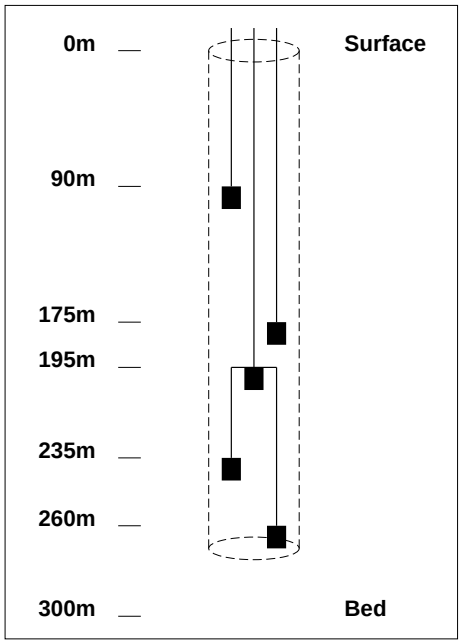

Abbildung 3.19: Die Lage und Verdrahtung der fünf im Bohrloch C96 installierten Sensoren. Der gestrichelte Zylinder stellt das Bohrloch dar.

Der tiefste Neigungssensor bewegte sich während einiger Monate sehr ungewöhnlich. Diese Periode fällt mit der Schmelzsaison des Sommers 1997 zusammen. Eine Erklärung mit glaziologischen Argumenten will nicht richtig gelingen. Die Abnahme der Neigung kann nur durch sogenannten *"extrusion-flow"* verursacht worden sein. Obwohl schon zuvor beobachtet (Hooke et al., 1987), ist diese spezielle Form von Fliessen unter normalen Verhältnissen theoretisch nicht akzeptiert (Nye, 1952c). Da sich die Neigung anschliessend wieder beschleunigt und sich dem ursprünglichen Trend anpasst, ist eine Deutung dahingehend möglich, dass der Sensor nicht richtig im Eis fixiert war und sich zwischenzeitlich aufrichtete. Gegen diese Hypothese spricht jedoch die Tatsache, dass Hohlräume auf Grund des in einer solchen Tiefe herrschenden Druckes nicht lange bestehen bleiben, sofern sie nicht mit Wasser gefüllt sind.

Für die letzten drei registrierten Monate zeigen alle Sensoren simultan einen identischen, vom normalen Trend abweichenden Verlauf, was als Anzeichen der bereits überschrittenen Lebensdauer der Messanlage interpretiert werden kann.

Die Ursache der Ausreisser ist nach wie vor unbekannt. Sowohl die Häufigkeit als auch die Dauer solcher Phasen sind ungeklärt. Über eine allfällige Zunahme lässt sich ebenfalls nur spekulieren. Da in der Planungsphase nicht mit einer derartigen Lebensdauer der Messanlage gerechnet werden konnte, verlassen die ersten Sensoren allmählich den Messbereich. Zudem wurden die Sensoren nur im vorgegebenen Messbereich geeicht. Ausserhalb desselben ist der Verlauf nicht mehr linear und eine Extrapolation deshalb nicht sinnvoll (siehe Abb. 3.17). Dennoch sind die gewonnenen Resultate einmalig und sehr erfreulich – besonders bei den drei tiefsten Sensoren.

3.5.3.1 Eigenbewegung der Inklinometersensoren

In Abbildung 3.20 sind zwei Beispiele für die anhand der Information des Azimuts ϕ vermuteten Rotationsbewegungen des Sensors innerhalb des Bohrlochs dargestellt. Für die ersten 365 Tage Betriebszeit (1. Mai 1996 bis 1. Mai 1997) ist die Bewegung der beiden Sensoren in 90 m bzw. in 195 m Tiefe berücksichtigt. Die Polardarstellung präsentiert den zeitlichen Bewegungsverlauf des Sensors, welcher das obere Ende relativ zum unteren Ende ausführt. Der oberste Sensor (90 m Tiefe) zeigte innerhalb

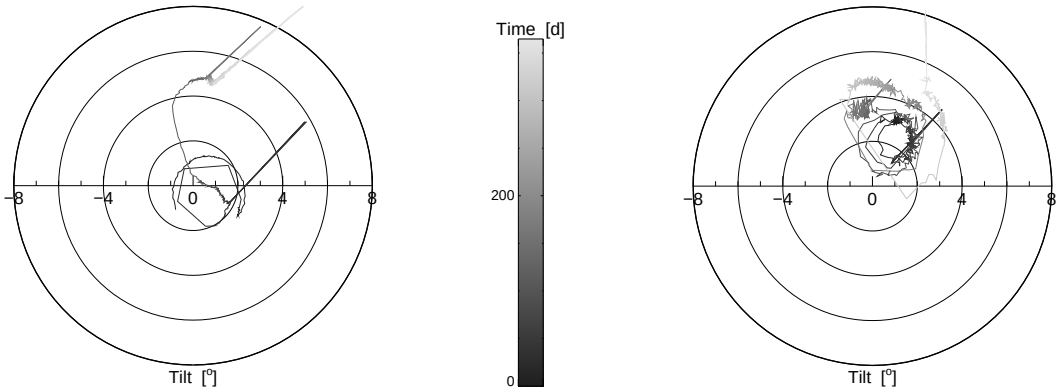

Abbildung 3.20: In der Polardarstellung der Neigung offenbart sich die Eigenbewegung der beiden Sensoren in 90 m (links) und in 195 m (rechts) Tiefe während des ersten Betriebsjahres.

des ersten Monats zwei kurzfristige Phasen von wenigen Tagen, während denen zuerst eine Rotation im Uhrzeigersinn um gut 200° und später eine Drehung um mehr als 360° in der Gegenrichtung auszumachen ist. Anschliessend setzt eine kontinuierliche Abnahme der Neigung ein, bevor eine abrupte Zunahme mit leichter Drehung den Fixierungsprozess im Bohrloch abschliesst. Der in der rechten Hälfte dargestellte Sensor (195 m Tiefe) weist fünf, über ein Jahr verteilte, kurzfristige Phasen auf. Dabei vollführte der Sensor jeweils eine volle Rotation im Gegenuhrzeigersinn.

3.6 Fernerkundung

Im Rahmen dieser Studien wurden nicht nur direkte Feldmessungen unternommen, sondern auch Methoden der Fernerkundung eingesetzt. Dabei zählt, dass mit verhältnismässig geringem Aufwand grosse Datenmengen gewonnen werden können. Die erzielten Fortschritte dieser Technologien versprechen für die beabsichtigten glaziologischen Anwendungen eine brauchbare Genauigkeit. Zudem lässt sich in Gebiete vordringen, die für bisher angewandte Methoden unerreichbar waren.

Die Methoden der Photogrammetrie eignen sich ausgezeichnet zur Beobachtung der Oberfläche und deren zeitlicher Veränderung. Die Bestimmung von digitalen Geländemodellen[5] (DTM) ist ein Standardverfahren. Selbst die Bewegung an der

[5]In dieser Arbeit wird ausschliesslich der umfassende Begriff des Digitalen-Terrain-Modelles (DTM) verwendet, obwohl es sich sowohl um Oberflächen- (DSM) als auch Höhenmodelle (DEM) handelt.

Oberfläche kann mit einem analogen Verfahren direkt ermittelt werden, falls entsprechende Bilder zu verschiedenen Zeitpunkten vorhanden sind (Flotron, 1979; Kääb, 1996).

3.6.1 Photogrammetrie

Für den Unteraargletscher werden im Auftrag der Kraftwerke Oberhasli seit Herbst 1969 jährlich Luftbilder aufgenommen. Drei spezielle, tiefliegende Fluglinien sorgen für die bestmögliche Auflösung. Dank zweier zusätzlicher Fluglinien konnten im Herbst 1997 erstmals die Firngebiete und der Strahleggletscher aufgenommen und damit das gesamte Einzugsgebiet abgedeckt werden (siehe Abb. 3.21).

Die Abteilung für Glaziologie der VAW besitzt einen analytischen Plotter (KERN DSR 15–18). Darauf ist der an der VAW entwickelte, sogenannte Direktvergleich[6] (DIVE) implementiert (Kääb, 1996). Dieses operationelle Verfahren ermöglicht direkte Bewegungsmessungen in einem Stereomodell mit Bildern zweier unterschiedlicher Zeitpunkte. Es werden nur die beiden Geländemodelle der einzelnen Epochen benötigt. Die Bestimmung der Bewegung erfolgt dabei nicht nur durch ein reines "*feature-tracking*", sondern durch Ausnützung des Stereoeffektes, der bei einer strukturierten Oberfläche hervortritt. Die beiden Strategien lassen sich getrennt oder gemischt anwenden und führen ohne eindeutig zuordenbare Merkmale bei genügendem optischen Kontrast und Oberflächenbeschaffenheit trotzdem zum gewünschten Erfolg.

Die erreichbare Genauigkeit der photogrammetrischen Auswertung ist eine Funktion der Flughöhe über der Geländeoberfläche. Für die Lage ist im günstigsten Fall mit 0.05 Promille und in der Höhe mit 0.1 Promille zu rechnen. Die in alpinem Gelände je nach Situation vorhandene, sehr hohe Oberflächenrauhigkeit reduziert die Genauigkeit. Für die Höhe vertritt Kääb (1996) deshalb die Ansicht, dass eher ein Wert in der Grössenordnung von 0.2 Promillen der Flughöhe zutrifft. Bei gemischten Stereomodellen reduzieren Unterschiede in Beleuchtung, Skala der Bilder, Bildqualität, Filmverzerrung oder Schneebedeckung die Präzision zusätzlich. Sehr starke Veränderungen der Geländeverhältnisse (grosse Schmelze und lokale Rutschungen) zwischen den beiden Aufnahmen schränken nicht nur Messmöglichkeiten (Stereoeindruck), sondern auch die Messgenauigkeit ein.

3.6.1.1 Passpunktnetz

Um den photogrammetrischen Auswertungen absolute Koordinaten zuzuordnen, sind auf den Luftbildern sichtbare, bekannte Referenzpunkte notwendig. Bei häufiger Verwendung lohnt sich der Aufwand, feste, einfach aufzufindende Markierungen anzubringen. Als Standorte empfehlen sich – wenn möglich – anstehende Felsen ausserhalb des Gletschers auszuwählen, sodass gleichzeitig Bewegungen gemessen werden können. Die vorhandene Anzahl Passpunkte für den Unteraargletscher war nicht nur sehr knapp bemessen, sondern die auf die Felsen aufgemalten Markierungen

[6]Simultanes Monoplotting im multitemporalen Stereomodell

waren mit den Jahren auch verblasst. Deshalb wurden während zweier Passpunktkampagnen im Sommer 1997 und 1998 die vorhandenen undeutlichen Markierungen aufgefrischt, das Netz durch zusätzliche Referenzpunkte verdichtet und in die zuvor nicht abgedeckten Firngebiete ausgedehnt. Heute bestehen 62 markierte und auf der Basis der Landesvermessung 1903 (LV03) vermessene Passpunkte (siehe Abb. 3.21). Deren Bezeichnung und genaue Koordinaten sind aus Tabelle A.2 im Anhang A.2 zu entnehmen.

3.6.1.2 Geländemodelle

Für die Kraftwerke Oberhasli führte die Firma Flotron AG die routinemässigen photogrammetrischen Auswertungen der Luftbilder aus (Flotron, 1924-1998). Seit 1990 wurden digitale Geländemodelle generiert und in digitaler Form zur Verfügung gestellt. Die räumliche Ausdehnung beschränkte sich jedoch meist auf den Unteraargletscher und lediglich Teile des Finsteraar- und Lauteraargletschers, welche für die beabsichtigten Anwendungen nicht ausreichte. Deshalb wurden einige Modelle bis in die Firngebiete erweitert. Die Qualitätskontrolle mittels Vergleich der gemeinsamen Punkte im Überschneidungsbereich ergab leider unerfreuliche Resultate. Einzelne Differenzen erreichten die Grössenordnung von jährlichen Höhenänderungen. Zudem wurden systematische Fehler mit einem räumlichen Gradienten festgestellt. Dies bedeutete, dass die einzelnen Teilmodelle gegeneinader verkippt waren. Eine genauere Analyse dieses Sachverhalts offenbarte eine unzureichende Orientierung der Stereomodelle. Da jedes Geländemodell aus mehreren Teilmodellen generiert war, machte die Einzelmodellorientierung ohne Aerotriangulation die Verwendung vor allem für das Berechnen von Höhenänderungen nutzlos. Speziell die ungenügende Abdeckung durch Passpunkte wirkte sich sehr negativ auf eine zuverlässige Orientierung aus. Oft stand in jedem Teilmodell nur eine minimale Anzahl von Passpunkten zur Verfügung, wovon die wenigsten gleichzeitig in beiden angrenzenden Modellen vertreten waren.

In Tabelle 3.4 sind die vorhandenen Datensätze enthalten, und der jeweilige Stand der technischen Auswertungsmethoden wird erläutert. Zur Qualitätskontrolle äusserst dienlich wären einige Messungen ausserhalb des Gletschers in den anstehenden Felsen. Die Steilheit des umliegenden Geländes ist dafür jedoch nicht optimal, da die Messgenauigkeit in solchen Verhältnissen deutlich schlechter ausfällt, falls keine wirklich markanten, eindeutigen und speziell ausgewählten Punkte vorhanden sind. Dennoch zahlen sich speziell für den Vergleich von Geländemodellen unterschiedlicher Epochen Kontrollpunkte mit unveränderter Lage aus. Bislang erstreckt sich die räumliche Ausdehnung häufig nur auf den Gletscher. Die unzureichende Qualität in einzelnen Datensätzen wäre mit Kontrollpunkten schneller erkannt worden. Die grobe Abschätzung der erreichbaren Genauigkeit aufgrund der Flughöhe über dem Gelände liefert Werte im Zentimeter- bis Dezimeterbereich.

Seit kurzem besitzt die Abteilung für Glaziologie eine digitale Photogrammetriestation (LHS DPW 770, Socet Set). Damit reduziert sich der Aufwand bei der Erstellung von Geländemodellen beträchtlich. Die Erleichterung in der Bedienung zahlt sich speziell in der Vereinfachung von aufwendiger, gemeinsamer Orientierung mehrerer Einzelmodelle aus. Der Einsatz ermöglichte, die in einigen manuell generierten

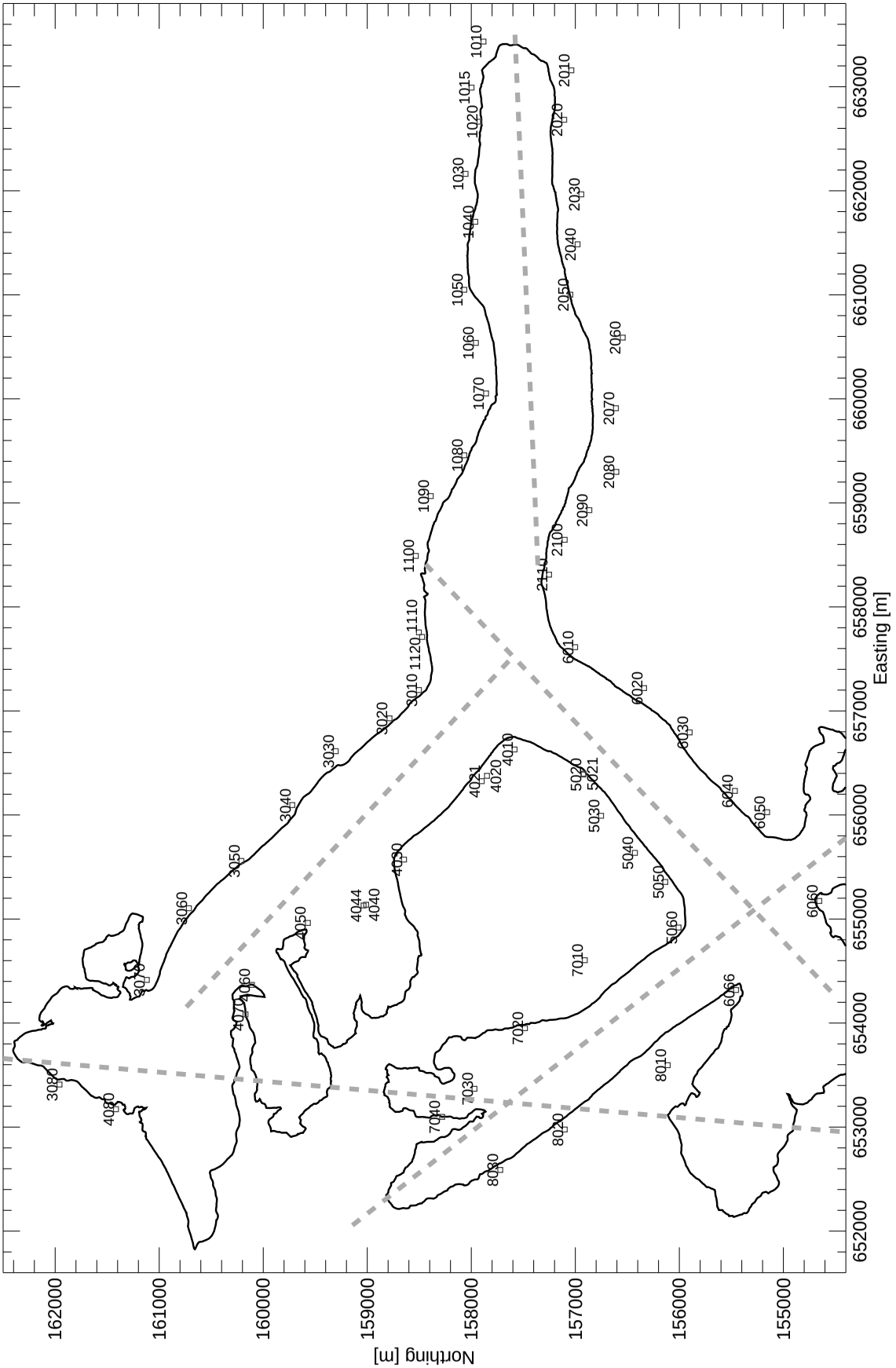

Abbildung 3.21: Lage und Anordnung der Passpunkte und Verlauf der Fluglinien (gestrichelt) auf dem Unteraargletscher.

Tabelle 3.4: Photogrammetrisch bestimmte Geländemodelle mit Angaben zur Auswertung (Stereomodell-Orientierung und Höhenbestimmung)

Datum	*Orientierung*	*Höhenbestimmung (Operateur)*
23-Sep-1969	Einzelmodell (31PP)	manuell (VAW), brauchbar
18-Sep-1970	Einzelmodell (31PP)	manuell (VAW), schlecht
21-Aug-1990	Einzelmodell (31PP)	manuell (Flotron), verlängert (VAW)
22-Aug-1991	Einzelmodell (31PP)	manuell (Flotron), verlängert (VAW)
16-Sep-1992	Einzelmodell (31PP)	manuell (Flotron)
7-Okt-1995	Einzelmodell (31PP)	manuell (Flotron)
23-Aug-1996	Aerotriangulation (31PP)	manuell (Flotron)
15-Aug-1997	Aerotriangulation (31PP)	manuell (Flotron)
	Aerotriangulation (41PP)	digital (VAW)
9-Sep-1998	Aerotriangulation (68PP)	digital (Flotron)
	Aerotriangulation (62PP)	digital (VAW)
8-Sep-1999	Aerotriangulation (62PP)	digital (VAW)

PP = Passpunkte

Datensätzen aufgetretenen Mängel zu beheben (siehe Tab. 3.4). Die Messdichte ist nur noch eine Frage der zur Verfügung stehenden Rechenzeit. Dennoch darf eine seriöse Kontrolle der Resultate nicht ausbleiben.

Die erweiterten Datensätze wurden in den Überlappungsbereichen gemittelt, während für die zur Massenbilanzbestimmung vorgesehenen Gletscherstände (1997 bis 1999) Geländemodelle mit konsequenter Mehrmodellorientierung (Aerotriangulation) und digitaler Photogrammetrie neu generiert wurden. Damit war zudem eine konsistente Auswertung gewährleistet, was bei der Analyse von Resultaten der Massenbilanzbestimmung unnötige Unsicherheiten und Nebeneffekte auszuschliessen vermochte.

3.6.1.3 Bewegungsmessungen

Das Verfahren des Direktvergleichs (DIVE) liefert nur die horizontalen Komponenten der Bewegung. In vertikaler Richtung lässt sich lediglich der Höhenunterschied zwischen der Ausgangsposition zum ersten Zeitpunkt und der Endposition zum zweiten Zeitpunkt messen. Da sich die Begrenzung der Oberfläche aufgrund von Akkumulation oder Ablation während der Periode ändert, entspricht die gemessene Höhendifferenz nicht der vertikalen Bewegung, sondern beinhaltet auch noch die Massenänderung (siehe Abb. 2.2).

Das photogrammetrische Messverfahren wurde in den unterschiedlichen Verhältnissen von Schuttbedeckung und Eis erfolgreich angewendet (Kääb, 1996; Bauder, 1996; Kääb et al., 1997; Gudmundsson et al., 1997; Kääb and Funk, 1999). Der theoretische Hintergrund und die einzelnen Schritte der praktischen Umsetzung des Verfahrens sind in Kääb (1996) und Bauder (1996) detailliert geschildert. Noch nie wurde ein Gebiet von der Grösse des Unteraargletschers mit solch hoher räumlicher Auflösung bearbeitet. Eines der Ziele dieser Arbeit war auch, die Limiten im Firngebiet möglichst weit auszuloten. In Tabelle 3.5 sind die ermittelten Datensätze

Tabelle 3.5: Photogrammetrische Bewegungsmessungen

Periode	*Dauer* [d]	*Anzahl*	*Bemerkung*
1969 – 1970	360	2745	nur Unteraar (schlecht)
1990 – 1991	366	6799	grösste erreichte Ausdehnung
1991 – 1990	366	5677	
1996 – 1997	357	5168	
1997 – 1998	390	5606	

erläutert und die Anzahl enthaltener Messwerte angegeben. Die beiden getrennt aufgeführten Datensätze für die gleiche Periode 1990/91 haben zwei verschiedene Operatoren mit den jeweiligen entgegengesetzten, gemischten Bildpaaren gemessen. Es sind unbeeinflusst entstandene Messungen von unabhängigen, gemischten Stereomodellen zu Vergleichszwecken. Das gemessene Verschiebungsfeld der Oberfläche für die Perioden 1996/97 und 1997/98 sind in den Abbildungen 3.22 und 3.23 dargestellt. Der Gletscher wurde in Rasterschritten von 50 m abgetastet. Gut zu sehen sind vorhandene Lücken in den schuttfreien, stark zerklüfteten Zonen am orographisch rechten Rand und südlich der Mittelmoräne im Unteraargletscher. Die grossen Veränderungen verunmöglichten das Auffinden von eindeutig einander zuordenbaren Merkmalen. Dem Auge blieb deshalb auch der stereoskopische Eindruck verwehrt. Ebenfalls ersichtlich sind die Überlappungsbereiche der Teilmodelle mit den Mehrfachmessungen und zusätzlichen Messungen zwischen den Rasterpunkten entlang von Querprofilen[7].

Für die vorhandene Situation ergibt die Messgenauigkeit nach Kääb (1996) mit 0.3 Promille der Flughöhe bestenfalls 0.3 m. Die rohen Bewegungsmessungen enthalten wegen unterschiedlicher Fehlereinflüsse sowohl grobe Ausreisser als auch undeutlichere, systematische oder zufällige Fehler. Um die groben Ausreisser aufzudecken, genügt in der Regel eine qualitative Kontrolle. Zur umfassenden Überprüfung der Resultate sind Methoden notwendig, wie sie statistische Analysen oder Mehrfachmessung der Verschiebungen in zwei unabhängigen Stereomodellen desselben Geländeteils bieten. Damit können Ausreisser aufgedeckt und eliminiert werden. Gleichzeitig lässt sich die Genauigkeit der Resultate beurteilen und gegebenenfalls durch Mittelbildung verbessern. Messungen in stabilem, unbewegtem Gelände eröffnen eine weitere Kontrollmöglichkeit. Die Bewegungsfelder der Oberfläche des Gletschers sollten meist ein homogenes Bild ergeben. Die Bestimmung der räumlichen Gradienten hilft, Messfehler aufzufinden.

In den Überlappungsgebieten der einzelnen Teilmodelle bieten die vorhandenen Mehrfachmessungen die Möglichkeit, eine unabhängige Genauigkeitsabschätzung vorzunehmen. Der Mittelwert jeder Komponente und der Betrag der Differenzvektoren sind in Tabelle 3.6 aufgeführt. Diese Werte spiegeln nicht nur die Messgenauigkeit wider, sondern sie zeigen auch Ungenauigkeiten von unterschiedlicher Orientierung benachbarter Modelle und Verzerrung an den Rändern, den möglichen Regionen der Überlappungsbereiche, auf.

[7]Diese dienten den früheren Beobachtungen von Flotron (1924-1998) für die KWO – zuerst terrestrisch und später photogrammetrisch. Diese Messungen gewährleisten die Kontinuität.

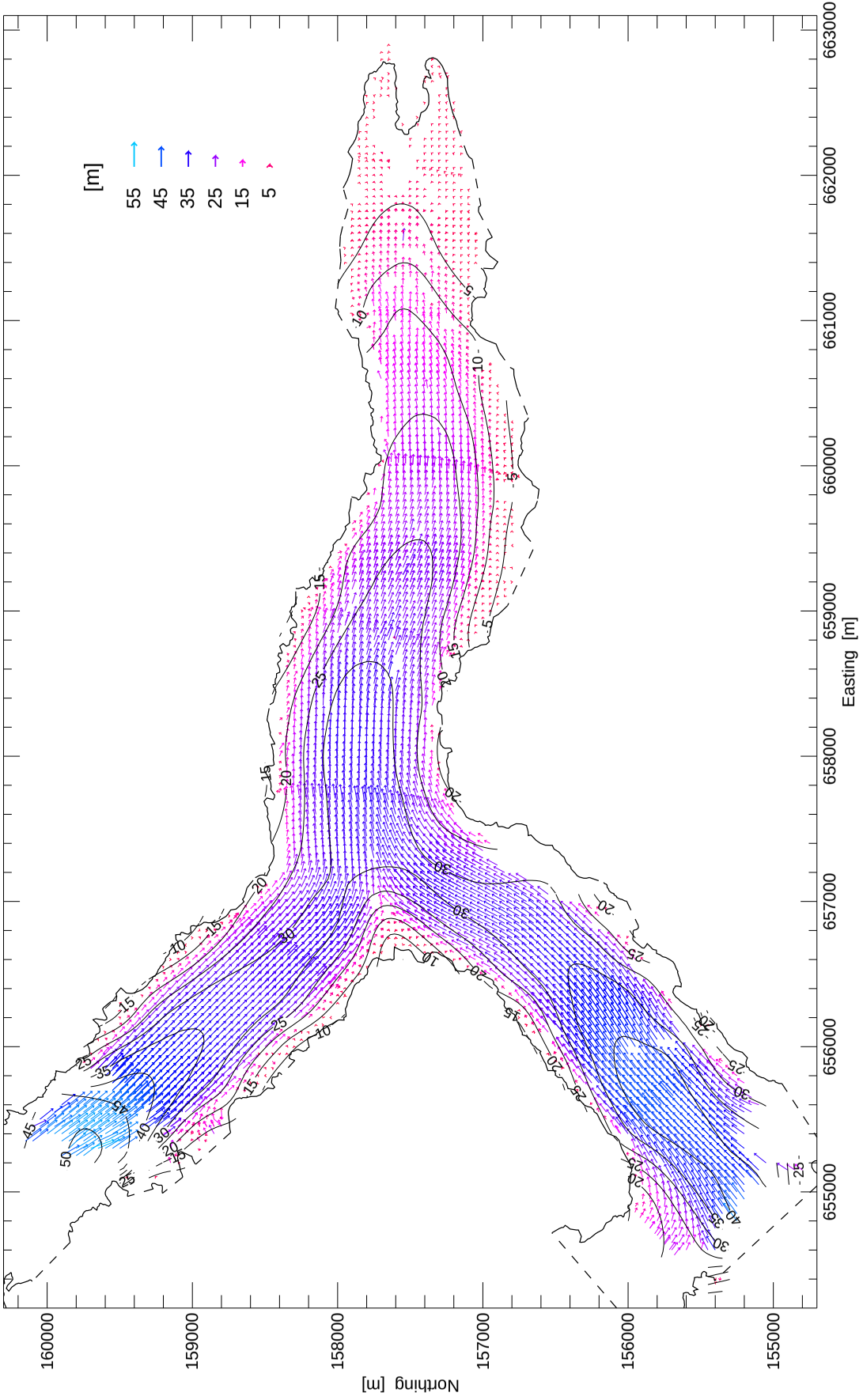

Abbildung 3.22: Die unverarbeiteten photogrammetrischen Bewegungsmessungen für die Periode 1996/97. Die Konturlinien im 5 m-Intervall geben den Betrag an.

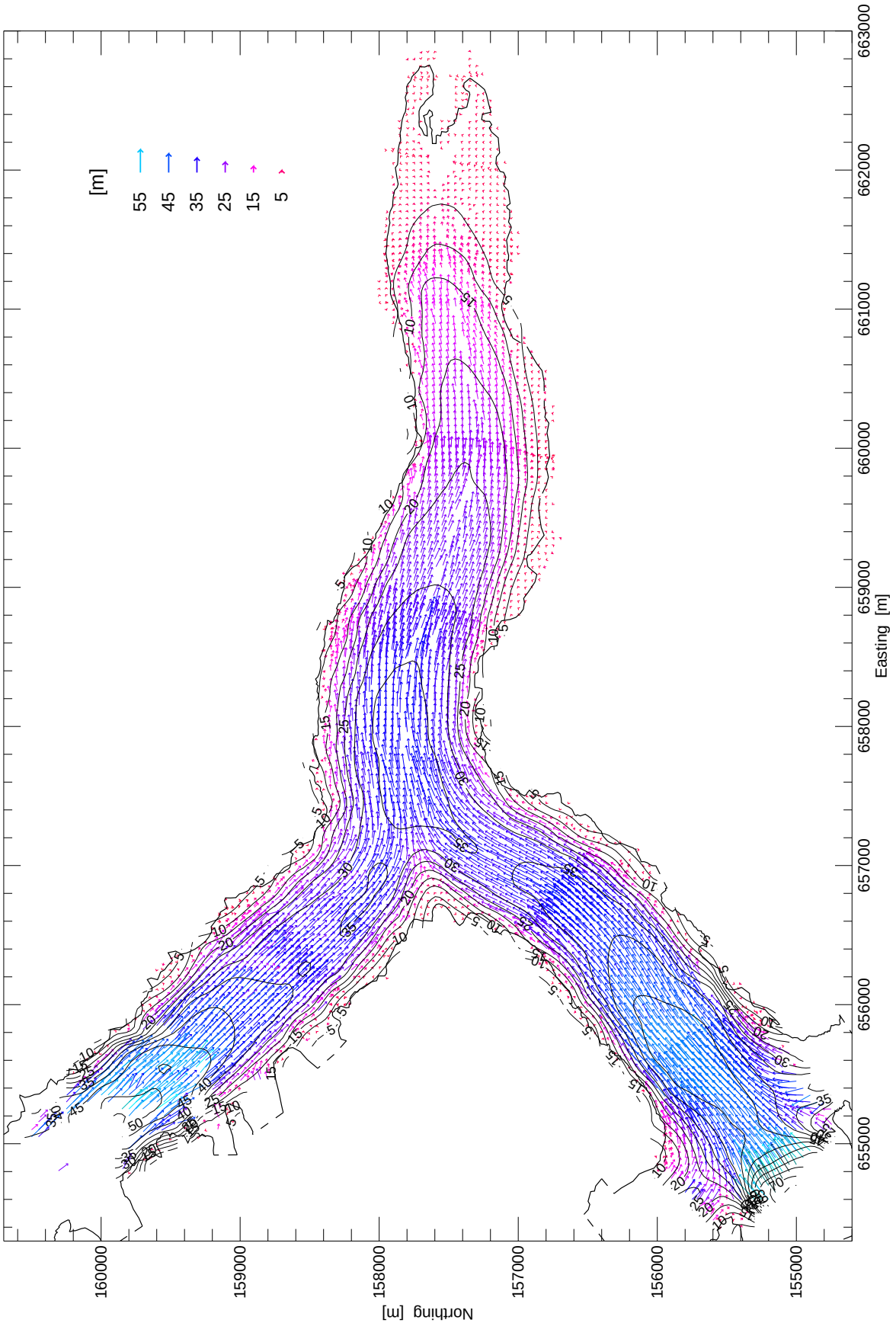

Abbildung 3.23: Die unverarbeiteten photogrammetrischen Bewegungsmessungen für die Periode 1997/98. Die Konturlinien im 5 m-Intervall geben den Betrag an.

Tabelle 3.6: Gemittelte Differenzen der vorhandenen Mehrfachmessungen der Bewegung an identischen Punkten in Überlappungsbereichen

Datensatz	*Messungen* #	*identische* #	$\overline{\lvert\Delta v_x\rvert}$ [m]	$\overline{\lvert\Delta v_y\rvert}$ [m]	$\lvert\overline{\Delta \mathbf{v}}\rvert$ [m]
1969/70	2745	87	0.96	1.05	1.56
1990/91	6799	93	0.77	0.34	0.91
1991/90	5677	1042	1.24	1.26	1.94
1996/97	5186	969	0.73	0.65	1.08
1997/98	5606	316	1.27	1.00	1.79

3.6.2 Topographische Landkarten

Im Bestreben, digitale Geländemodelle zu erstellen, welche weiter in die Vergangenheit zurückreichen als die ersten Luftbilder von 1969, wurden alte topographische Karten beigezogen und deren Höhenlinien digitalisiert. Karten bieten den Vorteil, dass im Gegensatz zu den analysierten Luftbildern das gesamte Einzugsgebiet digitalisiert werden kann. Bereits in Bauder (1996) wurden zwei geeignete Karten der Aaregletscher verwendet: der Übersichtsplan im Massstab 1:10'000 mit Höhenlinien in 10 m-Äquidistanz und die erste Ausgabe der Landeskarte der Schweiz 1:50'000 mit Höhenlinien in 20 m-Äquidistanz. Inzwischen konnte der genaue Stand des Gletschers auf beiden Karten richtig datiert werden. Der Übersichtsplan beruht auf Luftbildern vom Herbst 1961 (Haefeli, 1970), während die erste Schweizer Landeskarte im Massstab 1:50'000 auf terrestrischen Photographien von 1927 basiert. Zudem ist eine zusätzliche Kartierung von 1947 aufgefunden und ebenfalls digitalisiert worden. Tabelle 3.7 fasst die wichtigsten Informationen zu den Karten und die Anzahl digitalisierter Höhenwerte zusammen.

Tabelle 3.7: Digitalisierte Landkarten

Gletscherstand	*Massstab*	*Äquidistanz*	*Punkte*	*Bemerkung*
Sep-1927	1:50'000	20 m	9344	terrestrische Bilder
Sep-1947	1:25'000	20 m	15127	Luftbilder (unsicher)
11-Sep-1961	1:10'000	10 m	46136	Luftbilder

3.6.2.1 Digitalisierung von topographischen Karten

Die einzelnen Schritte des angewandten Verfahrens zur Digitalisierung ist in Bauder (1996) ausführlich beschrieben. Die wichtigsten Punkte werden hier nur noch kurz zusammengefasst: Die Höhenlinien wurden zusammen mit gleichmässig über das aufgenommene Gebiet verteilten Kontollpunkten bekannter Lagekoordinaten von Hand digitalisiert. Eine aufwendige Koordinatentransformation mit Ausgleichsrechnung wurde angewendet. Die meisten Standardeinstellungen benötigen eine minimale Anzahl von drei Punkten zur Koordinatentransformation. Ein regelmässig über den ganzen Bereich verteiltes Gitter hingegen ermöglicht es, Ungenauigkeiten zu berücksichtigen. Das überbestimmte Gleichungssystem wurde durch Minimierung

der Quadrate der Abweichungen gelöst. Zu jedem Punkt gewinnt man nicht nur eine Angabe des Fehlers, sondern es lassen sich auch Effekte wie Kartenverzerrung feststellen.

3.6.2.2 Gitterinterpolation

Für die weitere Verwendung wurde aus den Höhenlinien der Gletscheroberfläche ein regelmässiges Gitter mit 50 m-Rasterweite interpoliert. Im Allgemeinen stellt diese Aufgabe keine allzu grossen Anforderungen an normale Interpolationsroutinen, da die entlang den Höhenlinien vorhandene, dicht angeordnete Information für die gewünschte Rasterweite ausreicht. Die besten Resultate wurden mit der angepassten IMSL/Akima-Routine (Gudmundsson, 1994a) und der *gtgrid*-Routine aus dem PV-WAVE (1995) Software-Paket erzielt. Als Qualitätskontrolle der Genauigkeit der Geländeinterpolation diente die überlagerte Darstellung sowohl der digitalisierten Höhenlinien wie auch der Konturdarstellung der gerasterten Ergebnisse. Dieser Vergleich zeigte erstaunlich gute Übereinstimmung. Sogar die Mittelmoräne wurde in den räumlichen Darstellungen aufgelöst, obwohl die Ausdehnung in der Nähe des Gitterabstandes liegt.

3.6.2.3 Genauigkeit

Die Genauigkeit der generierten Geländemodelle ist schwierig abzuschätzen. Sie setzt sich aus zwei voneinander unabhängigen Anteilen zusammen. Der eine ist die Präzision der Karte selbst, der andere wird durch die zusätzlich hinzugekommenen Fehler während der Digitalisierung und der Interpolation bestimmt. Letztere sind einfacher abzuschätzen. Die Ausgleichsrechnung liefert Residuen zwischen den vorgegebenen Sollwerten und den transformierten Werten. Die Standardabweichung beträgt knapp 1 m beim Übersichtsplan und etwa 2.5 m bei der Landeskarte. Diese Werte sind im Vergleich zur Gitterweite von 50 m und den in der Kartengrundlage enthaltenen Ungenauigkeiten ausreichend präzis. Bei der Genauigkeit der Karten gestaltet sich die Analyse viel komplizierter. So ist ein das ganze Kartenblatt betreffender Durchschnittswert nicht sinnvoll, da im Ablationsgebiet auf der Zunge mit gut erkennbarer Topographie ganz andere Werte gelten als auf flächeren, schneebedeckten Teilen im Akkumulationsgebiet, wo sich die Interpretation des Kartographen, der die Höhenlinie von Hand nachzeichnet, viel entscheidender auf die Genauigkeit der Höhenkomponente auswirkt. Hinzu kommt, dass dieser Sachverhalt nicht für beide Karten gleich stark zutrifft. Einerseits spielt dabei der Massstab eine Rolle, andererseits haben sich innerhalb von 30 Jahren die technischen Möglichkeiten in der Kartographie massiv verbessert. Wie die Resultate der Höhenänderungen zeigen, bildet ein Fehlerbereich von ± 5 m für die Höhenänderung keine schlechte Annahme (vgl. Kapitel 4.3), da sich die Fehler der einzelnen Karten zusätzlich gegenseitig verstärken. Diese Werte liegen bei einer Gitterweite von 50 m in einer vertretbaren Grössenordnung.

Kapitel 4

Gletschergeometrie

Detaillierte Kenntnis der Gletschergeometrie ist eine entscheidende Grundvoraussetzung für erfolgversprechende Fliessberechnungen von alpinen Talgletschern.

Die Ausdehnung der Eismassen wird durch zwei unterschiedliche Arten von Grenzflächen bestimmt. Zum einen bildet die Gletscheroberfläche eine freie Oberfläche, an der die Normal- und Schubspannungen verschwinden. Zum anderen ist das Gletscherbett eine Grenzfläche, entlang welcher keine Bewegung stattfindet, sofern kein Gleiten vorhanden ist. Um das Volumen zu berechnen, ist die genaue Kenntnis der Topographie an der Oberfläche und am Gletscherbett notwendig. Für die wenigsten Gletscher ist die Betttopographie räumlich ausreichend genau vorhanden, da deren Bestimmung sehr viel aufwendiger ist als die von der Luft zugängliche Gletscheroberfläche. Aus der Kenntnis der Oberfläche alleine können lediglich die Volumenänderungen ermittelt werden. Im Vergleich zur Oberflächentopographie ist das Gletscherbett jedoch nur geringen Veränderungen unterworfen. Im messbaren Genauigkeitsbereich reicht eine einmalige Bestimmung aus.

Für den Unteraargletscher ist die Geometrie des Gletscherbettes von der Zunge bis weit in die Zuflüsse Finsteraar- und Lauteraargletscher hinein mit genügend hoher Genauigkeit bekannt. Gemeinsam mit verschiedenen Geländemodellen der Oberfläche gewährleisten sie eine umfassende Kenntnis der Ausdehnung der Eismassen.

4.1 Gletscherbett

Obwohl ein recht dichtes Netz von Radarprofilen der Eisdicken zur Verfügung steht (siehe Abb. 3.8), ist für weitere Anwendungen die Kenntnis von der Gletscherbetttopograhie auf einem regelmässigen Gitter von Wichtigkeit. Die Interpolation von unregelmässig gestreuten Daten ist keine einfache Aufgabe. Normale Interpolationsverfahren liefern unter solchen Voraussetzungen keine brauchbaren Resultate. Bei grösseren Lücken treten unerwünschte Überschwingungen auf. Bei vielen Gletschern entstehen bessere Resultate, wenn nicht direkt die Gletscherbetttopographie, sondern der viel homogenere Verlauf der Eisdicke interpoliert und anschliessend von der Oberfläche subtrahiert wird. Die Form der Oberfläche ihrerseits ist die gletscherdynamische Antwort auf den Untergrund. Beim Unteraargletscher jedoch ist

die Topographie der Oberfläche wegen der vielen Moränen sehr viel komplizierter gestaltet.

4.1.1 Datengrundlage

Als Grundlage zur Bestimmung des Gletscherbettes wurden ausschliesslich die ermittelten Eisdicken der vorhandenen Radarmessungen verwendet. Auf die Berücksichtigung von Resultaten früherer Untersuchungen (Seismik, Geoelektrik) wurde verzichtet. Bereits die Qualität der Radarmessungen unterscheidet sich stark zwischen den ersten Messungen von 1986 und den im Rahmen dieser Arbeit ausgeführten Messungen. Die technische Weiterentwicklung der Messanlage in dieser Zeitspanne ist enorm.

Um die Anforderungen an die Interpolation der unregelmässig verstreuten Messresulte etwas zu vereinfachen, wurden zusätzliche Informationen integriert. Ziel dabei war, glaziologisches Wissen auszunutzen. Folgende Schritte wurden zur Verdichtung der Lücken unternommen:

- Der Datensatz wurde um Höhenkoten des Gletscherrandes erweitert. Es wurde bei der photogrammetrischen Messung speziell darauf geachtet, nur anstehenden Fels und nicht Schutt zu verwenden.
- Zusätzliche Felskoten der umliegenden Topographie konnten aus dem DHM25 (L+T, 1993) gewonnen werden.
- Da die Form des Gletscherbettes in Fliessrichtung recht gleichmässig verläuft, wurden jeweils zwischen den tiefsten Stellen zweier benachbarter Profile zwei linear interpolierte Punkte dazugefügt.

Die ersten beiden Schritte beeinflussen höchstens das Ergebniss in den Randbereichen. Die entscheidenden Lücken zwischen den Profilen bleiben bestehen. Dieser Einschränkung trägt deshalb der dritte Schritt speziell Rechnung.

4.1.2 Interpolation

Verschiedenen vorhandenen Interpolationsroutinen wurde der zusammengestellte Datensatz mit Höhenwerten übergeben. Ziel dieses Testlaufs war, die für die gegebene Situation am besten geeignete Interpolation zu finden. Dabei zeigte die in den früheren Bestimmungen (Gudmundsson, 1994a; Funk et al., 1994) eingesetzte Methode nach Akima (1978) die befriedigendsten Resultate.

Mit einer Konturdarstellung wurden die Resultate der Interpolation analysiert und die Daten schrittweise weiter modifiziert. Da die Radarmessungen nur entlang der Profilschnittfläche migriert wurden, weisen die nicht senkrecht zum Gletscherrand beziehungsweise zum Verlauf der geometrischen Struktur einfallenden Profile lateral beeinflusste Ungenauigkeiten auf. Dieser Effekt macht sich in den Randbereichen mit sehr spitz einfallenden Profilen bemerkbar, sodass einige Daten entfernt oder korrigiert wurden. In den Lücken mit geringer Datendichte reichte bereits das Hinzufügen

einzelner Datenpunkte von Hand, um einen weicheren Verlauf der Konturlinien zu erzielen. Dieser Vorgang entspricht nichts anderem als einer lokalen Versteifung oder linearisierteren Interpolation und lässt sich insofern rechtfertigen, dass dadurch ein gleichmässigerer Verlauf in Fliessrichtung angestrebt wird. Kleinräumige Unebenheiten im Relief können ohnehin nicht durch die Radarmessungen aufgelöst werden.

Die erzielten Resultate sind im Konturplot in Abbildung 4.1 dargestellt. Darin wurden sowohl die verwendeten Radarprofile als auch die ergänzten Punkte von Gletscherrand, umliegender Topographie und die Zwischenpunkte eingezeichnet.

4.1.3 Resultate

Der Konturplot der erhaltenen Interpolation scheint plausibel. Als unabhängige Vergleichswerte zur Kontrolle stehen einzelne, während der letzten drei Jahre bis ans Gletscherbett abgeteufte Bohrungen zur Verfügung. Sie haben denn auch die erwartete Tiefe des Gletscherbettes bestätigt. Jedoch beschränkt sich diese Zusatzinformation auf einen kleinen Umkreis der drei im Abstand von 500 m bis 700 m auseinanderliegenden Bohrstellen auf dem Unteraargletscher. Unabhängige Vergleichsdaten wären speziell in der anspruchsvolleren Betttopographie von Finsteraar- und Lauteraargletscher wünschenswert. Das Bild der Konturdarstellung stimmt im Grossen und Ganzen auch mit den Resultaten von Funk et al. (1994) überein. Dieser Befund ist nicht erstaunlich, da teilweise gleiche Daten und Interpolationsmethoden verwendet wurden.

Im Finsteraargletscher bis an die Einmündung des Strahlegggletschers finden sich neue Überlappungen mit den Resultaten der seismischen Untersuchungen von Knecht und Süsstrunk (1952). Ein optischer Vergleich der Konturlinien zeigt in der Interpretation der Radarmessungen ein tieferliegendes Bett. Dieser Befund bestätigt die Ergebnisse von Funk et al. (1994) beim Abschwung. Es ist deshalb anzunehmen, dass die nicht genügend dokumentierten Auswertungsmethoden von Knecht und Süsstrunk (1952) in der komplizierten dreidimensionalen Geometrie unbefriedigende Resultate lieferte. Eventuell falsch interpretierte Reflexionen könnten von den Seitenwänden stammen und nicht vom noch tieferen, zentralen Bereich. Dieser Umstand würde die vorhandene Differenz zu den Resultaten der Radarmessungen erklären.

Aus dem auf ein regelmässiges Gitter interpolierten Gletscherbett und den Geländemodellen der Oberfläche kann die räumliche Verteilung der Eisdicke berechnet werden. Abbildung 4.2 zeigt die Eisdicken Ende August 1996. Die grössten Mächtigkeiten befinden sich im Finsteraar- und Lauteraargletscher mit gut 400 m beziehungsweise 450 m.

4.2 Oberfläche

Für die Oberfläche existieren vier ältere und sieben neuere (seit 1990) Geländemodelle (vgl. Kapitel 3.6). Davon decken die drei ältesten das gesamte Einzugsgebiet

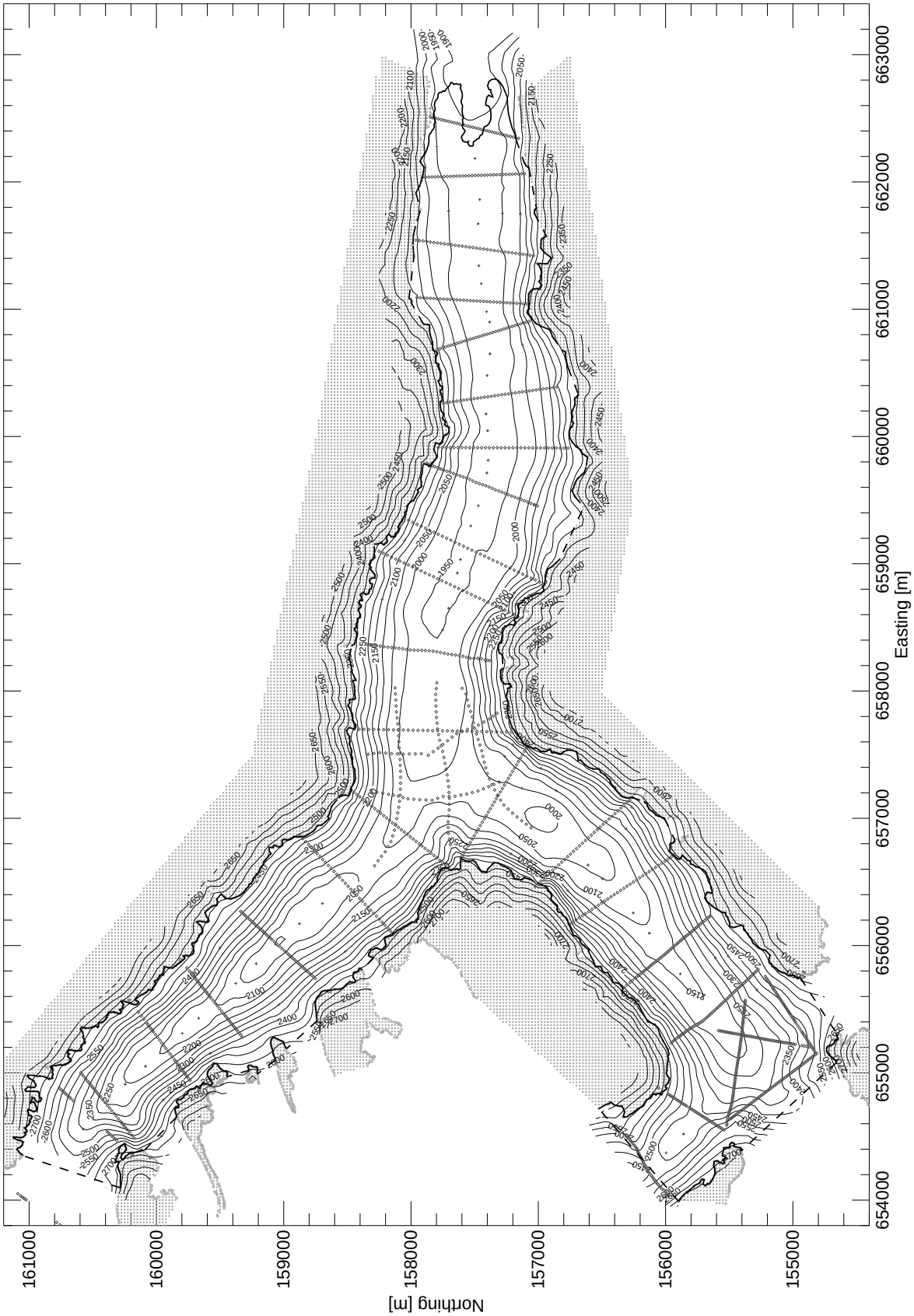

Abbildung 4.1: Das Gletscherbett des Unteraargletschers mit dem Rand von 1996. Die Radarprofile sowie zusätzlichen Bettpunkte (dunkelgrau), der Felsrand und die umgebende Topographie (hellgrau) dienten zur Gitterinterpolation.

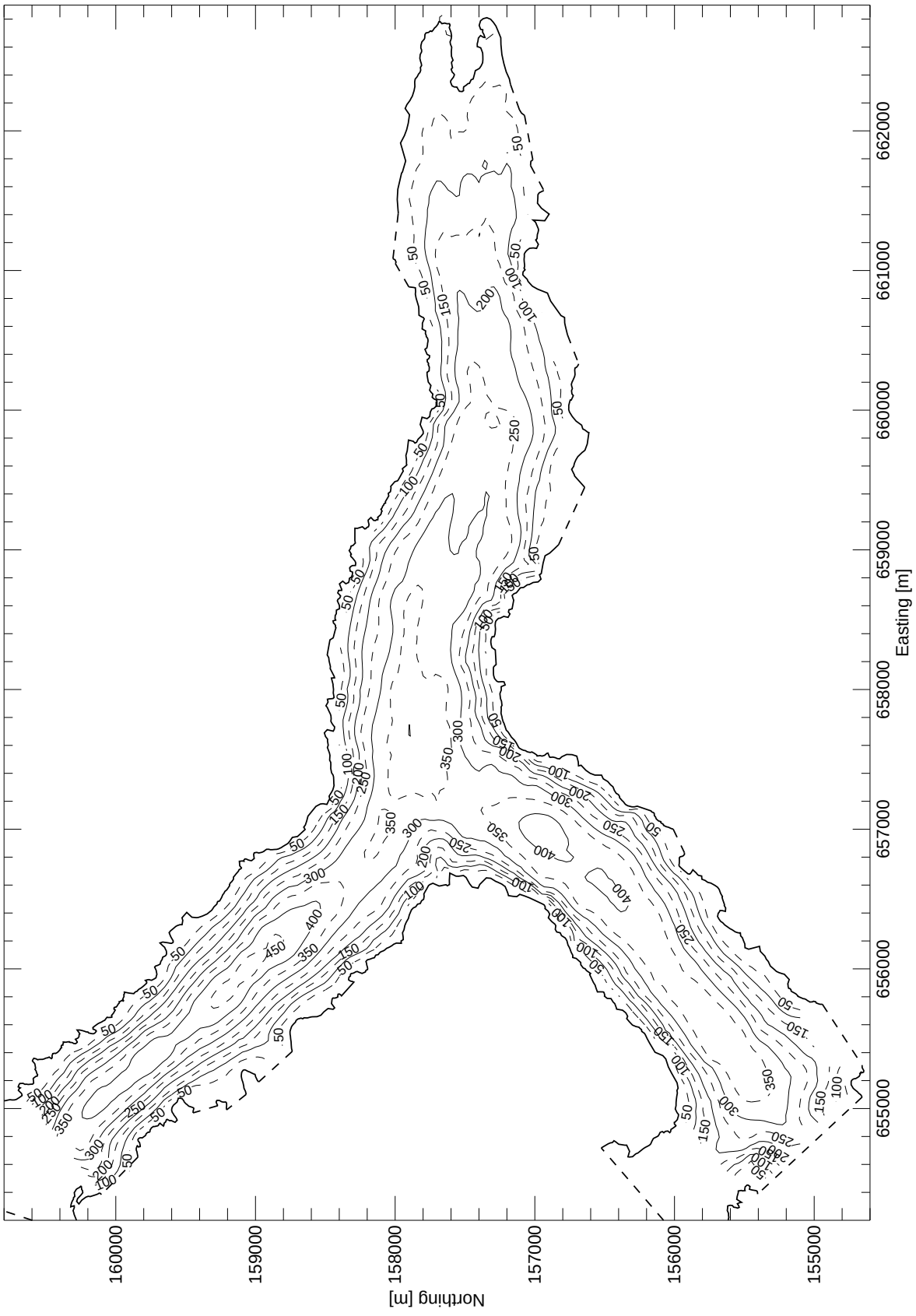

Abbildung 4.2: Eisdicken des Finsteraar-, Lauteraar- und Unteraargletschers im Sommer 1996.

Tabelle 4.1: Digitale Geländemodelle

Gletscherstand	*Punkte*	*Gitterweite* [m]	*Fläche* [km^2]	*Höhenbereich* [m a.s.l.]
Sep-1927	10987	50	27.47	1907 – 3758
Sep-1947	10951	50	27.38	1899 – 3712
11-Sep-1961	10194	50	25.49	1905 – 3788
23-Sep-1969	4943	50	(12.36)	1905 – 2721
20/22-Aug-1990	5845	50	(14.61)	1913 – 2966
22-Aug-1991	5798	50	(14.50)	1914 – 2964
16-Sep-1992	4152	50	(10.38)	1913 – 2585
7-Okt-1995	5225	50	(13.06)	1914 – 2767
23-Aug-1996	5249	50	(13.12)	1913 – 2730
15-Aug-1997	167217	10	(16.72)	1908 – 3166
9-Sep-1998	167432	10	(16.74)	1906 – 3093
8-Sep-1999	165374	10	(16.54)	1906 – 3135

ab. In Tabelle 4.1 sind die wichtigsten Kennwerte zusammengefasst. Vergletscherte seitliche Talflanken (ehemalige Seitengletscher), die keinen wirklichen Kontakt mehr mit den Hauptströmen besitzen, wurden für das Geländemodell nicht berücksichtigt und zählen deshalb auch nicht zur vergletscherten Fläche im Einzugsgebiet. Die Flächenwerte in Klammern beziehen sich auf die durch das vorhandene Geländemodell abgedeckte Fläche und nicht auf die vergletscherte Fläche im Einzugsgebiet.

4.2.1 Vergleich der Methoden zur Höhenbestimmung

Wegen der unliebsamen Erfahrung mit der unzureichenden Qualität einiger Geländemodelle aufgrund des unterschiedlichen Standes der verwendeten Methoden bei der Erstellung, hat sich ein Vergleich der Methoden aufgedrängt. Dazu wurden die Aufnahmen der Fluglinie des Lauteraargletschers vom Herbst 1998 verwendet. Es wurden sowohl die Modellorientierung als auch die eigentliche Höhenbestimmung untersucht.

Zwei verschiedene Orientierungsprogramme standen zur Verfügung: das dem Softwarepaket von Socet-Set angeschlossene Orima (SOCET SET, 1999) und ein externer Bündelausgleich (Schwidefsky and Ackermann, 1976; Grün, 1982). Alle Teilmodelle des gesamten Bildverbands wurden gemeinsam orientiert. Auf eine individuelle Orientierung der einzelnen Modelle konnte verzichtet werden, da sich die daraus ergebenden, schlechteren Resultate mehrfach deutlich offenbarten.

Als Vergleichsbasis der digitalen Höhenbestimmungen wurde eine manuelle Referenzmessung (REF) mit übernommener Orientierung ausgeführt. Während für die digitalen Auswertungen eine 10 m-Auflösung gewählt wurde, reduzierte man die manuelle Messung auf 50 m, um dennoch die gesamte Fluglinie vom Firngebiet bis zum Zusammenfluss mit umliegendem Gelände abzudecken. Die digitale Höhenbestimmungen wurde sowohl für alle fünf Teilmodelle getrennt (BUND1) als auch für alle gemeinsam in einem Lauf (BUND2, ORIMA) ausgeführt. Damit standen für die Vergleiche vier Datensätze zur Verfügung (Tab. 4.2).

Tabelle 4.2: Vergleichsdatensätze des Lauteraar-1998-DTM

Name	*Orientierung*	*Höhenbestimmung*	*Auflösung*
REF	Bündelausgleich	manuell	50 m
BUND1	Bündelausgleich	digital, Einzelmodell	10 m
BUND2	Bündelausgleich	digital, Mehrfachmodell	10 m
ORIMA	Orima (DPW 770)	digital, Mehrfachmodell	10 m

Die digitale Höhenbestimmung liefert als nützliche zusätzliche Information eine Massangabe der Korrelation des Matching-Verfahrens für jeden einzelnen Messpunkt. Punkte mit ungenügendem Korrelationsmass wurden aus den Ergebnissen entfernt. Für die Vergleiche wurden die gemeinsamen Punkte in den jeweiligen Datensätzen gesucht und die Differenzen sowohl räumlich als auch statistisch analysiert. Im umliegenden Felsgelände fanden sich deutlich grössere Differenzen als auf dem Gletscher. Dies verwunderte nicht sonderlich, da das Gelände einerseits viel rauher und andererseits stark geneigt ist. Diese Verhältnisse sind deshalb anspruchsvoller für die Bearbeitung, was auch die viel geringere Ausbeute an erfolgreich messbaren Gitterpunkten widerspiegelt. Trotzdem eignet sich das umliegende Gelände sehr gut für einzelne, ausgewählte Kontrollpunkte, obwohl aus einer flächendeckenden Bearbeitung geringere Genauigkeiten resultieren. Für die statistische Analyse zur Abschätzung der Genauigkeit wurden ausschliesslich die Messwerte auf der Gletscheroberfläche verwendet, da in erster Linie nur diese für die weiteren glaziologischen Anwendungen interessieren (Tab. 4.3). In einer ersten Vergleichsanalyse wurden die digitalen

Tabelle 4.3: Statistik der Differenzen in [m] aus den Vergleichsanalysen

Vergleich	#	min	max	avg	med	rms
BUND1-REF	2546	-13.31	24.31	-0.01	-0.03	0.857
BUND2-REF	2413	-13.16	35.24	-0.03	-0.04	0.992
ORIMA-REF	2554	-13.07	10.46	0.08	0.09	0.752
BUND1-ORIMA	62625	-11.64	90.85	-0.09	-0.11	1.123
BUND2-ORIMA	60717	-12.85	41.89	-0.10	-0.10	0.579
BUND1-BUND2	60218	-41.72	90.73	0.02	-0.00	1.132

Höhenbestimmungen mit der manuellen Referenzmessung verglichen. Danach wurden die digitalen generierten Datensätze untereinander verglichen.

Die statistischen Resultate zeigen eine sehr gute Übereinstimmung zwischen manueller und digitaler Höhenbestimmung. Dennoch sind die maximalen Ausreisser (max & min) relativ gross. Eine visuelle Kontrolle ergab, dass sich die Ausreisser auf sehr rauhe Oberflächen (grobe Blöcke bei Moränen, Spaltenzonen) oder aber auf den äussersten Firnbereich mit sehr geringer Textur konzentrieren. Während 95% der Werte innerhalb ± 1 m liegen, finden sich innerhalb der Breite auf halber Höhe der Häufigkeitsverteilung von ± 0.3 m immer noch 68%. Der Vergleich zwischen den verschiedenen Modell-Orientierungen zeigte nur geringfügige Unterschiede. Das in der digitalen Photogrammetriestation standardmässig vorhandene Orientierungsprogramm Orima erfüllt die Genauigkeitsanforderungen. Es tritt die kleinste Streuung (rms) auf. Die separate Höhenbestimmung in jedem einzelnen Teilmodell ergab durch die

Mittelung der Mehrfachmessung in den Überlappungsbereichen eine verlässlichere Qualität des Datensatzes. Dies ist aber nur möglich, wenn genügend grosse Überlappungsbereiche vorhanden sind. Die gemeinsame Analyse aller Teilmodelle hat nämlich den Vorteil, dass mehr als zwei Bilder gleichzeitig analysiert werden und dann daraus das beste Bildpaar (Korrelation) ausgewählt wird. Dadurch sind auch die aufgetreten, grossen maximalen Ausreisser in der getrennten Teilmodellanalyse zu erklären. Die massiven Fehlinterpretationen konzentrieren sich dabei lediglich auf die Randbereiche. Der zusätzliche Aufwand mit getrennter Höhenbestimmung in jedem einzelnen Teilmodell und anschliessender Mittelung der Überlappungsbereiche bringt keine entscheidende Verbesserung. Zusätzliche Anstrengungen bei der Orientierung – wie die Bestimmung weiterer Kontrollpunkte – lohnen sich viel eher.

Diese Vergleichsstudie konnte auf zusätzliche Gegenüberstellungen mit verschiedenen digitalen Matching-Verfahren und auf gleichzeitig aufgenommene Laser-Scanning Daten ausgeweitet werden (Favey et al., 2000). Dabei zeigten die verwendeten Datensätze sehr gut Resultate. Die erreichte, hohe Übereinstimmung zwischen den beiden unabhängigen Verfahren zur Bestimmung von Geländemodellen bestätige zusätzlich, dass die digital generierten, photogrammetrisch bestimmten Geländemodelle die geforderte Genauigkeit erfüllen. Die eindeutige Stärke des Laser-Scanning Verfahrens liegt in den für die photogrammetrische Aufnahme ungeeigneten Regionen wie die Firngebiete mit mangelnden optischen Konturen oder mit fehlenden Referenzpunkten (Passpunkte) am Boden. Der Vergleich zeigte ausserdem, dass in den optisch ungünstigeren Bereichen das automatische Matching der digitalen Photogrammetrie die Verhältnisse genügend genau widergibt.

4.2.2 Zeitliche Veränderung

Die Abbildungen 4.3 und 4.4 zeigen die räumliche Verteilung der Höhenänderungen zwischen den drei Geländemodellen für das gesamte Einzugsgebiet von 1927, 1947 und 1961. Die Erwartung wird bestätigt, dass die Veränderungen im Akkumulationsgebiet sehr klein sind. Die Verteilung der Höhenänderungen als Funktion der Meereshöhe (siehe Abb. 4.5) zeigt dies deutlich. Dabei spiegelt die Streuung gleichzeitig auch die Genauigkeit wider. Beide Perioden bestätigen die erwartete, schlechtere Genauigkeit der Karten im Akkumulationsgebiet. Nicht nur der geringere Kontrast, sondern auch weniger scharfe Strukturen und Unebenheiten in den Firngebieten erschweren die Kartenproduktion zwangsläufig.

Zur vertieften Analyse der Verteilung der Höhenänderungen Δh verschiedener Perioden wurden Mittelwert und Streuung (rms) innerhalb von 50 m-Höhenklassen berechnet (siehe Abb. 4.5). Die mittlere Streuung aller Höhenklassen beträgt für die beiden Perioden $0.46\,\mathrm{m\,a^{-1}}$ respektive $0.54\,\mathrm{m\,a^{-1}}$. Über beide Perioden halbiert sich dieser Wert auf $0.23\,\mathrm{m\,a^{-1}}$, wegen der Mittelung über eine längere Zeitspanne. Die berechneten Werte der mittleren Streuung (Mittelwert über rms der Abweichungen in jeder Höhenklasse) und die mittlere Höhenänderung sind in Tabelle 4.4 zusammengefasst. Ebenfalls angegeben ist die Anzahl verwendeter Gitterpunkte (50 m-Rasterweite) in den jeweiligen Vergleichen. Ein weiterer Vergleich zwischen den Geländemodellen von 1961 und 1997 deckt nicht das ganze Einzugsgebiet ab,

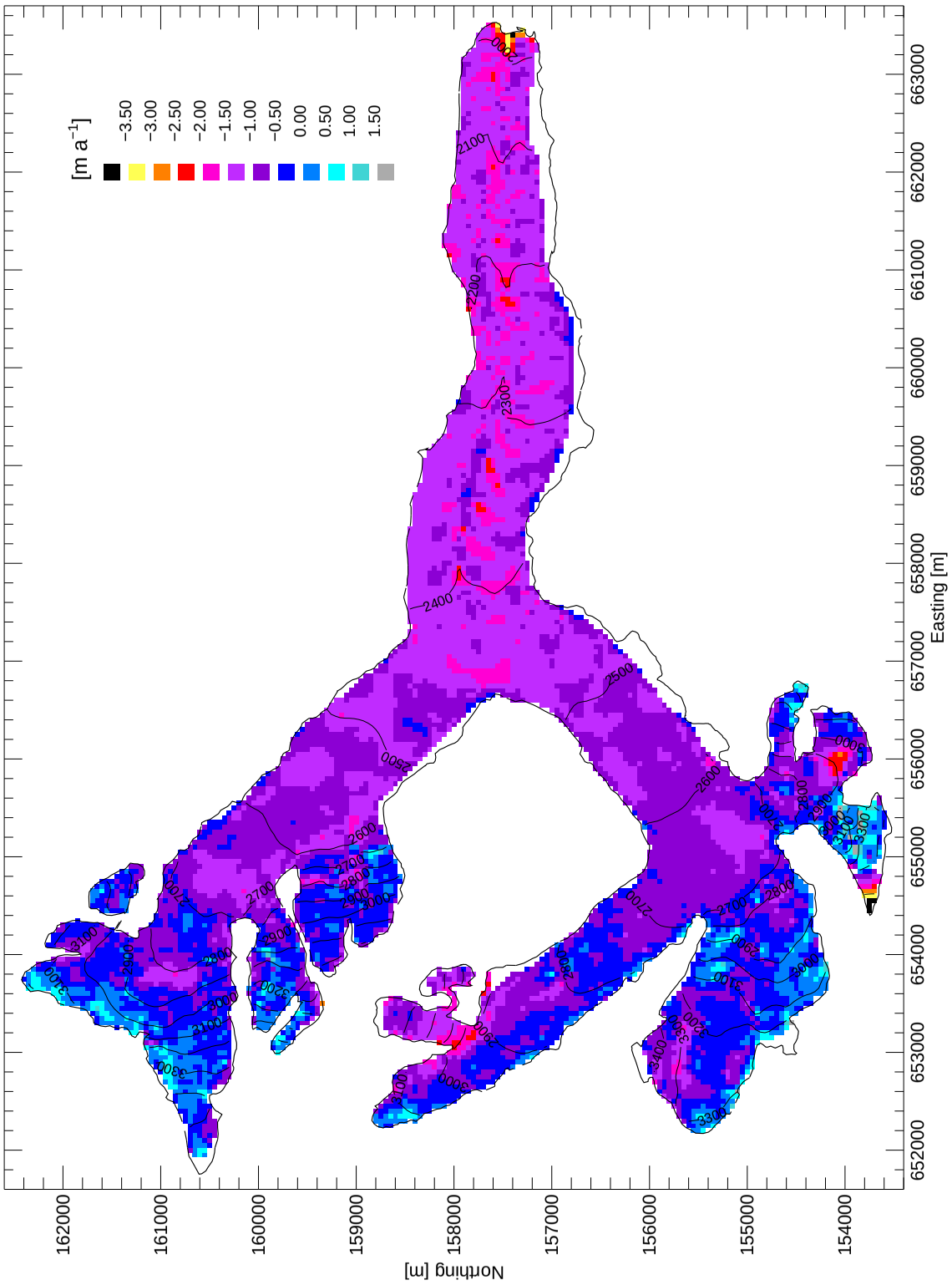

Abbildung 4.3: Räumliche Verteilung der Höhenänderungen der Oberfläche zwischen 1927 und 1947.

zeigt jedoch die verbesserte Genauigkeit dank dem Einsatz modernster Methoden. Während das Geländemodell von 1961 bereits auf einer aerophotogrammetrisch bestimmten Karte basiert, wurde das mit digitaler Photogrammetrie generierte Geländemodell von 1997 durch Resultate manueller Photogrammetrie im Firngebiet

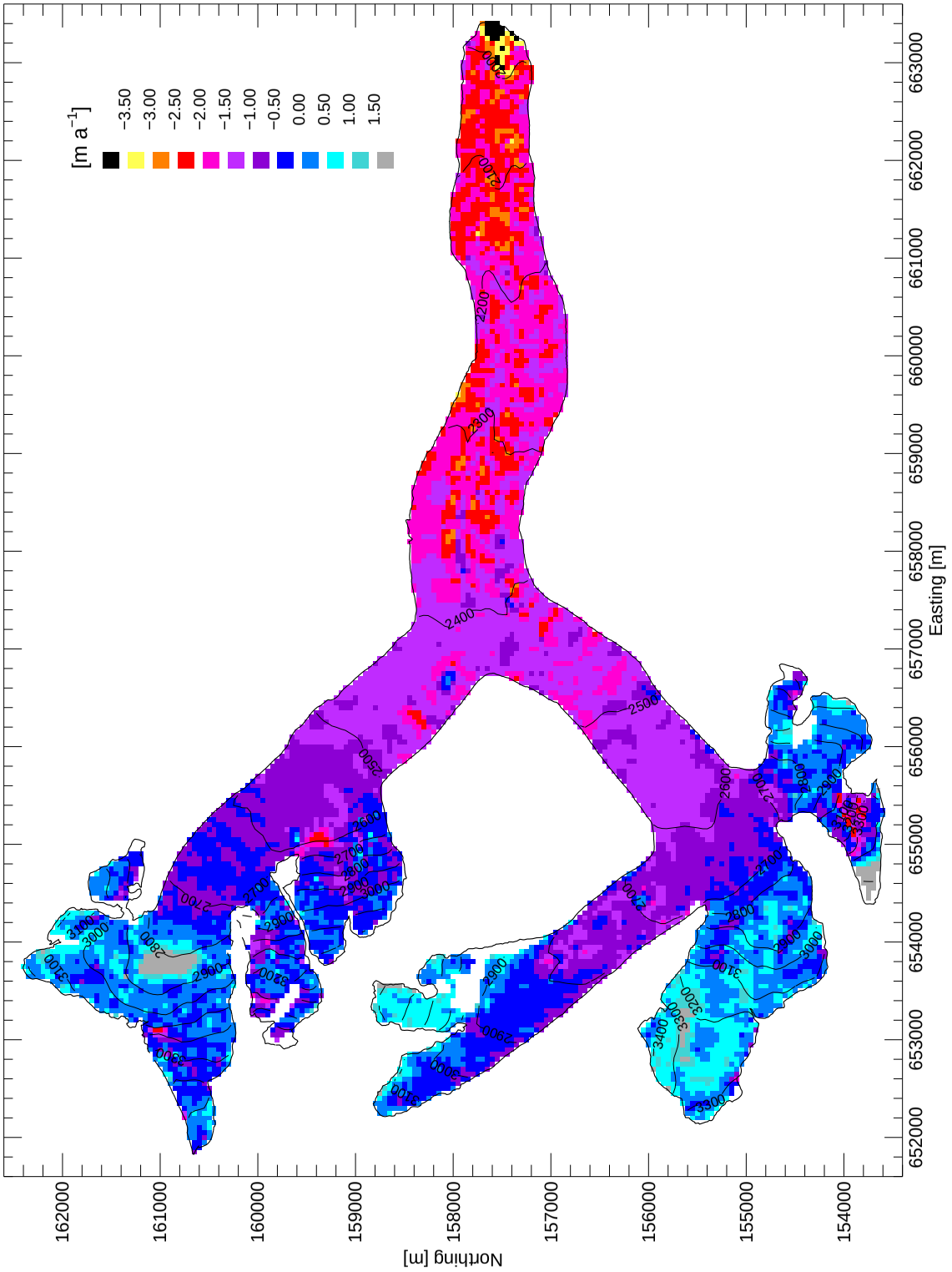

Abbildung 4.4: Räumliche Verteilung der Höhenänderungen der Oberfläche zwischen 1947 und 1961.

des Lauteraargletschers erweitert. Der Vergleich deckt einen Höhenbereich zwischen 1900 m und 3600 m ab. Die Verbesserung der Genauigkeit zeigt sich sehr deutlich in den Resultaten der Streuung (siehe Tab. 4.4 und Abb. 4.6). Im Firngebiet ergibt sich ein sehr einheitliches Bild mit sehr kleinen Veränderungen. Die geringe Streuung beweist die hohe Qualität der Daten. Abbildung 4.7 zeigt die räumliche Verteilung

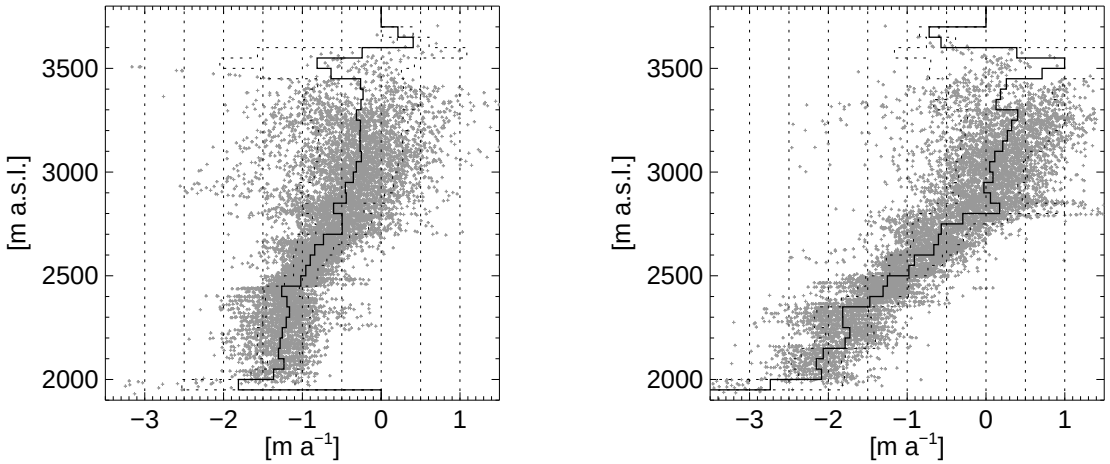

Abbildung 4.5: Die Verteilung der Höhenänderungen als Funktion der Meereshöhe für die beiden Perioden 1927–47 (rechts) und 1947–61 (links). Eingezeichnet sind Mittel (ausgezogen) und Streuung (gepunktet) nach Höhenklassen.

Tabelle 4.4: Mittlere Höhenänderung und mittlere Streuung von Höhenklassen (I)

Vergleich	*Punkte*	$\overline{\Delta h}$ [m a^{-1}]	*Streuung* [m a^{-1}]
1927/47	10351	-0.77	0.46
1947/61	9859	-0.70	0.54
1927/61	9964	-0.73	0.23
1961/97	6626	-0.78	0.21

der Höhenänderungen für die Periode zwischen 1961 und 1997. Dadurch, dass im Geländemodell von 1997 auch das eisfreie Vorfeld vor der Gletscherzunge enthalten ist, zeigt sich ein weiterer Tatbestand sehr schön: An der aktuellen Gletscherzunge werden die grössten Werte erreicht und nehmen im Vorfeld zur früheren Position der Zunge hin wieder ab. Dieses charakteristische Bild zeigt sich sowohl beim hier vorhandenen Rückzug als auch bei einem Vorstoss.

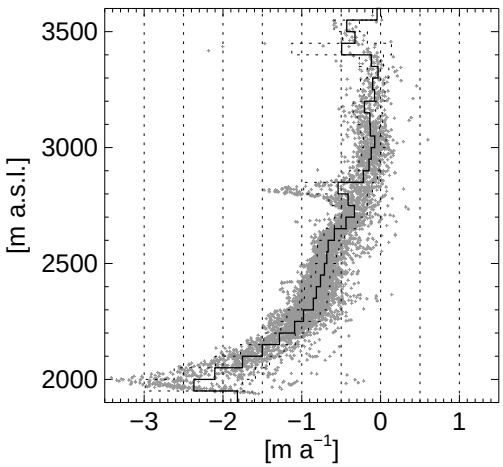

Abbildung 4.6: Die Verteilung der Höhenänderungen als Funktion der Meereshöhe für die Periode 1961/97. Eingezeichnet sind Mittel (ausgezogen) und Streuung (gepunktet) nach Höhenklassen.

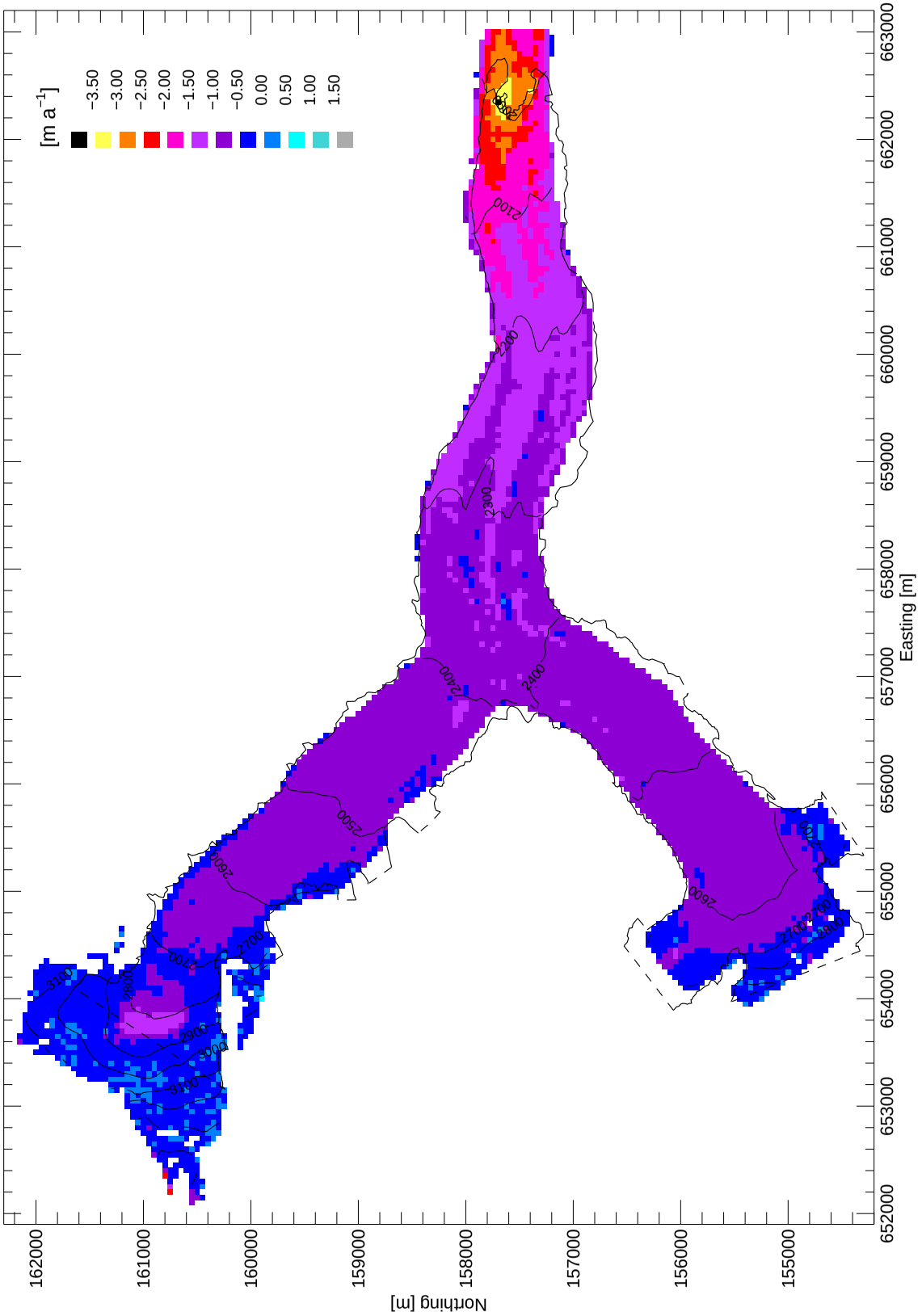

Abbildung 4.7: Räumliche Verteilung der Höhenänderungen zwischen den beiden Oberflächen 1961 und 1997.

Alle Vergleiche über langjährige Perioden ergaben sehr analoge Resultate. An der Zunge erreicht die mittlere jährliche Höhenabnahme Werte von drei bis vier Metern,

welche sich kontinuierlich verringern, bis sie im Firngebiet gänzlich verschwinden. Die Streuung liegt im Dezimeterbereich. Dieselben Analysen fallen für Vergleiche von ein- bis dreijährigen Zeitperioden zwischen den photogrammetrisch ermittelten Geländemodellen weniger eindeutig aus (siehe Tab. 4.5). Dies hat verschiedene

Tabelle 4.5: Mittlere Höhenänderung und mittlere Streuung von Höhenklassen (II)

Vergleich	*Punkte*	$\overline{\Delta h}$ [m a^{-1}]	*Streuung* [m a^{-1}]
1969/90	4559	-0.78	0.26
1990/91	5786	-1.24	1.75
1991/92	4143	-2.32	1.72
1992/95	4139	-1.50	0.95
1995/96	4998	-2.06	1.53
1996/97	4990	-0.65	1.50
1997/98	6646	-3.33	3.03
1998/99	6517	-0.42	2.63

Gründe. Obwohl sich die Präzision der Auswertungsmethoden dank dem technischen Fortschritt verbessert hat, bewegt sich die erreichbare Genauigkeit an den Grenzen der Verwendbarkeit. Die grossen Beträge der Streuung zeigen die Limiten auf. Die Ungenauigkeiten fallen bei kleineren absoluten Differenzen mehr ins Gewicht und werden durch die zeitliche Mittelung kaum reduziert. Zudem wirken sich kurzfristige und einmalige lokale Effekte direkt aus. Der positive Trend der Höhenänderungen mit zunehmender Meereshöhe ist nicht oder zu wenig ausgeprägt vorhanden. Hingegen könnten sehr grobe Ausreisser, die innerhalb kurzer Vergleichsperioden zeitlich nicht herausgemittelt werden, das Bild verfälschen und ein eventuell trotzdem vorhandenen Trend überlagern. Im Prinzip ist für einzelne Jahre ein gegenläufiger Trend vorstellbar. Jedoch macht sich vermutlich auch die geringere Ausdehnung bemerkbar, da die Firngebiete mit den kleineren Veränderung nicht abgedeckt sind. Speziell in den 90er Jahren mit stark negativen Massenbilanzen erstrecken sich die Datensätze nur knapp in die Firngebiete hinein. Die starke Abschmelzung während einer einzelnen Saison wirkt sich daher viel stärker aus. Im Sommer/Herbst 1998 aperten die Firngebiete stark aus. Im Gegensatz dazu erreichte die Ablation auf der schuttbedeckten Zunge die normale Grössenordnung. Am Ende der Ablationsphase hatte sich die Schneegrenze weit hinauf ins Firngebiet verschoben.

Der Verdacht lässt sich nicht widerlegen, dass die Genauigkeit derjenigen Geländemodelle (vgl Kapitel 3.6) mit Einzelmodellorientierung oder nachträglicher Ausdehnung nicht ausreicht. Bei mehrjährigen Perioden reduzieren sich diese Einschränkungen sofort. Verschiedene weitere Vergleiche über längere Zeiträume mit beliebiger Kombination von Geländemodellen haben zu erstaunlich klaren Resultaten geführt, obwohl die Genauigkeit einiger älterer Datensätze minderwertig eingestuft wird.

In Abbildung 4.8 sind die mittleren Höhenänderungen seit 1927 als Funktion der Zeit dargestellt. Diese Darstellung verdeutlicht den Einfluss der Mittelung über mehrere Jahre. Die Fluktuation der jährlichen Differenzen in den 90er Jahren ist beträchtlich.

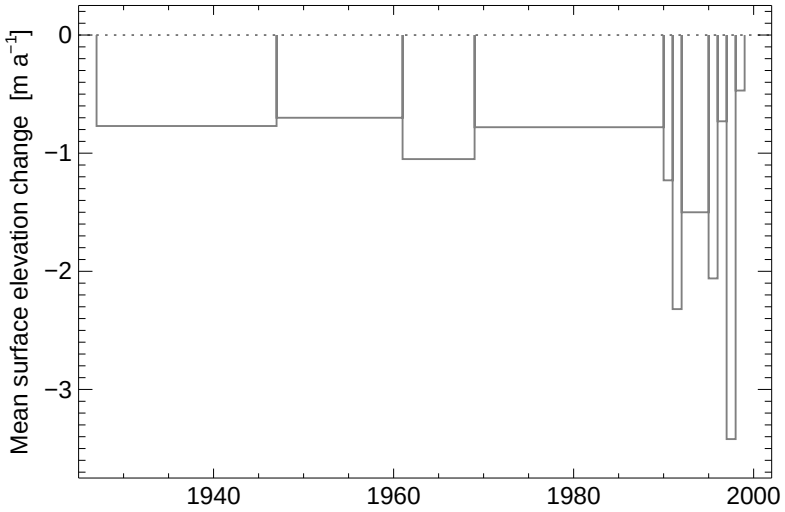

Abbildung 4.8: Die mittleren Höhenänderungen als Funktion der Zeit zwischen 1927 und 1999 in [m a^{-1}].

4.2.2.1 Längsprofile

Der höhenabhängige Gradient in den Höhenänderungen tritt entlang von Längsprofilen ebenfalls deutlich hervor (Abb. 4.9). Anhand dreier Längsprofile aus den Firngebieten von Finsteraar-, Strahlegg- und Lauteraargletscher wurden aus den Geländemodellen für die Jahre 1927, 1947, 1961, 1969, 1990 und 1997 je die Höhe der Oberfläche bestimmt. Um einen möglichst gleichmässigen Verlauf zu erzielen, wurde jeweils ein Mittel der umliegenden Punkte eingesetzt. Im Zungenvorfeld der zurückgezogenen Stadien wurde die Höhe auf 1900 m fixiert. Zum Vergleich ist zusätzlich die Lage des Gletscherbettes eingezeichnet (Abb. 4.9 oben). Gut zu erkennen sind dabei die beiden Felsriegel oberhalb des Zusammenflusses (7-fach überhöht). Die Variation wurde bezüglich des jüngsten Standes (1997) berechnet und auf Jahreswerte normiert (Abb. 4.9 unten). Ein gleitendes Mittel gewährleistet den ruhigeren Verlauf. Mit zunehmender Distanz auf dem Profil nehmen die Differenzen der Höhenänderungen zu und erreichen an der Zunge ein Maximum, bevor sie im (heutigen) Vorfeld wieder abnehmen. Für einen Rückzug ergeben sich auf diese Weise positive Werte, während diese beim Vorstoss negativ ausfallen. Das gefundene Bild stimmt sehr gut mit den theoretischen Verhältnissen einer Längen- bzw. Volumenänderung überein. Die grössten Dickenänderungen finden sich im Zungenbereich, während im Akkumulationsgebiet eine kontinuierliche, nahezu lineare Zunahme vorliegt. Für die diesen theoretischen Trend überlagernden Schwankungen ist möglicherweise der unterschiedliche Einfluss der Mittelmoräne verantwortlich, da deren Lage über die Jahre hinweg lateral variiert.

4.2.2.2 Profilform-Faktor $f(t)$

Aus den Höhenänderungen Δh eines Gletscherstandes relativ zur Referenzgeometrie der Oberfläche und zur Position des Zungenendes l_0 von 1997 lässt sich der Profilform-Faktor $f(t)$

$$f(t) \equiv \frac{\overline{\Delta h(x,t)}}{\Delta h(l_0,t)} \tag{4.1}$$

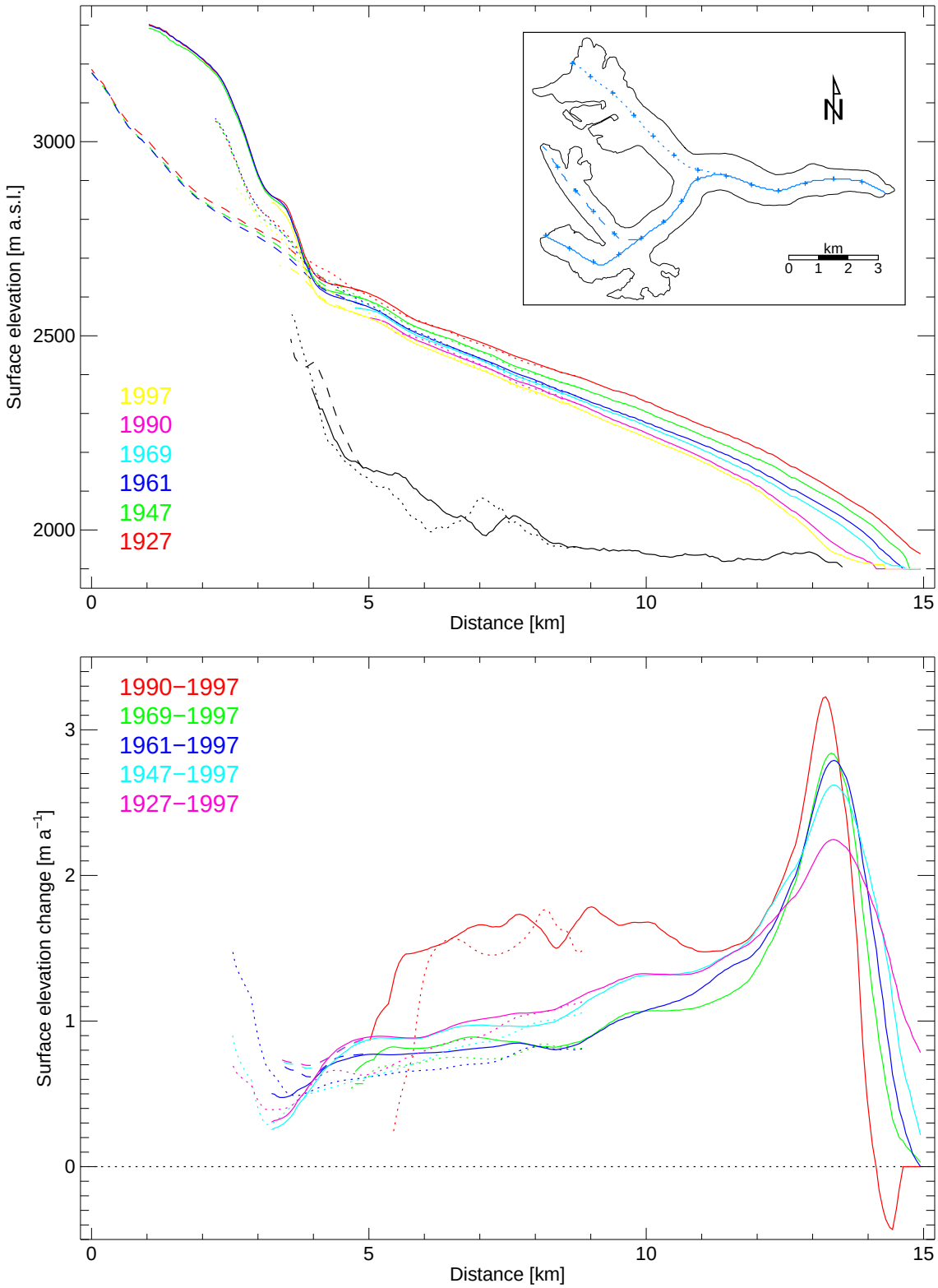

Abbildung 4.9: Höhe der Oberfläche zu verschiedenen Zeitpunkten und des Gletscherbetts (oben) und deren zeitliche Variation (unten) entlang von zentralen Längsprofilen aus den Firngebieten des Finsteraar- (ausgezogen), Strahlegg- (gestrichelt) und Lauteraargletschers (gepunktet).

nach Jóhannesson et al. (1989) bestimmen. Entlang eines Längsprofiles wird damit das Verhältnis zwischen den über die gesamte Länge gemittelten Dickenänderun-

gen und den lokalen Dickenänderungen am Zungenende der Referenzgeometrie beschrieben. Dieser Parameter stellt ein Mass des Einflusses der räumlichen Verteilung der Eisdickenänderungen dar. Konzentrierte Änderungen auf dem Zungenbereich ($f \to 0$) stehen im Gegensatz zu gleichmässig über die ganze Gletscherlänge verteilte Änderungen ($f \to 1$). Der Formfaktor setzt die Längen- mit der Volumenänderung in Beziehung. Dabei ist die Längenänderung mit $\Delta h(l_0, t)$ und der Neigung des Zungenendes verknüpft, während $\overline{\Delta h(x, t)}$ und die Verteilung der Breite über die gesamte Gletscherlänge mit der Volumenänderung verbunden ist.

Für Talgletscher sind Werte im Bereich zwischen 0.2 und 0.4 üblich. Schwitter und Raymond (1993) erhalten für den Unteraargletscher einen Wert von 0.4 für den Rückzug seit dem letzten Hochstand um 1871 ("Kleine Eiszeit") und einen Wert von 0.61 aus den Resultaten der Vermessungsarbeit von Flotron. Die Autoren führen die an anderen Gletschern nicht festgestellte, massive Differenz auf die räumliche Limitation der vorhandenen Daten und nicht auf eine anormale Dynamik oder einen Effekt der Massenbilanz-Geschichte zurück.

Der Profilform-Faktor wurde für die Höhenänderungen nicht nur entlang der Längsprofile ($f_{\mathrm{P}}(t)$), sondern auch für alle Werte der gesamten Fläche ($f_{\mathrm{G}}(t)$) bestimmt. Die Resultate für fünf Geländemodelle relativ zur Referenzgeometrie von 1997 sind in Tabelle 4.6 zusammengestellt. Die Resultate variieren innerhalb einer relativ gros-

Tabelle 4.6: Profilform-Faktor $f(t)$

	Längsprofil				*Gesamtfläche*			
Periode	$\overline{\lvert\Delta h\rvert}$	$\Delta h(l_0)$	*Punkte*	$f_{\mathrm{P}}(t)$	$\overline{\lvert\Delta h\rvert}$	$\Delta h(l_0)$	*Punkte*	$f_{\mathrm{G}}(t)$
1927/97	1.19	2.30	173	0.51	0.92	2.51	6494	0.37
1947/97	1.19	2.71	173	0.44	0.91	2.99	6598	0.30
1961/97	1.08	2.90	173	0.37	0.85	3.30	5974	0.26
1969/97	1.14	3.00	149	0.38	0.95	3.54	4756	0.27
1990/97	1.69	3.53	143	0.48	1.44	5.82	5597	0.25

sen Bandbreite. Die Werte für die Profilanalyse sind durchwegs deutlich höher als die flächenbasierten. Im Fall der flächenbasierten Analyse sind nicht nur die über die gesamte Gletscherlänge gemittelten Höhenänderungen durchwegs kleiner als für die Profilanalyse, sondern auch die lokalen Höhenänderungen an der Zunge grösser. Die kleinen mittleren Höhenänderungen auf der gesamten Fläche lassen sich sehr wohl nachvollziehen, da in den Randbereichen verständlicherweise kleinere Differenzbeträge auftreten. Dies trifft aber anscheinend nicht für die Verhältnisse an der Zunge auf, die sich sehr ungleichmässig verändert. Zusätzliche Analysen haben gezeigt, dass einerseits die Anzahl der verwendeten Daten grosse Unterschiede bewirkt und andererseits die bereits früher geschilderte Mittelbildung aufgrund der Periodendauer die Werte abdämpft. Der grösste Einfluss auf das Resultat zeigt jedoch die Abschätzung des lokalen Maximalbetrages am Zungenende. Trotz dieser Einschränkungen bestätigen die Resultate die Vermutung von Schwitter und Raymond (1993), dass der von ihnen für geodätisch bestimmte Veränderungen gefundene Wert zu hoch ist und auf eine ungenügende Datengrundlage zurückgeführt werden muss.

4.3 Volumen

Aus den Höhenwerten für die Oberfläche h^s und das Gletscherbett h^b kann das Volumen V bestimmt werden. Die Bestimmung des Volumens hängt stark von der durch Informationen abgedeckten Fläche ΔS ab (siehe auch Abb. 4.10).

$$V = \sum [h^s(x,y) - h^b(x,y)]\,\Delta S \tag{4.2}$$

Um für die unterschiedlichen Ausdehnungen der einzelnen Geländemodelle dennoch Vergleiche anzustellen, wurden die Mächtigkeiten und Volumina für einen festen, gemeinsamen, vorgegebenen Bereich berechnet. Dieser Bereich wurde einerseits über die Höhe und andererseits durch eine Umrandung definiert. Beide Varianten gehen von der Annahme aus, dass die Veränderungen in den obersten Lagen des Firngebietes am kleinsten sind und die fehlenden Informationen dort zu verkraften sind. Der Höhenbereich wurde zwischen 1900 - 2700 m der Oberfläche gewählt. Dies deckt einen Bereich von der Zunge bis zur Einmündung des Strahlegggletschers auf der Finsteraarseite und den Lauteraargletscher ohne obersten Firnkessel ab. Als Umrandung eignete sich der für die Interpolation der Gletscherbetttopographie (siehe Kap. 4.1) verwendete Felsrand.

Tabelle 4.7: Berechnete mittlere Dicken und Volumina

	Umrandung			*Höhenbereich*		
Jahr	ΔS (*Punkte*)	$\overline{h^s - h^b}$	V	ΔS (*Punkte*)	$\overline{h^s - h^b}$	V
	[km^2]	[m]	[10^9 m^3]	[km^2]	[m]	[10^9 m^3]
1927	14.105 (5642)	274.00	3.86	14.650 (5860)	265.52	3.89
1947	14.590 (5836)	245.89	3.59	15.498 (6199)	232.79	3.61
1961	13.273 (5309)	245.27	3.26	13.515 (5406)	241.33	3.26
1969	11.845 (4738)	227.97	2.70	12.352 (4941)	219.19	2.71
1990	13.467 (5387)	217.57	2.93	13.850 (5540)	213.13	2.95
1997	14.297 (5719)	199.06	2.85	15.740 (6296)	181.84	2.86
1998	14.352 (5741)	195.24	2.80	16.085 (6434)	175.61	2.82
1999	14.390 (5756)	193.71	2.79	15.137 (6055)	185.20	2.80

In Tabelle 4.7 sind die gefundenen Werte für die mittlere Dicke und das Volumen aufgelistet. Die Resultate für die Umrandung sind in Abbildung 4.10 als Funktion der Zeit graphisch dargestellt. Deutlich zeigt sich bei den Volumina der Ausreisser von 1969, der durch zu geringe Ausdehnung der vorhandenen Informationen begründet ist.

Einzig für den Gletscherstand 1969 sind nicht genügend Daten im vorgegebenen Flächen- und Höhenbereich vorhanden. Deutlich spiegelt sich in der Zeitreihe der drastische Höhen- und Volumenverlust der letzten 70 Jahre wider. Haefeli (1970) schätzte den Verlust seit dem Hochstand von 1871 bis 1961 grob mit 2.4 km^3 ab. Bezogen auf eine total vergletscherte Fläche von ca. 40 km^2 entspricht das einer mittleren jährlichen Höhenänderung von -0.67 m a^{-1}.

Während die Höhe der Oberfläche mit einer Genauigkeit im Dezimeterbereich bestimmt werden kann, ist diejenige des Gletscherbettes viel ungenauer. Das wirkt

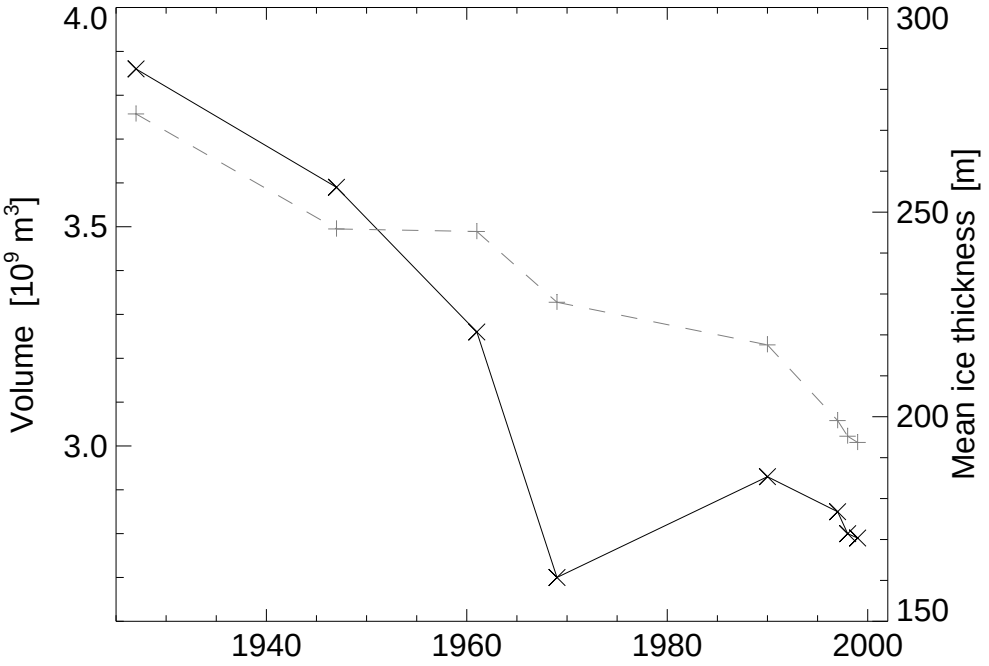

Abbildung 4.10: Die berechneten Werte für das Volumen (schwarz) und die mittlere Mächtigkeit (grau) sind als Funktion der Zeit aufgetragen.

sich direkt auf die berechneten Dicken und wiederum auf die Volumina aus. Die Genauigkeit der Volumenabschätzung bewegt sich deshalb im Bereich von 1-5%.

4.3.1 Volumenänderung

Im Gegensatz zum Volumen kann die Volumenänderung direkt aus den räumlich dicht und ausgedehnt vorhandenen Höhenänderungen der Oberfläche alleine abgeschätzt werden. Die Volumenänderung ist speziell auch in Anbetracht der Massenbilanz von besonderem Intresse. Mit einer Information über die Dichte kann von der totalen Volumenänderung ausgehend die Gesamtbilanz eines Gletschers abgeschätzt werden (siehe Kap. 2, 'geodätische Methode'). Für die Volumenänderung ΔV gilt:

$$\Delta V = \sum \Delta h(x,y) \Delta S = \sum [h_{t_2}(x,y) - h_{t_1}(x,y)] \, \Delta S \, . \tag{4.3}$$

Dabei stehen h_{t_1} und h_{t_2} für die Höhenwerte an der Oberfläche als Funktion des Ortes zu den beiden betrachteten Zeitpunkten. ΔS ist die Grundfläche. In Tabelle 4.8 sind die berechneten mittleren Höhen- und Volumenänderungen zusammengefasst. Da die Datensätze eine unterschiedliche räumliche Ausdehnung umfassen, beziehen sich die aufgelisteten Werte auf einen gemeinsamen Bereich innerhalb einer vorgegebenen Umrandung (vgl. Kap. 4.3). Wie später (siehe Kap.7) noch ausführlicher behandelt wird, lassen sich Mittelwerte von Massenbilanzen und Volumenänderungen von Teilbereichen trotzdem grob in Beziehung zueinander setzen, sofern zu- und wegfliessende Eismassen mitberücksichtigt werden. Die Resultate der relativen, mittleren jährlichen Volumenänderungen für verschiedene Zeitabschnitte zwischen 1927 und 1999 sind in Abbildung 4.11 dargestellt.

Im Gegensatz zur Volumenberechnung ist für die Genauigkeit der Volumenänderung aussschliesslich diejenige der Oberflächenbestimmung zu berücksichtigen. Je-

Tabelle 4.8: Berechnete mittlere Höhen- und Volumenänderungen

Periode	*Jahre*	*Fläche*	*mittlere Höhenänderung*		*Volumenänderung*	
		ΔS	*absolut*	*jährlich*	*absolut*	*jährlich*
	[a]	[km^2]	[m]	[m a^{-1}]	[10^6 m^3]	[10^6 m^3 a^{-1}]
1927–47	20	14.078	-21.17	-1.06	-298.	-15.
1947–61	14	13.270	-18.70	-1.33	-248.	-18.
1961–69	8	10.773	-8.48	-1.05	-91.	-11.
1969–90	21	11.250	-16.38	-0.78	-184.	-9.
1990–91	1	13.447	-1.17	-1.17	-16.	-16.
1991–92	1	10.297	-2.50	-2.33	-26.	-24.
1992–95	3	10.285	-4.62	-1.51	-48.	-16.
1995–96	1	12.460	-1.82	-2.07	-23.	-26.
1996–97	1	12.447	-0.72	-0.73	-9.	-9.
1997–98	1	14.078	-3.76	-3.52	-53.	-50.
1998–99	1	13.603	-0.63	-0.63	-9.	-9.
1927–61	34	13.252	-40.14	-1.18	-532.	-16.
1961–97	36	13.070	-33.09	-0.92	-432.	-12.
1927–97	70	13.855	-71.79	-1.03	-995.	-14.

doch darf der Einfluss sowohl der Anzahl verwendeter Werte beziehungsweise der Abdeckung durch die Datensätze als auch der Zeitperiode nicht ausser Acht gelassen werden. Die reine Genauigkeit der Höhenänderungen (± 0.3 m) führt zu einem Fehler in den Volumenänderungen von 10^5 bis 10^6 m^3.

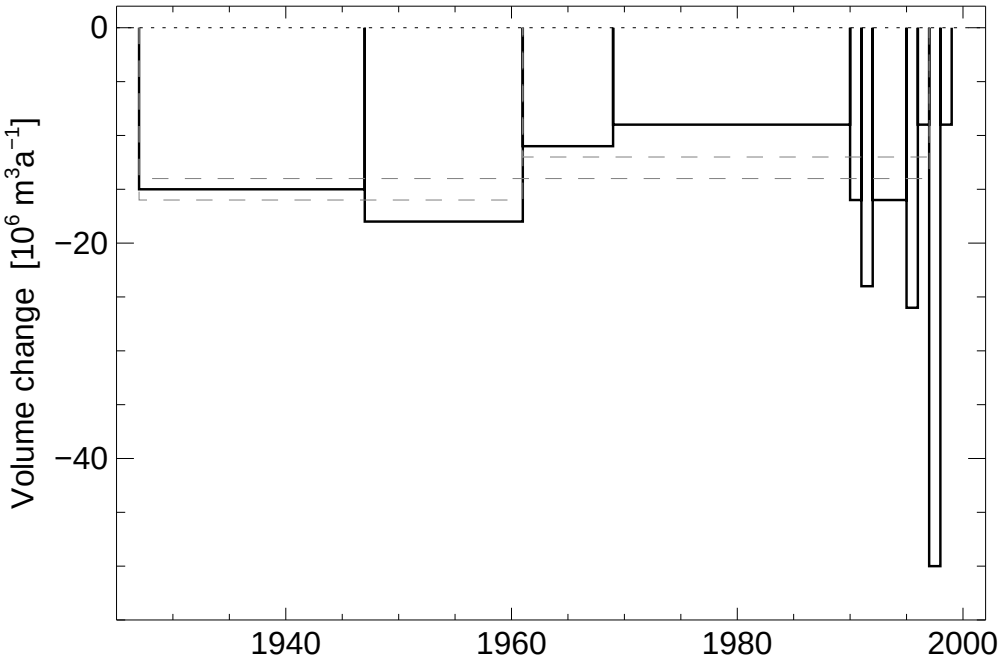

Abbildung 4.11: Die Volumenänderungen für verschiedene Perioden zwischen 1927 und 1999 sind als mittlere Jahreswerte als Funktion der Zeit aufgetragen.

Kapitel 5

Gletscherbewegung

Die in alpinen Gebieten vorhandenen Eismassen verhalten sich keineswegs als starre Medien. Sie verändern ihre räumliche Ausdehnung nicht nur durch die Prozesse der Akkumulation und Ablation, sondern sie fliessen und gleiten unter der Einwirkung der Gravitation.

Die Bewegung temperierter Gletscher lässt sich in interne Eisverformung und Bewegung am Gletscherbett unterteilen. Zur basalen Bewegung am Gletscherbett ihrerseits tragen verschiedene Prozesse bei. Dazu zählen sowohl das direkte Gleiten entlang der Grenzfläche zwischen Eis und Untergrund als auch die Verformung der darunterliegenden Sedimentschicht. Die Kenntnis der relativen Anteile dieser verschiedenen Prozesse und deren zeitliche und räumliche Variabilität ist für das Verständnis der Gletscherdynamik von grundlegender Bedeutung.

Einige Studien über die Gletscherbewegung haben die zeitliche und räumliche Verteilung der Oberflächenbewegung gemessen und diese als Veränderung der basalen Bewegung interpretiert (Hodge, 1974; Iken et al., 1983; Kamb et al., 1985; Iken and Bindschadler, 1986; Meier et al., 1994; Jansson, 1995). Andere Studien schätzten das basale Gleiten anhand von Beobachtungen in gegrabenen Tunnels (Kamb and LaChapelle, 1964), natürlichen Kavernen (Theakstone, 1967; Vivian and Bocquet, 1973) oder Bohrlöchern (Harrison and Kamb, 1973; Engelhardt et al., 1978; Pohjola, 1993) ab. Wiederum anderen gelangen mit am Grund von Bohrlöchern angebrachten Instrumenten direkte Messungen (Blake et al., 1994; Fischer and Clarke, 1997; Engelhardt and Kamb, 1998).

5.1 Oberflächengeschwindigkeit

Zur vollständigen Beschreibung der räumlichen Veränderung der Gletscheroberfläche mit der Zeit sind nicht nur die vertikale Bewegung (Höhenänderung), sondern auch die horizontalen Bewegungskomponenten zu bestimmen. Aus der Oberflächenkinematik kann anschliessend die Dynamik der Eismassen analysiert werden.

Die geodätische Vermessung der Lage und Höhe von Pegelstangen liefert neben den Massenveränderungen die vertikalen und horizontalen Komponenten der Ober-

flächengeschwindigkeiten der einzelnen Punkte (siehe Abb. 3.2). Diese Informationen lassen sich jedoch nur anhand einiger weniger, möglichst signifikanter Punkte gewinnen. Das Versetzen und Vermessen der Stangen ist sehr aufwendig und oft – wie in Kapitel 3.6 beschrieben – an verschiedenen Stellen auf dem Gletscher schlicht unmöglich. Deshalb wurde in dieser Arbeit das Geschwindigkeitsfeld an der Oberfläche photogrammetrisch bestimmt.

Die horizontalen Komponenten der Oberflächengeschwindigkeit lassen sich direkt aus den Bewegungsmessungen berechnen. Zur Normierung auf Jahreswerte wurden für die Dauer eines Jahres in dieser Arbeit konsequent 365 Tage verwendet.

Da der Unteraargletscher für eine starke jahreszeitliche Variation der Oberflächengeschwindigkeiten bekannt ist (Agassiz, 1847; Haefeli, 1970; Iken, 1977; Iken et al., 1983; Gudmundsson, 1996; Gudmundsson et al., 2000), lässt sich das räumliche Verteilungsmuster der gemessenen, mittleren Jahresgeschwindigkeiten zu keiner Zeit exakt beobachten. Die mittleren Jahresgeschwindigkeiten ergeben sich aus der Überlagerung verschiedener physikalischer Prozesse, die sich fortlaufend verändern. Die Summe selbst entspricht nicht zwangsläufig einer interpretierbaren, physikalischen Erscheinung.

5.1.1 Deformationsraten

Die weitere Bearbeitung der Geschwindigkeiten verfolgt zwei Ziele. Einerseits wurde nicht immer genau am Rasterpunkt gemessen, wodurch weitere Anwendungen zuerst die Interpolation eines regelmässigen Gitters der Werte bedingen. Andererseits sollen enthaltene Fehler und Ungenauigkeiten eliminiert werden. Diese beeinflussen nicht nur die Interpolation, sondern vor allem die Bestimmung der Deformationsraten äusserst negativ.

Die Bestimmung der Deformationsraten $\dot{\varepsilon}_{ij}$ erfolgt am direktesten, indem die gemessenen, horizontalen Geschwindigkeiten v_i auf ein regelmässiges Raster interpoliert werden und anschliessend mit finiten Differenzen der Ausdruck

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2}(v_{i,j} + v_{j,i}) \qquad \text{für } \; i,j = 1,2 \tag{5.1}$$

berechnet wird. Schliesslich liefert die Bedingung der Inkompressibilität

$$\dot{\varepsilon}_{ii} = 0 \tag{5.2}$$

die vertikale Deformationsrate $\dot{\varepsilon}_{zz}$.

Da es sich bei den Deformationsraten um die Gradienten des Geschwindigkeitsfeldes handelt, bewirken zufällige Messfehler eine scheinbare, räumliche Variation der Geschwindigkeiten. Diese Effekte erreichen sehr schnell dieselbe Grössenordnung wie die natürlich vorhandene, räumliche Geschwindigkeitsänderung. Für die Rasterweite von 50 m mit der in Kapitel 3.6 angegebenen Genauigkeit von $0.3\,\mathrm{m\,a^{-1}}$ erhält man einen Fehler in der Deformationsrate von $\sqrt{2} \times 0.3/50 = 0.0085$. Dieser Wert liegt durchaus in der erwarteten Grössenordnung. Obwohl die Berechnung der Deformationsrate über grössere Distanzen genauer wird, bleiben die langwelligen Variationen

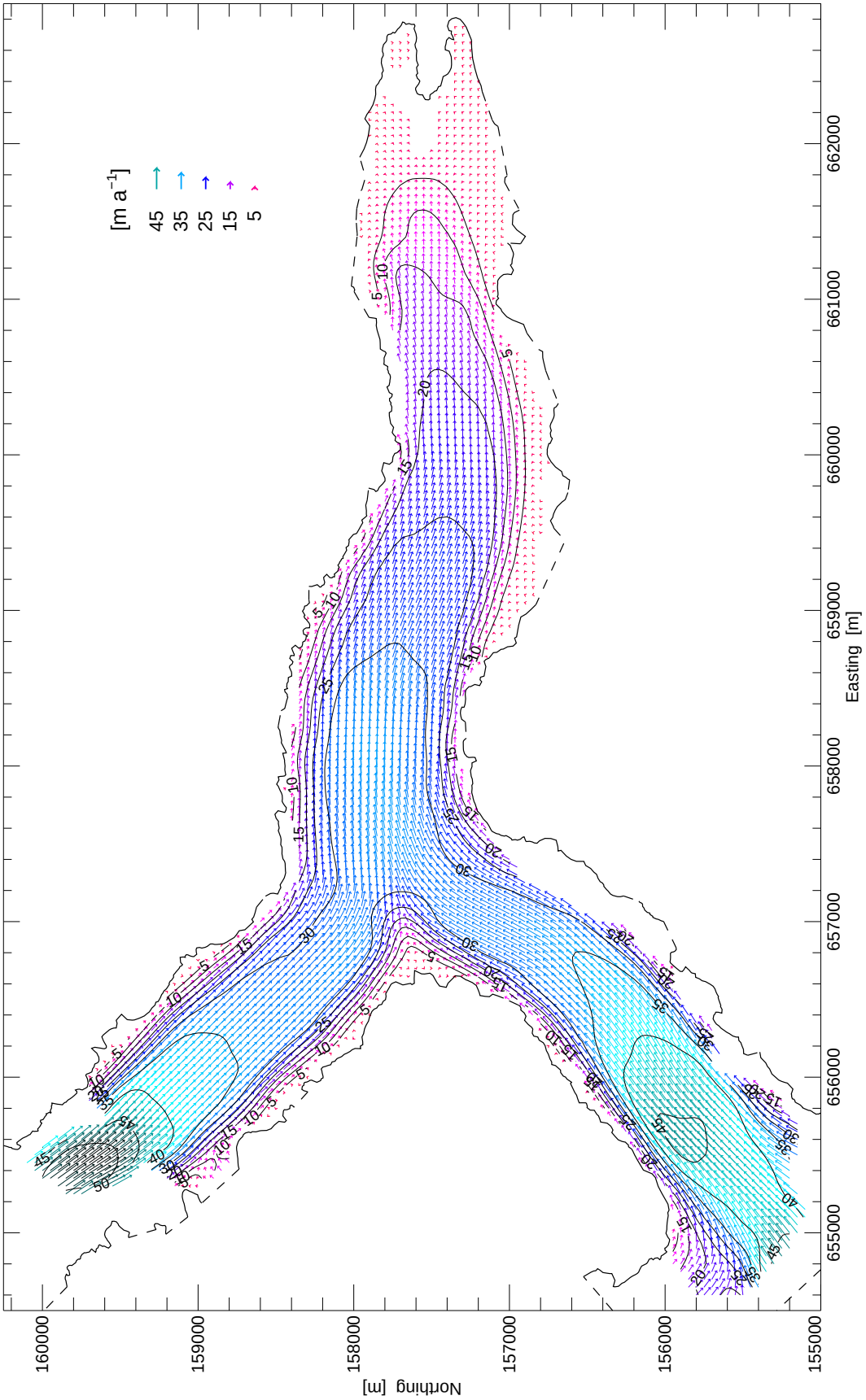

Abbildung 5.1: Das mit einem optimalen Wienerfilter bearbeitete Geschwindigkeitsfeld an der Oberfläche für die Periode 1996/97. Konturlinien im 5 m-Intervall.

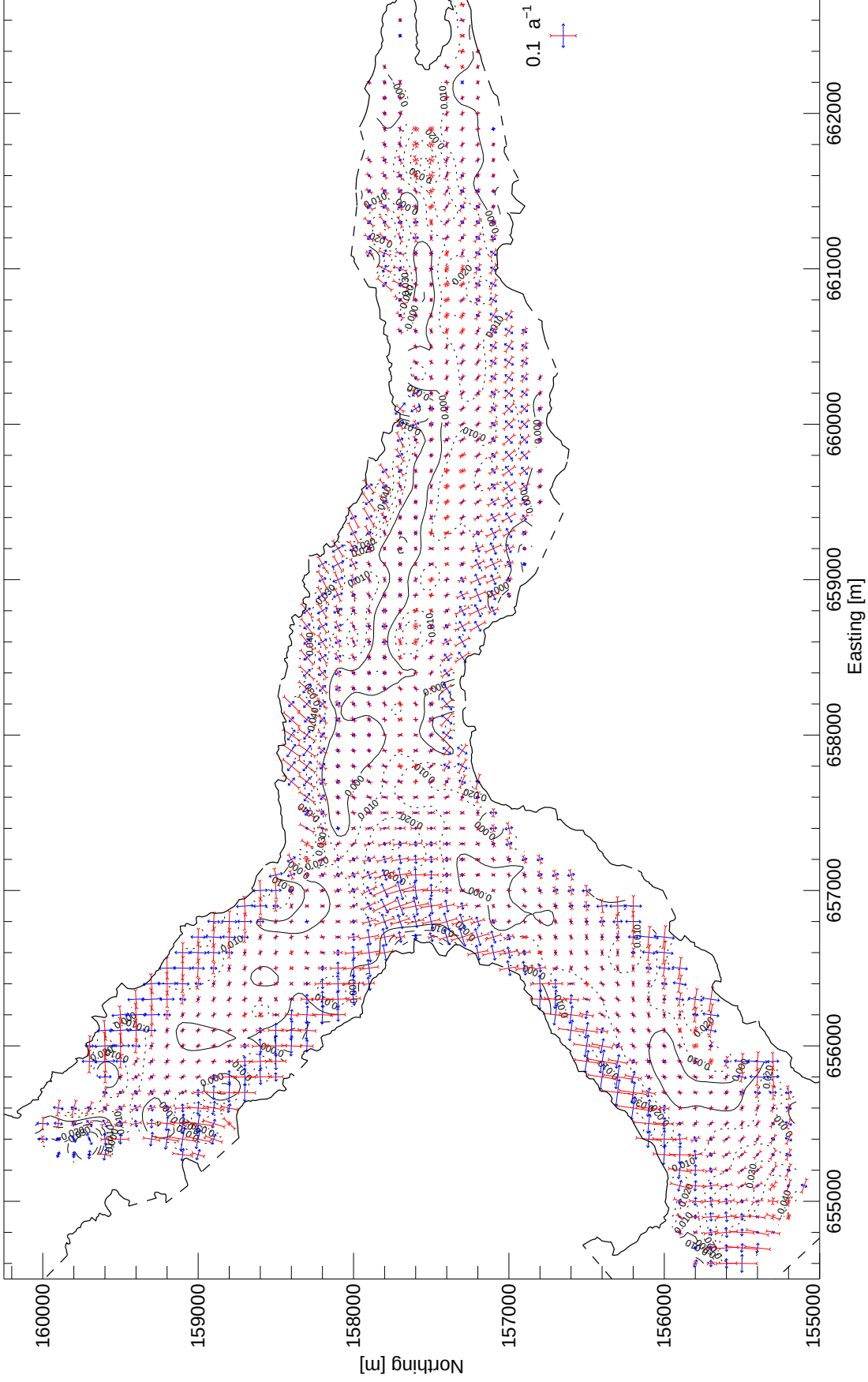

Abbildung 5.2: Die berechneten, gefilterten Deformationsraten an der Oberfläche für die Periode 1996/97 (genaue Erklärung im Text).

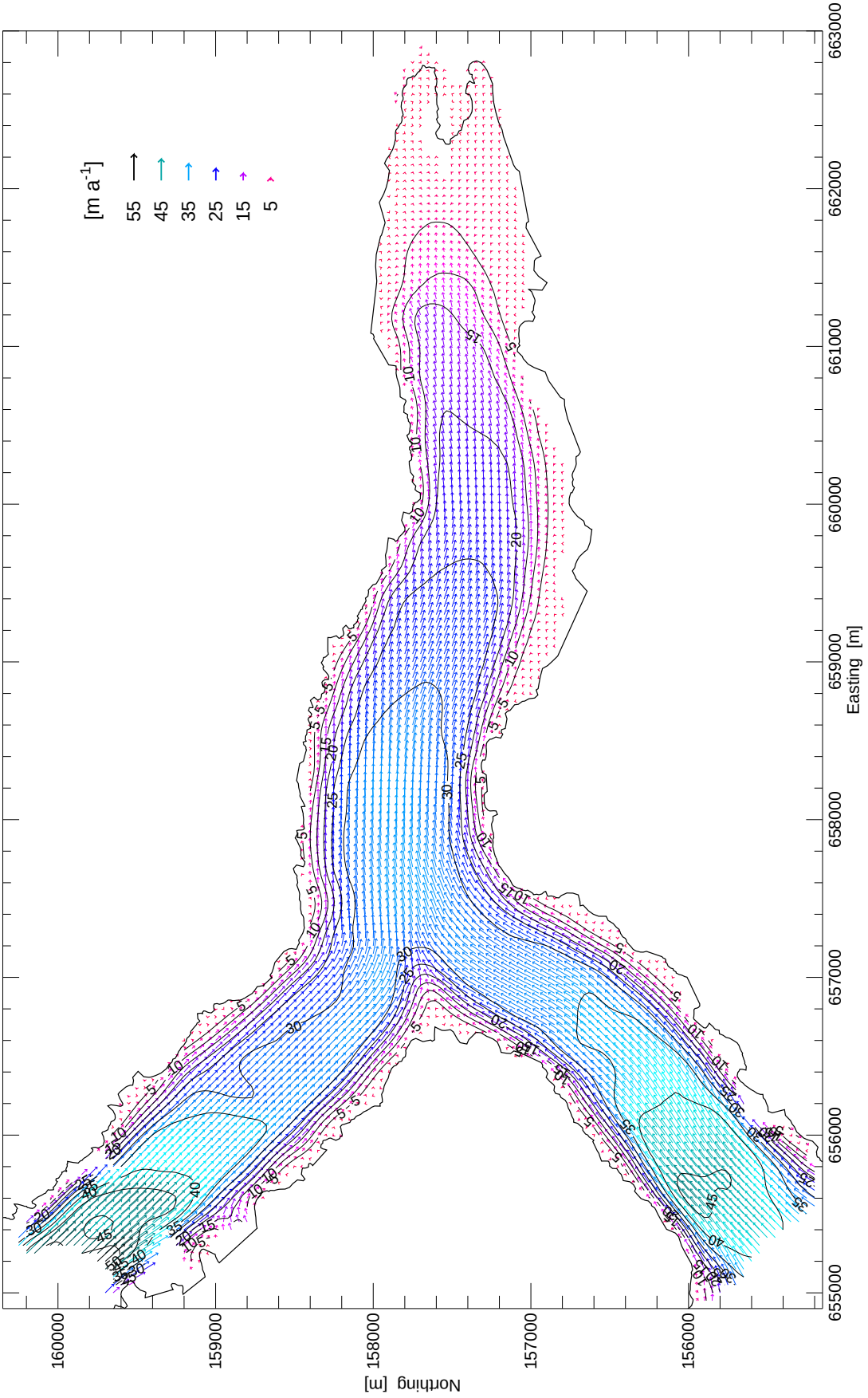

Abbildung 5.3: Das mit einem optimalen Wienerfilter bearbeitete Geschwindigkeitsfeld an der Oberfläche für die Periode 1997/98. Konturlinien im 5 m-Intervall.

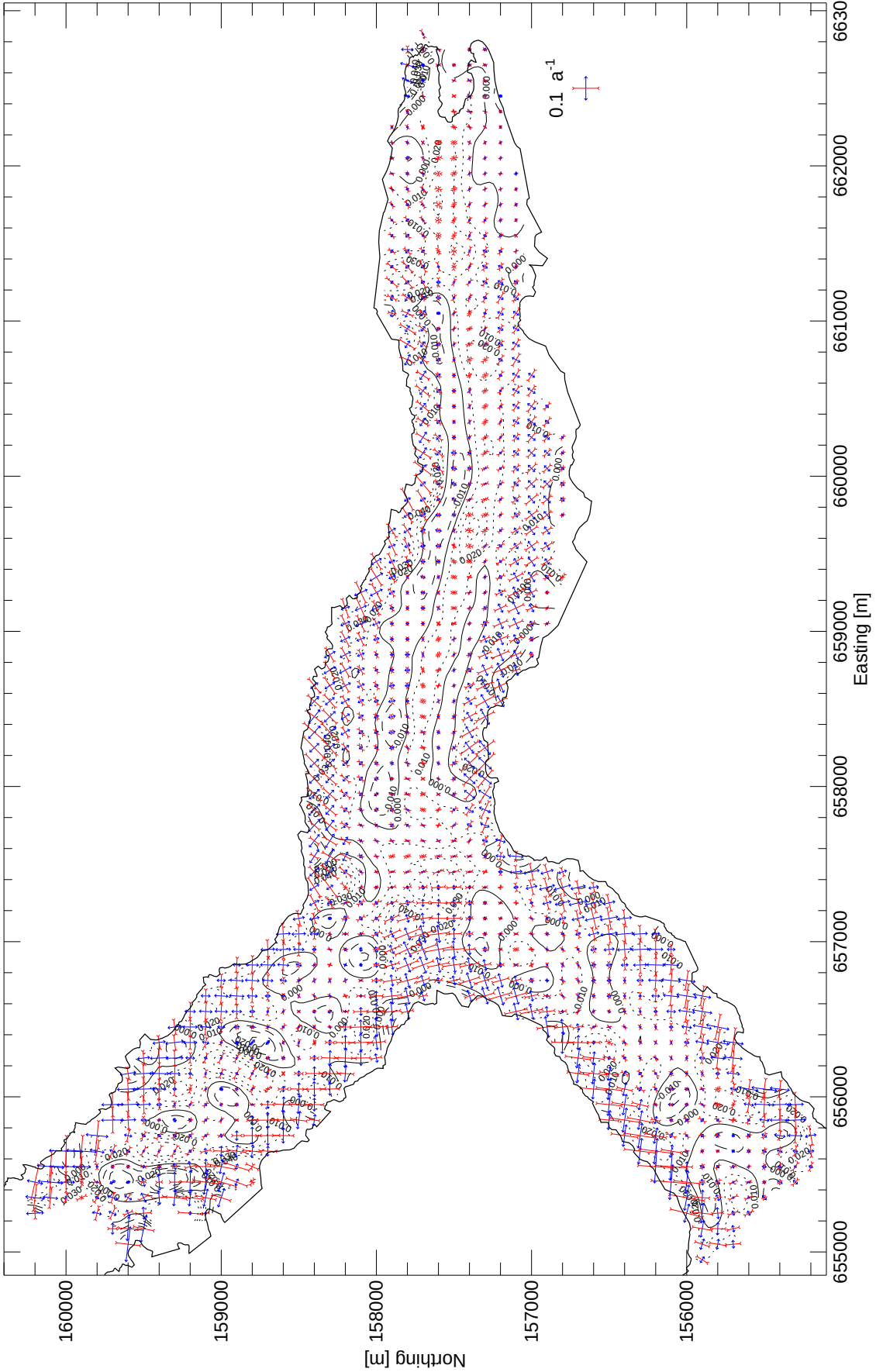

Abbildung 5.4: Die berechneten, gefilterten Deformationsraten an der Oberfläche für die Periode 1997/98 (genaue Erklärung im Text).

(ab 100 m - 200 m) der Deformationsraten im kurzwelligen Rauschen unsichtbar. Die Darstellung der vertikalen Deformationsraten eignet sich deshalb vorzüglich, um fehlerhafte Messungen festzustellen. In einem relativ homogenen Bewegungsfeld sollten die Ableitungen nicht allzu inhomogen verteilt sein (siehe Abb. 5.2 oder 5.4).

Die Auswirkung verschiedener Interpolationsroutinen wurde in Bauder (1996) ausführlich analysiert. Homogene Resultate lassen sich mit einer Glättung nach der Interpolation relativ einfach erzielen. Bei diesem in der Glaziologie gebräuchlichen Verfahren werden die enthaltenen Fehler jedoch nur verschmiert und gleichmässig verteilt (Kääb, 1996; Bauder, 1996). Bauder (1996) verwendete deshalb ein lokal angepasstes, mehrdimensionales Regressionsverfahren, welches die Deformationsraten direkt bestimmte. Ganz zufriedenstellen konnte jedoch auch das Regressionsverfahren nicht, denn je nach Ordnung der Regression konnte ein mehr oder weniger homogenes Geschwindigkeitsfeld erzeugt werden. Ein Filterverfahren war angezeigt, welches die hochfrequenten Fehleranteile zu eliminieren vermochte. Da die Fehler stark von der Wellenlänge der räumlichen Variation der Deformationsrate abhängen, eliminiert ein von Wellenlängen abhängiger Filter die hochfrequenten Fehler sehr effektiv (Gudmundsson et al., 1997). Zu diesem Zweck wurde ein optimaler Wienerfilter angewendet. In der Frequenz-Domäne lässt sich ein verrauschtes Signal $Y(f)$ als

$$Y(f) = X(f) + N(f) \tag{5.3}$$

beschreiben, wobei $X(f)$ und $N(f)$ die Spektren von Signal und Rauschen sind. Der optimale Wienerfilter ist definiert als

$$W(f) = \frac{P_{XX}(f)}{P_{XX}(f) + P_{NN}(f)}\,. \tag{5.4}$$

Dabei bedeuten $P_{XX}(f)$ und $P_{NN}(f)$ die Powerspektren von Signal und Rauschen, die aus den gemessenen Geschwindigkeiten berechnet wurden (Vaseghi, 1996; Press et al., 1996). Der Filter $W(f)$ wurde auf die fouriertransformierten Geschwindigkeiten angewendet. Ebenfalls direkt im Frequenzbereich wurden die Deformationsraten $\dot{\varepsilon}_{ij}(f)$ berechnet und erst anschliessend zurücktransformiert.

Die Abbildungen 5.1 bis 5.4 zeigen jeweils das Geschwindigkeitsfeld nach angewandtem Wienerfilter und die dazugehörigen Deformationsraten für die beiden Perioden 1996/97 und 1997/98. Dabei ist das Hauptachsenpaar der horizontalen Deformationsraten mit Vektoren dargestellt. Die unterlegten Konturlinien im Intervall von $0.01\,\mathrm{a}^{-1}$ repräsentieren den Betrag der mit der Inkompressibilitätsbedingung berechneten, vertikalen Deformationsrate. Negative Werte (rot bzw. gestrichelt) entsprechen einer Stauchung, positive (blau bzw. gepunktet) einer Dehnung.

Deutlich zu sehen sind die in den Randregionen ausgeprägten Scherzonen. Im Bereich des Zusammenflusses von Finsteraar- und Lauteraargletscher ist eine transversale Kompression mit longitudinaler Extension sehr deutlich vorhanden. Da gleichzeitig eine vertikale Dehnung vorhanden ist, muss die transversale Kompression die longitudinale Extension überwiegen. Diese Tatsache wurde bereits in den früheren Bohrlochmessungen festgestellt (Gudmundsson et al., 1997). Auf dem Unteraargletscher spiegelt die Verteilung der Deformationsraten sehr schön die Oberflächentopographie mit den zwei äusserst deutlich ausgeprägten Moränen und der dazwischenliegenden Vertiefung. Die nördliche, west-ost-verlaufende Zone vertikaler Stauchung

entspricht der Mittelmoräne. Die vertikale Stauchung in Verbindung mit der transversalen Dehnung ist ein Anzeichen für das laterale Zerfliessen der Moräne. Südlich davon schliesst eine parallel verlaufende Zone vertikaler Dehnung und transversaler Stauchung an, die mit der Eintalung übereinstimmt. Dort finden sich in Bezug auf die Moräne inverse Verhältnisse. Dicht daran schliesst weiter südlich die nächste wiederum sehr ausgeprägte, aber nicht mehr ganz so breite Moräne an.

Das Verfahren der Herausfilterung hochfrequenter Anteile und der Reduktion auf ein weitgehend homogenes Erscheinungsbild lässt sich durchaus vertreten. Die gemessenen, mittleren Jahresgeschwindigkeiten an der Oberfläche beschreiben nur ein allgemeines Bild. Eine Interpretation von kleinräumigen Effekten ist ohnehin schwierig oder unmöglich. Für die Anwendung von photogrammetrisch bestimmten Jahresgeschwindigkeiten liefert dieses Verfahren gute Resultate (Gudmundsson et al., 1997; Kääb et al., 1997; Gudmundsson et al., 1999).

5.1.2 Vergleich von gemessenen Geschwindigkeitsfeldern

Obwohl die zeitlichen Veränderungen an der Oberfläche zwangsläufig die räumliche Verteilung der gemessenen Geschwindigkeiten beeinflussen, stimmen die Konturlinien in den Darstellungen 5.1 und 5.3 auf den ersten Blick recht gut überein. Eine genauere Untersuchung der Differenzvektoren zwischen den beiden Geschwindigkeitsfeldern von 1996/97 und 1997/98 zeigt jedoch ein weit komplexeres Bild (Abb. 5.5). Die der Fliessrichtung (siehe Abb. 5.1 oder 5.3) entgegengesetzten Vektoren bedeuten eine Reduktion der Oberflächengeschwindigkeit zwischen den beiden Perioden. Es ist kein einheitlicher Trend zu erkennen. Die Richtungen der Vektoren sind ziemlich zufällig verteilt. Es sind verschiedene Zonen mit Beträgen über $1\,\mathrm{m\,a^{-1}}$ auszumachen. Deren Ursache hat zwei Gründe: Einerseits verändern lokale Rutschungen, einbrechende Klippen und veränderte Ablation die Oberfläche, welche einen starken Einfluss auf das Fliessfeld ausübt. Andererseits verursachen Messfehler Differenzen. Die deutlich erkennbare Zone grosser Unterschiede entlang des orographisch linken Gletscherrandes ist sowohl stark zerklüftet als auch wenig schuttbedeckt. Die stärkere Veränderung der Oberfläche aufgrund dieser Verhältnisse führt zwangsläufig auch zu grösseren Messfehlern. Dahingehend ist auch die Situation im schuttfreien Lauteraarteil zu interpretieren. Der Messvorgang gestaltete sich dort am aufwendigsten, da die Merkmale weniger eindeutig und stärker verändert waren.

Die Abbildung 5.6 zeigt links einen Vergleich des Betrages der entsprechenden Vektoren aus den beiden Feldern und rechts die Orientierung der Differenzvektoren. Bei exakter Übereinstimmung kommen die Punkte der Beträge auf der Diagonalen zu liegen. In der Polardarstellung der Differenzvektoren dagegen konzentrieren sich die Punkte bei exakter Übereistimmung auf das Zentrum. Erwartungsgemäss ist die Streuung des Betrags viel kleiner als die Streuung der Richtungen. Es sind auch keine massiven Ausreisser vorhanden. Die ausgezogene, graue Gerade entspricht der linearen Regression $|97/98| = a_0 + a_1|96/97|$ mit dem Achsenabschnitt a_0, der Steigung a_1 und den ermittelten Korrelationskoeffizienten cc_0 beziehungsweise cc_1. Die Standardabweichung der Residuen beträgt dabei $1.43\,\mathrm{m\,a^{-1}}$.

Anhand einer Histogrammdarstellung wurde sowohl die Verteilung der Differenzen von Betrag und Richtung als auch die Beträge der Differenzvektoren analysiert (Abb.

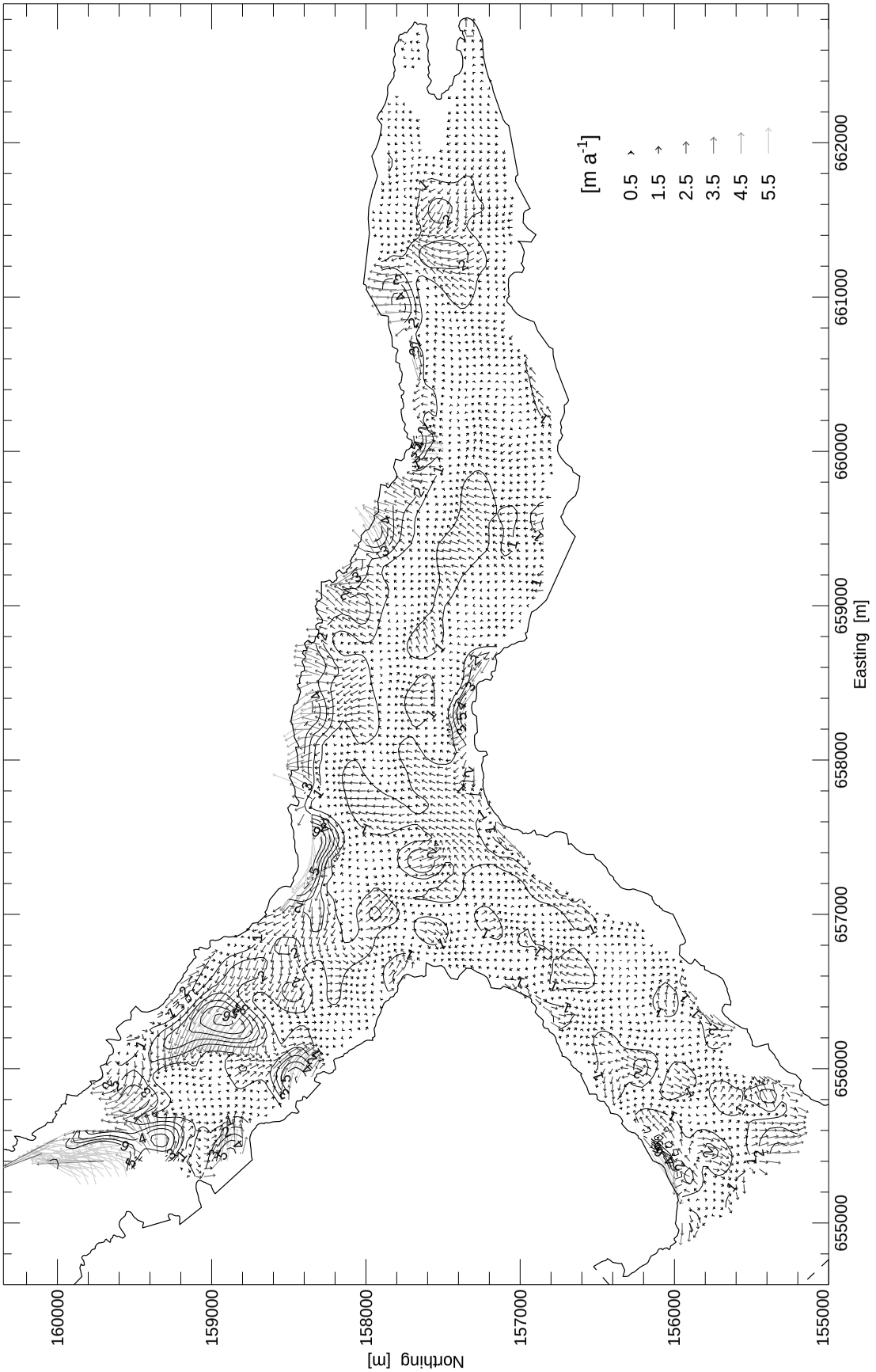

Abbildung 5.5: Differenzfeld zwischen den Geschwindigkeitsfeldern der Perioden 1996/97 und 1997/98.

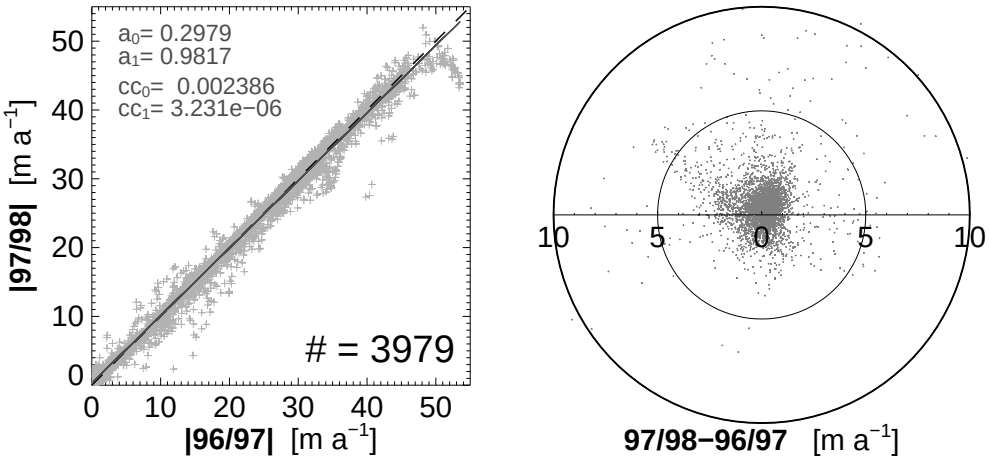

Abbildung 5.6: Vergleich von Beträgen der Vektoren (links) und Richtung der Differenzvektoren (rechts) der Geschwindigkeitsfelder von 1996/97 und 1997/98.

5.7). Beim Betrag der Differenzvektoren liegen 90 % der Werte unter $2.5\,\mathrm{m\,a^{-1}}$ und 97 % sind kleiner als $5\,\mathrm{m\,a^{-1}}$. 95 % der Differenzen der Richtungen liegen im Bereich $\pm 10°$.

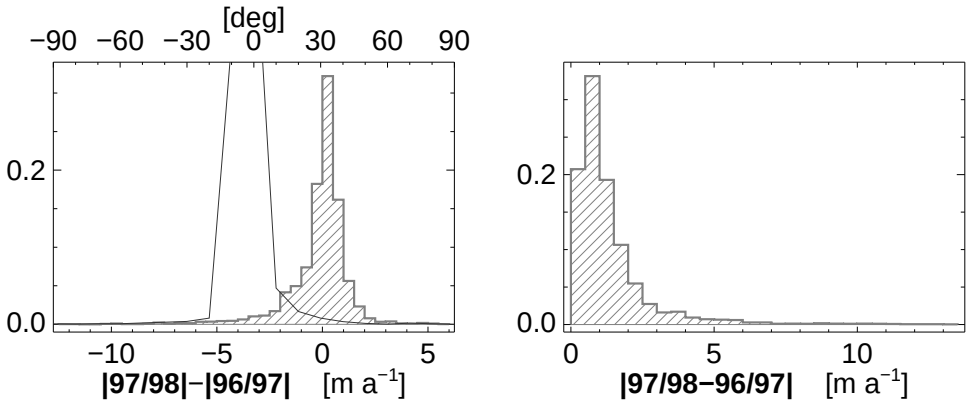

Abbildung 5.7: Verteilung der Werte der Differenzen von Betrag und Richtung (links) der Geschwindigkeitsvektoren und die Beträge der Differenzvektoren (rechts).

Die Verteilung der relativen Veränderungen zeigt ein deutliches aber nicht unerwartetes Bild. An der Zunge und entlang des Randes treten die grössten Veränderungen auf. In den restlichen Teilen sind die Werte ausnahmslos kleiner als 5 %.

5.1.3 Fliesswege

Eine weitere Anwendung des Geschwindigkeitsfeldes an der Oberfläche ist die Berechnung von Fliesswegen. Diese entsprechen der Fortbewegung eines auf der Oberfläche liegenden Gegenstandes. Im Ablationsgebiet trifft dies auf die Steine zu. Obwohl diese Fliesswege nur zweidimensional sind, lässt sich damit trotzdem die Dynamik der Gletscherzunge untersuchen. In Abbildung 5.8 ist der Verlauf von 35 Fliesswegen für das Geschwindigkeitsfeld von 1997/98 zu sehen. Die regelmässig

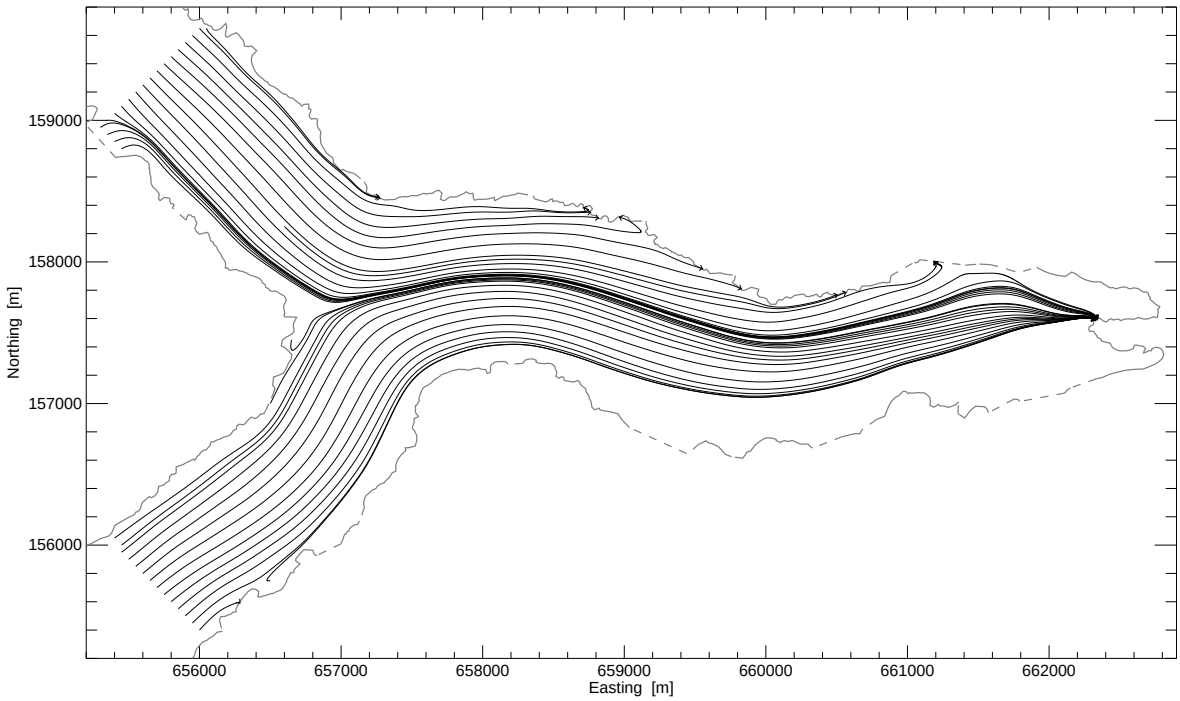

Abbildung 5.8: Fliesswege für das Geschwindigkeitsfeld von 1997/98.

verteilten Startpunkte im Finsteraar- und Lauteraargletscher wurden vorgegeben. Mit Zeitschritten von einem halben Tag wurde anschliessend durch schrittweise Vorwärtsinterpolation der weitere Verlauf ermittelt.

Das Bild zeigt, wie sich beim Zusammenfluss einige Fliesswege dicht vereinigen und mit zunehmender Distanz wieder auseinander driften. Einmal mehr tritt deutlich die inaktive Situation an der Zunge des Unteraargletschers hervor. Schon sehr früh vereinigen sich alle Fliesswege im zentralen Bereich und enden praktisch alle an derselben, am weitesten zurückgezogenen Stelle. Es muss berücksichtigt werden, dass es sich bei der vorhandenen Analyse nur um Fliesswege an der Oberfläche und keine wirklichen, dreidimensionalen Fliesslinien der Eispartikelbewegung handelt. Dies dürfte auch der Grund sein, weshalb in den Randbereichen der Zunge scheinbar kein Eis zufliesst. Hier ist die Bewegung an der Oberfläche mehr von der lokalen Topographie als von der globalen Dynamik geprägt.

5.2 Eisverformung und basale Bewegung

Die relativen Anteile der Eisverformung und der basalen Bewegung zur gesamten Oberflächengeschwindigkeit können mit Neigungsmessungen im Bohrloch identifiziert werden. Aus der Messung der Veränderung der Neigung ergibt sich die Eisverformung. Zudem kann – falls diese mit der Oberflächengeschwindigkeit gekoppelt wird – die basale Bewegungskomponente evaluiert werden. Verschiedene Studien haben sich mit diesem Ansatz beschäftigt (Gerrard et al., 1952; Sharp, 1953; Paterson and Savage, 1963; Savage and Paterson, 1963; Shreve and Sharp, 1970; Raymond, 1971; Hooke and Hanson, 1986; Hooke et al., 1987, 1992; Copland et al., 1997; Harper et al., 1998).

Oft reichen Wiederholungsmessungen im gleichen Bohrloch innerhalb einer Zeitspanne von Wochen oder Monaten nicht aus, um die zeitlichen Veränderungen der Eisdeformation und der basalen Bewegung festzustellen. Aus diesem Grund wurde versucht, mit im Bohrloch fest installierten, kontinuierlich messenden Neigungssensoren die Rate der Eisdeformation zu messen und gleichzeitig die Komponente der basalen Geschwindigkeit abzuschätzen.

Aus den Neigungsmessungen (vgl. Kapitel 3.5) soll der Anteil der basalen Bewegung an der totalen Vorwärtsbewegung des Gletschers bei der Messstelle abgeschätzt werden können. Mit nur fünf Sensoren ist es problematisch, die Fliessgeschwindigkeit durch die direkte Integration der gemessenen Neigungswerte über die Eisdicke zu bestimmen. Deshalb wurde ein besser geeigneter Ansatz gewählt, bei welchem die gemessenen Daten mit synthetischen Neigungskurven verglichen wurden. Das Fliessfeld wurde parametrisiert und die Neigungskurven daraus berechnet. Da lediglich die mittlere jährliche Eisverformungsgeschwindigkeit von Interesse ist, reicht für diese Anwendung ein einfaches Modell aus, welches das allgemeine Fliessmuster zu beschreiben vermag.

5.2.1 Geschwindigkeitsmodell

In einem Koordinatensystem, in welchem die x-Achse entlang der Schichtgrenze Eis/Untergrund verläuft und die z-Achse normal zum Gletscherbett positiv durchs Eis nach oben zeigt, kann das Fliessfeld durch folgende horizontale und vertikale Geschwindigkeitskomponenten

$$v_x(x,z) = c_1(h^{n+1} - (h-z)^{n+1}) - c_2\frac{x}{h} + v_x^{\mathrm{b}} \tag{5.5}$$

und

$$v_z(x,z) = c_2\frac{z}{h} + v_z^{\mathrm{b}} \tag{5.6}$$

beschrieben werden. Dabei steht h für die Eisdicke und v_x^{b} und v_z^{b} bezeichnen je die horizontale und vertikale Komponente der basalen Gleitgeschwindigkeit. Die Parameter c_1, c_2 und n sind die abstimmbaren Modellvariablen. In c_1 sind sowohl die Neigung der Oberfläche, die Schwerebeschleunigung und die Dichte von Eis als auch der Glen'sche Viskositätsparameter konzentriert, während n dem Exponenten aus dem Glen'schen Fliessgesetz (siehe Kap. 6) entspricht. Der erste Term in Gleichung (5.5) beschreibt das Fliessen einer Platte von konstanter Dicke einen gleichmässig geneigten Abhang hinunter. Der zweite Term in Gleichung (5.5) und der erste Term in Gleichung (5.6) tragen den beiden Gradienten der horizontalen und vertikalen Geschwindigkeit Rechnung und repräsentieren eine Linearisierung des Fliessfeldes um die Position des Bohrlochs herum. Das somit beschriebene Fliessfeld ist divergenzfrei, und die Oberfläche ist keiner Belastung ausgesetzt. Zudem schliesst Gleichung (5.6) konstante vertikale Deformationsraten über die Tiefe mit ein. Diese Annahme wird durch direkte Feldmessungen der vertikalen Deformationsrate im Frühling 1997 700 m gletscherabwärts bestätigt (Gudmundsson, 2000).

Obwohl c_1, c_2 und n notwendigerweise frei abstimmbare Modellparameter sind, bestehen unabhängig von den Neigungsdaten weitere Verknüpfungen. Dem Exponenten n des Glen'schen Fliessgesetzes wird der in der Glaziologie allgemein akzeptierte

Wert 3 zugeordnet (Paterson, 1994). Messungen der vertikalen Geschwindigkeit an der Oberfläche beim Bohrloch ergaben $v_z \approx 2\,\mathrm{m\,a^{-1}}$. Wenn dieser Wert in Gleichung (5.6) eingesetzt wird, liefert er unter Vernachlässigung der vertikalen Bewegung am Gletscherbett eine Abschätzung für c_2 vom selben Betrag. Gemäss Gleichung (5.5) beträgt die horizontale Geschwindigkeit an der Oberfläche $c_1\, h^{n+1} + v_z^{\mathrm{b}}$. Der Wert von c_1 kann jedoch nur bestimmt werden, wenn die relativen Beiträge der internen Eisverformung und des basalen Gleitens bekannt sind, welche das eigentliche Ziel dieser Studie darstellen. Eine Abschätzung der Grössenordnung zeigt $c_1 \approx 10^{-9}\mathrm{m^{-3}\,a^{-1}}$.

5.2.2 Synthetische Neigungskurven

Die zeitliche Neigungsänderung eines Sensors wird nicht nur durch die Scherverformungsrate $\dot{\epsilon}_{xz}$, sondern auch durch die horizontale und vertikale Stauchung/Dehnung $\dot{\epsilon}_{xx}$ und $\dot{\epsilon}_{zz}$ im Eis beeinflusst. Überdies leisten die räumlichen Gradienten im Fliessfeld einen Beitrag zur zeitlichen Veränderung der Neigung, sobald sich der Sensor gemeinsam mit dem umgebenden Eis bewegt.

Die Evolution eines Neigungssensors wurde mit den Positionen von Mittel- und Endpunkten berechnet. Dabei wurde angenommen, dass der Mittelpunkt den Weg eines Eispartikels verfolgt, während der Geschwindigkeitsgradient entlang der Sensorlänge eine starre Rotation um das Zentrum bewirkt. Die Vorwärtsintegration des durch die Gleichungen (5.5) und (5.6) definierten Fliessfeldes lieferte für jeden Sensor die gewünschten synthetischen Neigungskurven. Die initialen Koordinaten vom Mittelpunkt und die relativen Koordinaten der Endpunkte bestimmen die Anfangsposition und Orientierung zur Zeit $t = t_0$.

Der Vektor $\mathbf{x}(\mathbf{x}^\circ, t) = (x^{\mathrm{c}}(t), y^{\mathrm{c}}(t), z^{\mathrm{c}}(t))$ bezeichnet die Position des Mittelpunktes, wobei $\mathbf{x}^\circ$ für die Anfangsposition des Zentrums zur Zeit $t = t_0$ steht. Man beachte, dass diese für den weiteren Verlauf entscheidend ist. Die Koordinaten des oberen Endpunktes in Bezug auf $\mathbf{x}(\mathbf{x}^\circ, t)$ sind $\Delta\mathbf{x} = (\Delta x, \Delta y, \Delta z)$. Für eine gegebene Anfangsposition und Neigung lässt sich der Weg eines Eisteilchens durch Vorwärtsintegration

$$\mathbf{x}(\mathbf{x}^\circ, t + \Delta t) = \mathbf{x}(\mathbf{x}^\circ, t) + v(\mathbf{x}(\mathbf{x}^\circ, t))\,\Delta t \tag{5.7}$$

berechnen. Zu jedem Zeitschritt Δt wird mit dem Pfad eines Eisteilchens durch $\mathbf{x}(\mathbf{x}^\circ, t) \pm \Delta\mathbf{x}(\mathbf{x}^\circ, t)$ die Position der Endpunkte $\Delta\mathbf{x}'(\mathbf{x}^\circ, t + \Delta t) = (\Delta x', \Delta y', \Delta z')$ bestimmt.

$$\begin{aligned}
\Delta x'(t + \Delta t) &= \Delta x(t) + \partial_x v_x(\mathbf{x}(\mathbf{x}^\circ, t))\,\Delta x\,\Delta t + \partial_z v_x(\mathbf{x}(\mathbf{x}^\circ, t))\,\Delta z\,\Delta t && (5.8)\\
\Delta y'(t + \Delta t) &= \Delta y(t) && (5.9)\\
\Delta z'(t + \Delta t) &= \Delta z(t) + \partial_x v_z(\mathbf{x}(\mathbf{x}^\circ, t))\,\Delta x\,\Delta t + \partial_z v_z(\mathbf{x}(\mathbf{x}^\circ, t))\,\Delta z\,\Delta t && (5.10)
\end{aligned}$$

Diese zwischenzeitliche, relative Position muss jedoch noch skaliert werden, um die Erhaltung der festen Sensorlänge l zu gewährleisten.

$$\Delta\mathbf{x}(\mathbf{x}^\circ, t + \Delta t) = \pm\frac{l}{2}\,\frac{\Delta\mathbf{x}'(\mathbf{x}^\circ, t + \Delta t)}{\Delta x'(\mathbf{x}^\circ, t + \Delta t)} \tag{5.11}$$

Abschliessend wird der neue Neigungswinkel aus der relativen Position des oberen Endpunktes berechnet.

Die Gleichungen (5.8)-(5.10) zeigen den Beitrag sowohl der Scherung als auch der Dehnung/Stauchung des Eises an der Neigungsänderung. Obwohl das Fliessfeld nur in zwei Dimensionen vorgegeben wird, kann eine anfängliche Auslenkung des Sensors senkrecht zur Fliesslinie dank Gleichung (5.9) trotzdem berücksichtigt werden. Man beachte, dass die Sensorlänge l trotz ihres Auftretens in Gleichung (5.11) sehr geringen Einfluss auf die Form der synthetischen Neigungskurve hat.

5.2.3 Modellabstimmung und Resultate

Tabelle 5.1 fasst die optimierten Werte der Modellparameter zusammen. Sie wurden durch den Vergleich zwischen den synthetischen und den gemessenen Neigungsdaten ermittelt. Diesem Vergleich vorangehend wurden die undefinierbaren Ausschläge und Perioden von abnormaler Neigung aus den gemessenen Kurven entfernt.

Tabelle 5.1: Werte der Modellparameter

Parameter	*Symbol*	*Wert*	*Einheit*
Tuning Variable	c_1	1.34×10^{-9}	$\mathrm{m}^{-3}\,\mathrm{a}^{-1}$
Tuning Variable	c_2	3.4	$\mathrm{m\,a}^{-1}$
Glen'scher Exponent	n	3	
Eismächtigkeit	h	300	m
Oberflächenneigung	α	4	$^\circ$
Oberflächengeschwindigkeit	v_x^{s}	25.3	$\mathrm{m\,a}^{-1}$
"*slip-ratio*"	s_r	1.2	

Die Parameter c_1 und c_2, der Glen'sche Exponent n, die mittlere Oberflächenneigung α, die Eisdicke h und die horizontale Geschwindigkeit an der Oberfläche v_x^{s} bildeten die Eingaben ins Geschwindigkeitsmodell. Daraus wurde das "*slip-ratio*" s_r berechnet, das Verhältnis zwischen basalem Gleiten und Eisverformung an der Oberfläche

$$s_r = \frac{v_x(0,0)}{v_x(0,h) - v_x(0,0)}\,. \tag{5.12}$$

Zusätzlich mussten die Tiefe unter der Eisoberfläche, die Anfangsneigung und Orientierung für jeden einzelnen Neigungssensor vorgegeben werden. Für plausible Werte der Parameter konnten daraus die synthetischen Neigungskurven berechnet werden. Schrittweise wurden die einzelnen Parameter solange variiert, bis mit "*trial-and-error*" die beste Übereinstimmung mit den Messungen in Form eines minimalen *rms*-Fehlers gefunden wurde.

In Abbildung 5.9 sind für jeden Neigungssensor in Bohrloch C96 die Messungen (schwarz) den synthetischen Kurven (grau) gegenübergestellt. Abgesehen von der bei den obersten beiden Sensoren interpretierten, mangelnden Fixation im Bohrloch während der Sommermonate nach der Installation, gelang die Abstimmung der synthetischen Kurven auf die Messungen bis in den Frühsommer 1997 sehr gut. Erst die

allmählich verstärkt vorhandenen Ausschläge sowie die anomalen Phasen erschwerten die Übereinstimmung in der Folgezeit. Es lässt sich nicht entscheiden, ob der sich in den untersten drei Sensoren abzeichnende, abweichende Verlauf durch überlagerte Effekte zustande kommt oder die tatsächlichen globalen Verhältnisse widergibt.

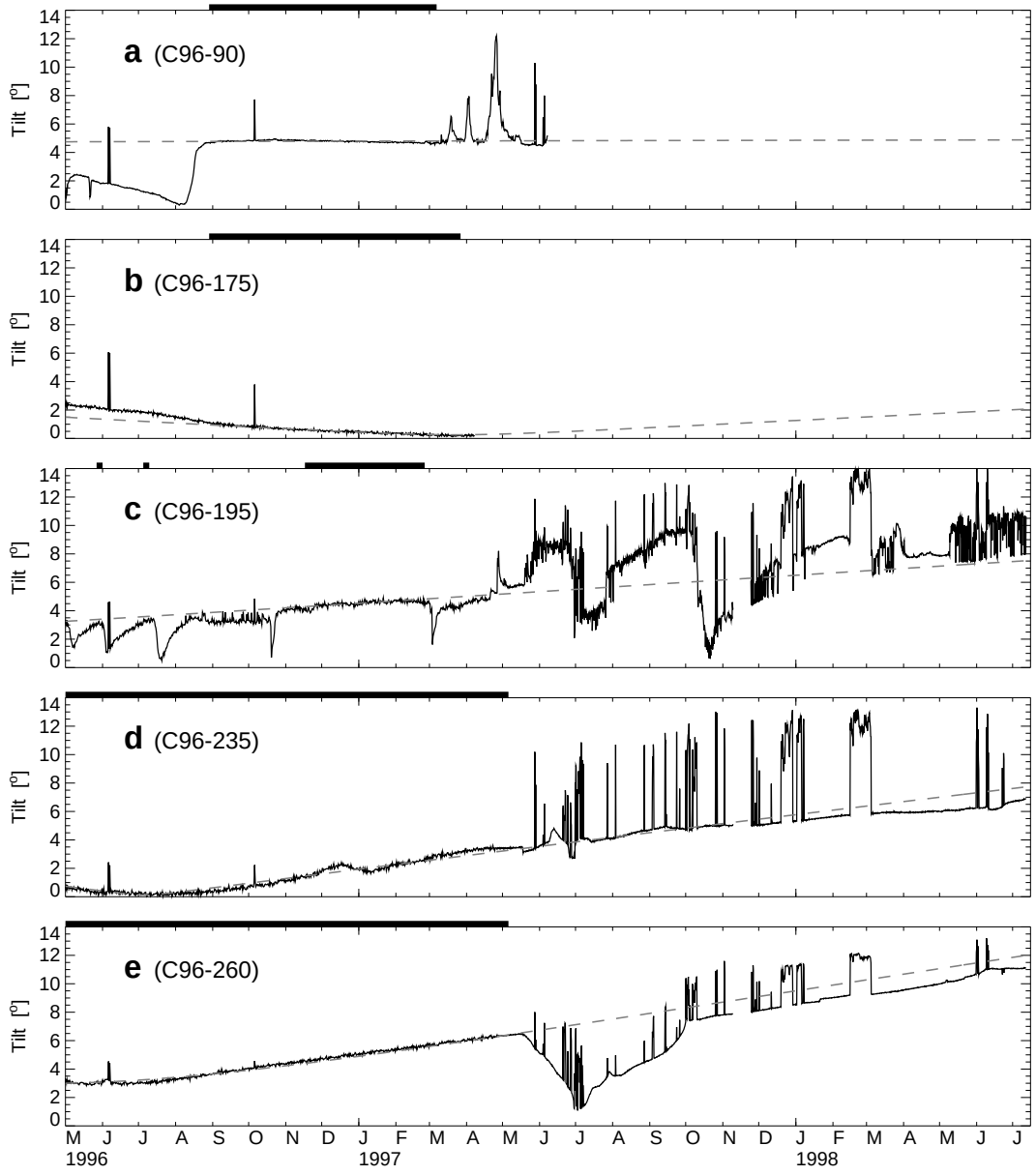

Abbildung 5.9: Die Neigung der einzelnen Sensoren im Bohrloch C96 in den Tiefen von (a) 90 m, (b) 175 m, (c) 195 m, (d) 235 m und (e) 260 m unter der Eisoberfläche ist als Funktion der Zeit aufgetragen. Mit schwarz sind die Messungen, mit grau (gestrichelt) die modellierten Werte dargestellt. Die schwarzen Balken am oberen Rand markieren die für den jeweiligen Sensor verwendeten Vergleichsperioden zur Analyse der Empfindlichkeit des *"slip-ratio"*.

Aus der vorgegebenen, mittleren Oberflächengeschwindigkeit liess sich der Wert von

c_1 als Funktion des "*slip-ratio*" s_r bestimmen:

$$c_1 = \frac{v_x(0,h)}{h^{n+1}} \left(\frac{1}{1+s_r}\right). \tag{5.13}$$

Es zeigte sich, dass der Parameter c_2 einen vernachlässigbaren Einfluss auf die synthetischen Kurven nahm. Somit verblieben die Eisdicke h, die mittlere Oberflächenneigung α und der Glen'sche Exponent n als einzige kritische Variablen. Dafür wurden die Referenzwerte $h = 300\,\mathrm{m}$, $\alpha = 4^\circ$ und $n = 3$ definiert. Die Eisdicke und Oberflächenneigung wurden anhand der Kenntnisse der Geometrie (Radarmessungen, Geländemodelle) abgeschätzt. Zur Analyse der Empfindlichkeit des "*slip-ratio*" auf diese optimalen Schätzungen wurde für jeden Parameter eine Variation von 10% berechnet. Die erhaltene Schar von rms-Fehler-Kurven sind in Abbildung 5.10 dargestellt. Die für jeden Sensor individuell definierten Vergleichsperioden sind in Abbildung 5.9 als schwarze Balken eingezeichnet.

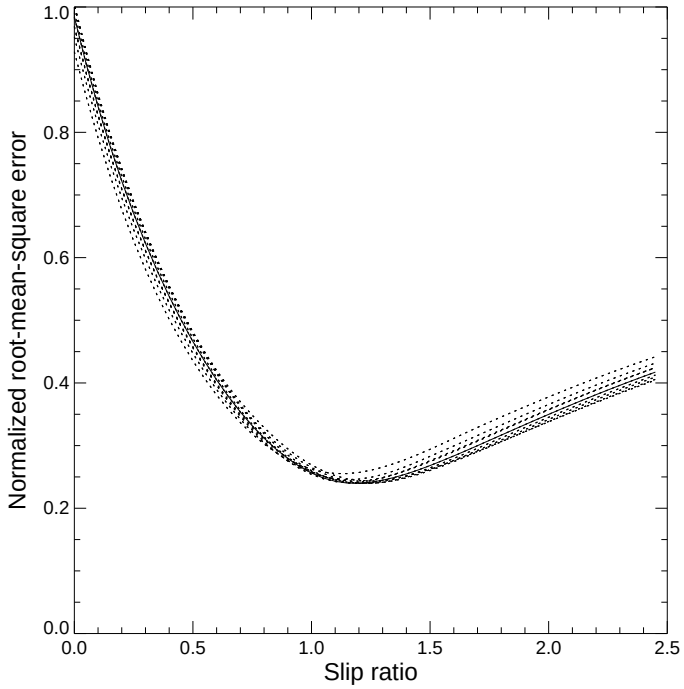

Abbildung 5.10: Normalisierter Fehler der Übereinstimmung zwischen gemessenen und synthetischen Neigungskurven als Funktion des "*slip-ratio*". Die ausgezogene Kurve steht für die optimierte Wahl der Parameter, während die gestrichelte Schar die verschiedenen Lösungen der variierten Parameter darstellt.

Die beste Übereinstimmung zwischen gemessenen und synthetischen Neigungskurven wurde für ein "*slip-ratio*" von 1.2 gefunden. Die Empfindlichkeit dieser Bestimmung gegenüber Fehlern in den Messungen wurde sowohl durch Wahl verschiedener Teilsätze (Vergleichsperioden) der Messdaten als auch durch Abstimmen innerhalb einer vorgegebenen Toleranz gewährleistet. Aufgrund dieser numerischen Experimente konnte das Vertrauensintervall für den optimalen Wert des "*slip-ratio*" zwischen 0.9 und 1.5 ermittelt werden.

Kapitel 6

Numerisches Fliessmodell

Komplexe, nichtlineare Differentialgleichungen beschreiben das Fliessverhalten eines Gletschers. Deren analytische Lösung ist bisher nur mit vereinfachenden Annahmen (2D) oder für spezielle Geometrien gelungen (Nye, 1952b, 1965; Gudmundsson, 1994a; Gudmundsson et al., 1998). Die korrekte Berechnung von kleinräumigen, dreidimensionalen Effekten ist in Anwendungen bei alpinen Talgletschern besonders wichtig. Mittels numerischer Methoden lassen sich auf den heutigen Computern umfangreiche und komplexe Situationen berechnen.

Die Methode der finiten Elemente (FE) (Zienkiewicz and Taylor, 1991) wurde für glaziologische Fragestellungen mehrmals erfolgreich eingesetzt (Gudmundsson, 1994b; Wagner, 1996; Lüthi, 2000), um in einem Gletscher das Strömungs- und Spannungsfeld aber auch die Verteilung der Temperatur genau zu berechnen. Dabei leistete das kommerziell erhältliche Software-Paket MARC/MENTAT (MARC, 1997) erfolgreiche Arbeit. Das eigentliche FE-Programm MARC bietet die Möglichkeit, die Unterprogramme durch einen benutzer-spezifizierten Code an die jeweilige Problemstellung anzupassen. In der Anwenderschnittstelle MENTAT mit graphischer Oberfläche werden verschiedene Werkzeuge und Hilfsmittel zur Generierung des Modells und zur Analyse der Resultate zur Verfügung gestellt.

Für eine Momentanaufnahme der geometrischen Ausdehnung sollen die resultierenden Geschwindigkeits- und Spannungsfelder berechnet werden. Zur Kalibrierung der Parameter des Fliessgesetzes werden die gemessenen Geschwindigkeiten verwendet.

6.1 Fliessgesetz

Da keine Beschleunigungen auftreten, entspricht das Gewicht eines Volumenelementes der Summe aller an seiner Oberfläche angreifenden Kräfte. Bei Festkörpern, die sich nahe an ihrem Schmelzpunkt befinden, werden die Deformationseigenschaften im Wesentlichen durch die Korngrösse und die Bedingungen an ihren Grenzen bestimmt, nicht aber durch die innere Festigkeit der einzelnen Kristalle.

Die mathematische Beschreibung des Fliessens von Gletschereis erfolgt normalerweise durch ein isotropes, inkompressibles und viskoses Fluid. Die fundamentalen

physikalischen Gesetze werden dabei durch Bilanzgleichungen beschrieben. Die Bilanzgleichungen für die Erhaltung der Masse und des linearen Momentums lauten (Hutter, 1983):

$$v_{i,i} = 0 \tag{6.1}$$

$$\sigma_{ij,j} + \rho f_i = 0 \tag{6.2}$$

mit der Dichte ρ und je den Komponenten der Geschwindigkeit v_i, des Spannungstensors σ_{ij} und der Volumenkräfte f_i. Zur Lösung des Gleichungssystems werden zusätzliche Beziehungen, die Konstitutivgleichungen, benötigt. Diese Anforderung erfüllt ein Materialgesetz, welches das Verhalten der auftretenden Spannungen beschreibt. Dazu hat sich in der Glaziologie ein Potenzgesetz einer Spannungs-Dehnungsraten-Beziehung durchgesetzt. Dieses ist unter dem Namen Glen'sches Fliessgesetz (Glen, 1955) bekannt

$$\dot{\epsilon}_{ij} = A\,\sigma'_{II}{}^{(n-1)/2}\sigma'_{ij}\,. \tag{6.3}$$

Dabei sind $\dot{\epsilon}_{ij}$ die Deformationsraten, σ'_{ij} die deviatorischen Spannungen

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\sigma_{kk}\,, \tag{6.4}$$

σ'_{II} die 2. Invariante des Spannungsdeviator-Tensors

$$\sigma'_{II} = \frac{1}{2}\sigma'_{ij}\sigma'_{ij} \tag{6.5}$$

und δ_{ij} das Kronecker-Symbol. Die beiden Parameter A und n müssen durch Messungen bestimmt werden. Während A von der Eistemperatur, der Kristallorientierung, der Eisverunreinigung und eventuell weiterer Faktoren abhängt (Paterson, 1994), ist n vermutlich eine Konstante.

Die Implementierung der Materialeigenschaften (Gl. 6.3) in den Programmcode von MARC erfolgte mit dem `R-P FLOW` Parameter über die Viskosität η (MARC, 1997). Für Newton'sche Medien gilt:

$$\eta = \frac{\sigma'_{ij}}{2\,\dot{\epsilon}_{ij}}\,. \tag{6.6}$$

Die invertierte Form ($\sigma'_{ij} = f(\dot{\epsilon}_{ij})$) des Glen'schen Fliessgesetzes (Gl. 6.3) lautet:

$$\sigma'_{ij} = A^{-1/n}\,\dot{\epsilon}_{II}^{(1-n)/2n}\,\dot{\epsilon}_{ij}\,. \tag{6.7}$$

Damit kann in der benutzer-spezifizierbaren Subroutine `unewton` die Viskosität direkt implementiert werden.

Eine Verifikation des Programmes anhand des Vergleichs von numerischen und analytischen Berechnungen für die einfachen Geometrien der unendlich ausgedehnten, geneigten Platte, des Halbzylinders und einer sinusförmigen Bettgeometrie sind in Gudmundsson (1994b); Gudmundsson et al. (1998) und Wagner (1996) zu finden.

Ein Nachteil des Glen'schen Fliessgesetzes (Gl. 6.3) liegt darin, dass bei kleinen Spannungen der Gradient der Deformationsraten und damit auch die Viskosität gegen unendlich geht. Unter diesen Verhältnissen verhält sich das Eis unendlich steif,

was zur Folge hat, dass die Verschiebungen verschwinden. An der Gletscheroberfläche tritt diese Situation besonders bei kleinräumigen Unebenheiten auf. Dabei werden speziell die vertikalen Geschwindigkeiten entscheidend beeinflusst. Ein Ansatz (z.B. Hutter, 1983) modifiziert das Glen'sche Fliessgesetz, indem zu den effektiven Spannungen $\tau = \sqrt{\frac{1}{2}\sigma'_{ij}\sigma'_{ij}}$ eine Konstante γ addiert wird. Bei kleinen effektiven Spannungen verhindert γ die rapide Abnahme des Potenzterms, verliert hingegen den Einfluss bei grossen effektiven Spannungen.

6.2 Netzgenerierung

Die räumliche Ausdehnung des Unteraargletschers ist – wie die vergangenen Kapitel 4.1 und 4.2 ausführlich zeigen – detailliert bekannt. Dennoch ist es nicht immer einfach, daraus ein Netz zu generieren. Es waren dazu einige Anstrengungen notwendig.

Mit dem automatischen Netzgenerator in MENTAT (MARC, 1997) wurde anfangs versucht, ein zweidimensionales Oberflächennetz innerhalb einer importierten Umrandung zu generieren. Die erhaltenen Lösungen konnten leider wenig befriedigen. Besonders störend waren dabei die mangelnde Anpassungsfähigkeit an die gewünschte Auflösung sowie die Orientierung der einzelnen Elemente. Deshalb wurde die Vermaschung für ein einlagiges, dreidimensionales Netz von Hand programmiert. Der Abstand beträgt dabei 100 m mit einer Verdichtung im Bereich des Zusammenflusses auf 75 m. Den seitlichen Rändern entlang wurden analog zu Gudmundsson (1994b) die Elemente halbiert. Während das ganze Firngebiet des Lauteraargletschers miteinbezogen werden konnte, wurde der Finsteraargletscher bei der Einmündung des Strahlegggletschers abgebrochen. In beiden Fällen wurden grössere Abstände der Vermaschung gewählt, da hier weniger die Modellresultate selbst interessieren, als das Vermeiden von unerwünschten Randeffekten durch Zurückversetzen des Randes weg von den interessierenden Bereichen. In einem nächsten Schritt wurde die wahre Höhe der Knoten aus den Geländemodellen für die Oberfläche und das Bett durch Interpolation berechnet (Abb. 6.1). Dabei wurde darauf geachtet, dass eine minimale Dicke von 10 m nicht unterschritten wurde. Das Netz, das immer noch aus einer Elementschicht bestand, wurde in einem letzten Schritt in vertikaler Richtung weiter verfeinert. Dabei wurde eine gleichförmige Unterteilung in 10 Elemente gewählt.

Das für die Berechnungen verwendete Netz besteht aus 17'010 ($\approx 95 \times 18 \times 10$) Elementen und 20'394 Knoten. Es existieren zwei leicht unterschiedliche Versionen für die vertikale Ausdehnung der beiden Stände der Oberfläche vom Herbst 1996 und 1997. Die eingesetzten dreidimensionalen, isoparametrischen, hexaedrischen Elemente bestehen aus acht Knoten mit trilinearer Interpolation. Dadurch wird die Deformation über das Element konstant gehalten. Zusätzlich wurde eine verbesserte Biegeeigenschaft der Elemente verwendet (*"assumed strain formulation"*). Die Steiffigkeit ist durch die standardmässige Gauss'sche Acht-Punkt-Integration gegeben. Mit der Methode der konstanten Dilatation wird die Inkompressibilität erzwungen (MARC, 1997; Taylor and Hughes, 1981).

Die Netzgenerierung wurde damit so angelegt, dass sie bei Bedarf in wenigen Schritten und ohne grossen Aufwand auf einen anderen Stand der Oberflächentopographie

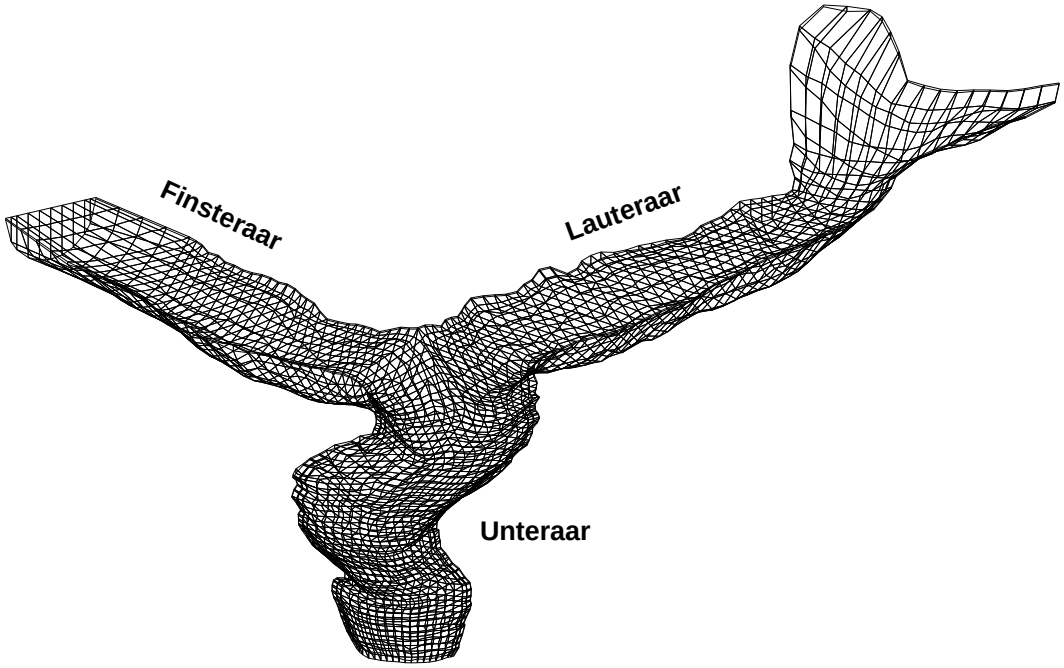

Abbildung 6.1: Perspektivische Ansicht von Osten des FE-Netzes des Unteraargletschers.

angepasst werden kann. Aus einem zur Verfügung stehenden Geländemodell müssen zuerst die entsprechenden Höhen der Knoten an der Oberfläche interpoliert werden. Eingesetzt in das einlagige Netz verbleibt noch die gleichförmige Unterteilung in vertikaler Richtung.

6.3 Randbedingungen

Das erstellte FE-Modell erfordert an der Oberfläche, am Untergrund und an den Seiten Randbedingungen. Während an der freien Oberfläche die Spannungen verschwinden

$$\sigma_{ij} n_j = 0 \,, \tag{6.8}$$

wobei n_i der äussere Normalenvektor auf die Oberfläche ist, werden am Kontakt zum Untergrund die Bewegungen vernachlässigt

$$v_i = 0 \,. \tag{6.9}$$

Ein temperierter Gletscher ist nicht am Bett angefroren, was das Vorhandensein von Gleiten wahrscheinlicher macht. Obwohl eine Gleitbewegung zumindest teilweise stattfindet (siehe Kap. 5.2), wurde nur die reine Eisdeformation analysiert.

Neben den beiden mechanischen Randbedingungen für den Kontakt mit der Atmosphäre und dem Untergrund war eine weitere Randbedingung für den Querschnitt am Modellende im Finsteraargletscher notwendig. Dort wurden nicht die Bewegungen, sondern die Spannungen vorgegeben, um die berechneten Geschwindigkeiten nachträglich frei skalieren zu können. Da die Spannungen für eine Halbkreisform analytisch berechnet werden können, wurde das Modell um einen Kilometer verlängert

und sukzessive in einen Halbkreis mit gleicher Fläche übertragen. Die Distanz der Verlängerung entspricht somit gut zwei Eismächtigkeiten. Testrechnungen mit verschiedenen Spannungsverteilungen zeigten, dass sich die veränderte Randbedingung aufgrund der Längsgradienten annähernd eine Eismächtigkeit weit auswirken.

6.4 Modellabstimmung

Zur Abstimmung der variablen Modellparameter des Fliessgesetzes A und n wurden an der Oberfläche die horizontalen Komponenten der berechneten und der gemessenen Geschwindigkeiten verglichen. Damit lassen sich gleichzeitig systematische Abweichungen feststellen, die unter anderem Aufschluss über die Korrektheit der verwendeten Randbedingungen (v.a. am Gletscherbett) geben.

Da keine Geschwindigkeiten als Randbedingungen vorgegeben wurden, hängen die berechneten Geschwindigkeiten linear vom Parameter A ab. Für die Modellrechnung kann im Prinzip ein beliebiger Wert eingesetzt und erst nachher angepasst werden. Der optimale Wert von A wurde deshalb als $A_{\mathrm{opt}} = f_A A$ definiert. Der Skalierungsfaktor f_A fand sich durch Minimierung der Standardabweichung s_v

$$s_v^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left(\mathbf{v}^{\mathrm{m}}(\mathbf{x}_i) - f_A \mathbf{v}^{\mathrm{c}}(\mathbf{x}_i) \right)^2 \tag{6.10}$$

zwischen gemessenem ($\mathbf{v}^{\mathrm{m}}$) und skaliertem, berechnetem ($f_A \mathbf{v}^{\mathrm{c}}$) Geschwindigkeitsfeld (Gudmundsson et al., 1997). N ist die totale Anzahl Punkte $\mathbf{x}_i$, für welche sowohl gemessene als auch berechnete Geschwindigkeiten zur Verfügung stehen. Für den Skalierungsfaktor f_A folgt:

$$f_A = \frac{\sum_{i=1}^{N} \mathbf{v}^{\mathrm{m}}(\mathbf{x}_i) \mathbf{v}^{\mathrm{c}}(\mathbf{x}_i)}{\sum_{i=1}^{N} \mathbf{v}^{\mathrm{c}}(\mathbf{x}_i) \mathbf{v}^{\mathrm{c}}(\mathbf{x}_i)} \,. \tag{6.11}$$

Ein gutes Mass für die Übereinstimmung stellt der Betrag des mittleren Fehlervektors

$$R = \left| \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \frac{(\mathbf{v}^{\mathrm{m}} - f_A \mathbf{v}^{\mathrm{c}})}{v^m} \right| \tag{6.12}$$

dar. Dabei entspricht der Fehlervektor den normalisierten Differenzvektoren zwischen gemessenen und skalierten, berechneten Geschwindigkeiten. Falls die Fehlervektoren zufällig verteilt sind, nimmt der Betrag der Summe mit der Wurzel der Anzahl N zu, und R tendiert gegen 0 für $N \to \infty$.

Um für die beiden Perioden 1996/97 und 1997/98 die Modellparameter im Fliessgesetz mit detaillierten Geschwindigkeitsmessungen (siehe Kap. 3.6 oder 5.1) abzustimmen, wurden für verschiedene Exponenten n die optimalen A_{opt} berechnet (Abb. 6.2 und Tab. 6.1; 6.2). Die Standardabweichung s_v diente anschliessend zur Bestimmung des zutreffendsten Wertes für n. Die gemessenen Jahresgeschwindigkeiten beinhalten auch einen Anteil an basalem Gleiten. Das Fliessmodell hingegen beschreibt ausschliesslich die reine Eisdeformation ohne Gleitprozesse. Die ausgeführte Abstimmung der Modellparameter des Fliessgesetzes verfolgt deshalb

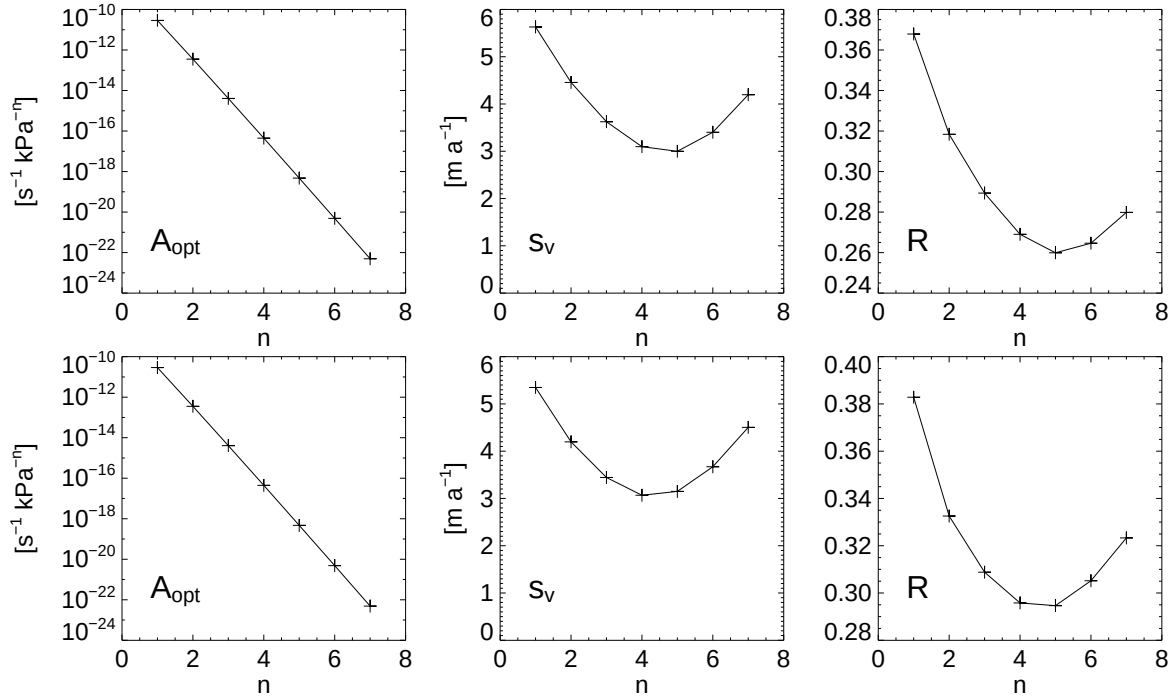

Abbildung 6.2: Der optimierte Modellparameter A_{opt} (links), die Standardabweichung s_v (Mitte) und der Betrag des mittleren Fehlervektors R (rechts) sind für die Perioden 1996/97 (obere Reihe) und 1997/98 (untere Reihe) als Funktion des Exponenten n im Fliessgesetz aufgetragen.

Tabelle 6.1: Werte der Modellabstimmung 1996/97 (N=3511)

n	A_{opt} $[\mathrm{s}^{-1}\,\mathrm{kPa}^{-n}]$	s_v $[\mathrm{m\,a}^{-1}]$	R	$\overline{\lvert\mathbf{v}^{\mathrm{m}}-\mathbf{v}^{\mathrm{c}}\rvert}$ $[\mathrm{m\,a}^{-1}]$	$\overline{v^m-v^c}$ $[\mathrm{m\,a}^{-1}]$	$\overline{\psi_e}$ $[^\circ]$
1	$2.89\cdot10^{-11}$	5.63	0.37	4.67	1.20	-4.42
2	$3.54\cdot10^{-13}$	4.46	0.32	3.69	0.81	-4.00
3	$4.06\cdot10^{-15}$	3.62	0.29	2.99	0.61	-3.69
4	$4.46\cdot10^{-17}$	3.10	0.27	2.53	0.53	-3.43
5	$4.73\cdot10^{-19}$	3.00	0.26	2.40	0.58	-3.19
6	$4.89\cdot10^{-21}$	3.40	0.26	2.67	0.74	-3.08
7	$4.94\cdot10^{-23}$	4.20	0.28	3.24	1.04	-2.90

Tabelle 6.2: Werte der Modellabstimmung 1997/98 (N=3760)

n	A_{opt} $[\mathrm{s}^{-1}\,\mathrm{kPa}^{-n}]$	s_v $[\mathrm{m\,a}^{-1}]$	R	$\overline{\lvert\mathbf{v}^{\mathrm{m}}-\mathbf{v}^{\mathrm{c}}\rvert}$ $[\mathrm{m\,a}^{-1}]$	$\overline{v^m-v^c}$ $[\mathrm{m\,a}^{-1}]$	$\overline{\psi_e}$ $[^\circ]$
1	$2.90\cdot10^{-11}$	5.35	0.38	4.43	1.24	-3.03
2	$3.55\cdot10^{-13}$	4.20	0.33	3.48	0.87	-2.47
3	$4.06\cdot10^{-15}$	3.44	0.31	2.87	0.69	-2.13
4	$4.44\cdot10^{-17}$	3.07	0.30	2.55	0.64	-1.92
5	$4.70\cdot10^{-19}$	3.15	0.29	2.58	0.70	-1.78
6	$4.85\cdot10^{-21}$	3.67	0.31	2.97	0.89	-1.48
7	$4.88\cdot10^{-23}$	4.50	0.32	3.59	1.19	-1.31

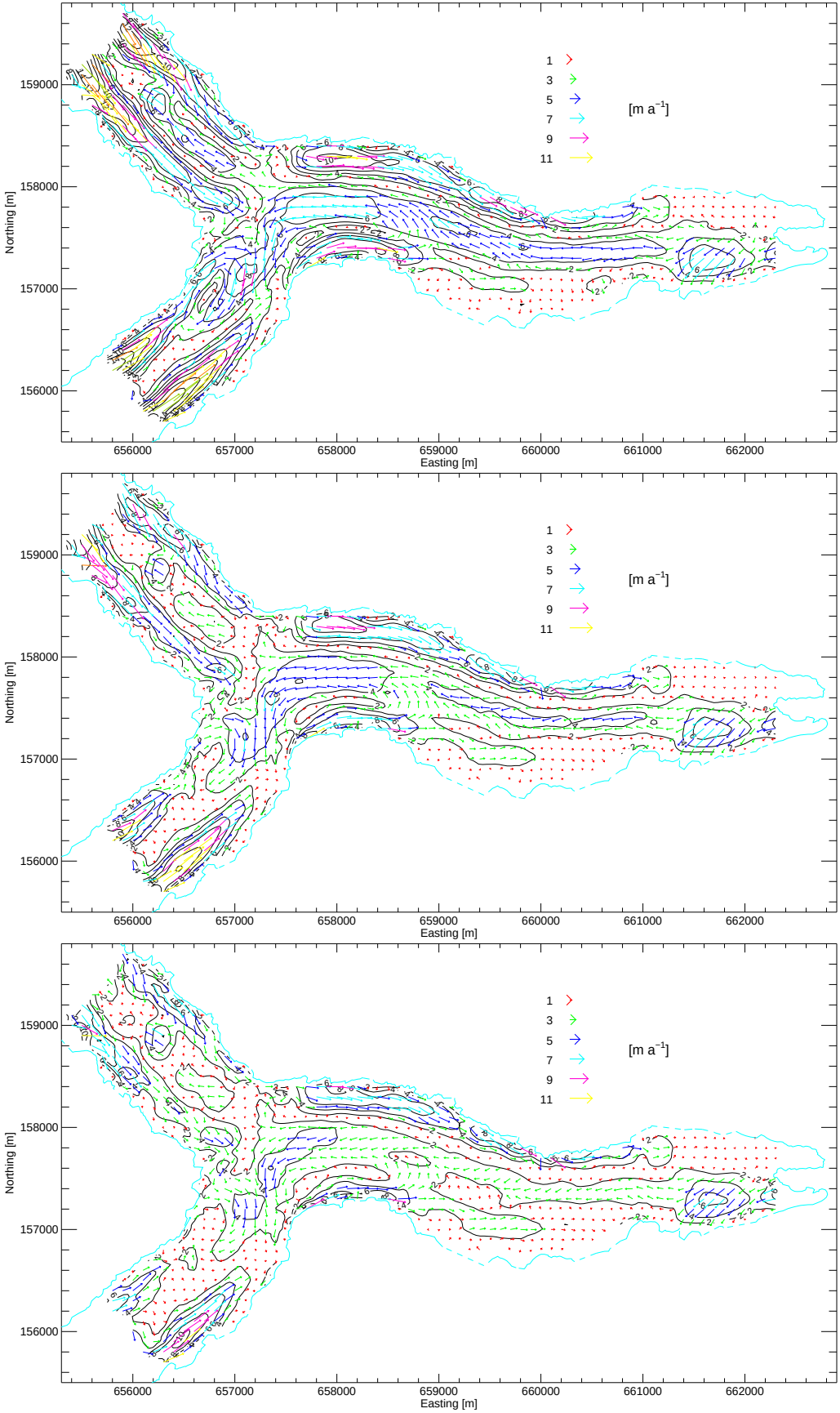

Abbildung 6.3: Räumliche Verteilung der Differenzvektoren $\mathbf{v}^{\mathrm{m}} - \mathbf{v}^{\mathrm{c}}$ zwischen gemessenem und skaliertem, berechnetem Geschwindigkeitsfeld der Oberfläche 1997/98 für $n = 1$ (oben), $n = 2$ (Mitte) und $n = 3$ (unten).

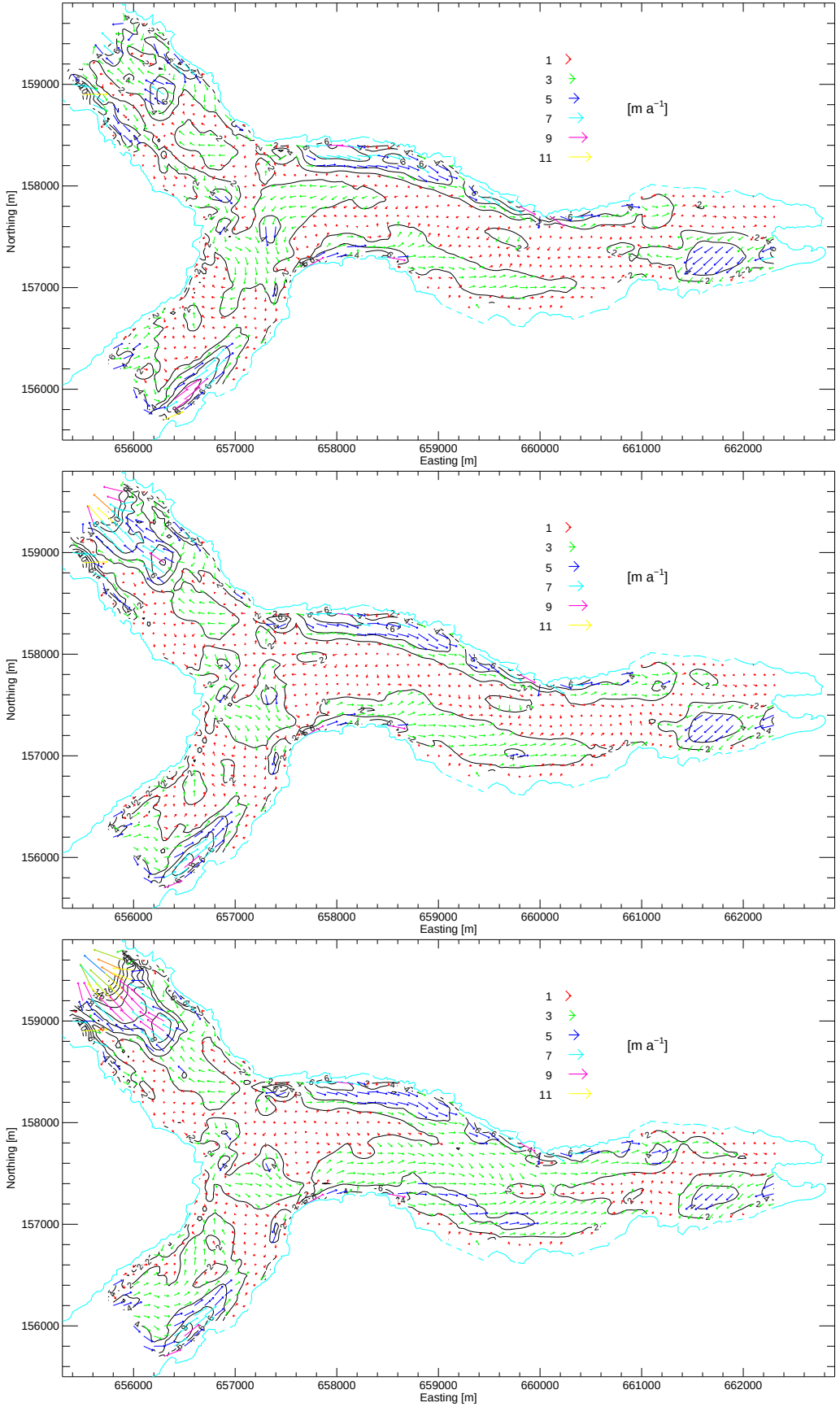

Abbildung 6.4: Räumliche Verteilung der Differenzvektoren $\mathbf{v}^{\mathrm{m}} - \mathbf{v}^{\mathrm{c}}$ zwischen gemessenem und skaliertem, berechnetem Geschwindigkeitsfeld der Oberfläche 1997/98 für $n = 4$ (oben), $n = 5$ (Mitte) und $n = 6$ (unten).

das Ziel, durch eine möglichst gute Übereinstimmung die für die beabsichtigte indirekte, berührungsfreie Bestimmung der Massenbilanz benötigten, den existierenden Verhältnissen entsprechenden, wahren Werte zu erhalten. Damit verlieren die Modellparameter teilweise ihren engen physikalischen Kontext und sollen hier vielmehr als 'effektive' Werte verstanden werden.

Die beiden untersuchten Perioden zeigen analoge Resultate. Die detaillierte Diskussion beschränkt sich auf die zweite Periode 1997/98. Für $n = 5$ weisen sowohl die Standardabweichung als auch der Betrag des mittleren Fehlervektors R und der Mittelwert des Betrages der Differenzvektoren $|\mathbf{v}^{\mathrm{m}} - \mathbf{v}^{\mathrm{c}}|$ minimale Werte auf. Die Resultate sind für $n = 4$ nicht viel schlechter. Das Bild der räumlichen Verteilung schaut jedoch weit differenzierter aus (Abb. 6.3 und 6.4). Deutlich zu sehen ist, wie für $n = 4$ und $n = 5$ die roten und grünen Regionen überwiegen, in denen der Differenzbetrag 2 bzw. $4\,\mathrm{m\,a^{-1}}$ nicht übersteigt. Es scheint sogar, dass gletscheraufwärts, wo im Finsteraar- und Lauteraarteil die Geschwindigkeiten höher sind, die Differenzbeträge für $n = 4$ kleiner sind als für $n = 5$. Dabei sind eher wenig oder nur kleinere Zonen mit grosser Differenz ($> 5\,\mathrm{m\,a^{-1}}$) vorhanden.

Die Analyse der Differenzvektoren bezieht nicht nur die Unterschiede im Betrag, sondern auch in der Richtung mit ein. Dabei sind zwei voneinander getrennte Zonen auszumachen. Zum einen überwiegen am Gletscherrand die gemessenen die berechneten Beträge, sodass die Differenzvektoren in Fliessrichtung zeigen. Zum anderen weisen die Vektoren im zentralen Bereich der allgemeinen Bewegungsrichtung entgegen, da dort die berechneten Werte die Messungen übersteigen. Diese Situation ist bei $n = 1$ besonders ausgeprägt. Im Finsteraar- und Lauteraargletscher sind die allgemeinen Verhältnisse noch von einem lokalen Trend überlagert. Im Lauteraargletscher weisen die Differenzvektoren deutlich der Fliessrichtung entgegen. Auf der Finsteraarseite ist jedoch eher das Gegenteil der Fall. Dies bedeutet, dass im Lauteraargletscher die berechneten, skalierten Geschwindigkeiten zu gross ausfallen, während sie auf dem restlichen Gletscher viel besser mit den Messungen übereinstimmen. Die vorhandenen Abweichungen der Differenzvektoren quer zur allgemeinen Fliessrichtung zeigen keine offensichtliche Systematik. Es sind lediglich einige in sich konsistente Teilbereiche auszumachen, die bei schlechter allgemeiner Übereinstimmung (grosse Beträge der Differenzvektoren) zwangsläufig deutlicher hervortreten.

Zur Analyse der Übereinstimmung zwischen gemessenen und berechneten Geschwindigkeiten eignen sich verschiedene zusätzliche Darstellungen von den Beträgen der beiden Geschwindigkeitsfelder und von ihren Differenzvektoren (Abb. 6.5 und 6.6). Das hauptsächliche Interesse liegt eher beim Betrag der Geschwindigkeit, da sich dieser entscheidend auf die Dynamik und damit auf die Verwendung der Resultate (z.B. vertikale Komponente der Geschwindigkeit) auswirkt. Deshalb wurden die berechneten Beträge $|\mathbf{v}^{\mathrm{c}}|$ den gemessenen $|\mathbf{v}^{\mathrm{m}}|$ gegenübergestellt. Bei perfekter Übereinstimmung befänden sich alle Werte auf der Diagonalen mit Steigung 1. Die eingezeichnete dunkelgraue Kurve jeweils links in den Abbildungen 6.5 und 6.6 zeigt die lineare Regressionsgerade mit

$$|\mathbf{v}^{\mathrm{c}}| = a_0 + a_1|\mathbf{v}^{\mathrm{m}}| \tag{6.13}$$

durch $N = 3760$ Punkte. Generell deckt sich die Gerade gut mit der Diagonalen. Während die Steigung a_1 jeweils grösser als 1 ist, liegt der Achsenabschnitt a_0

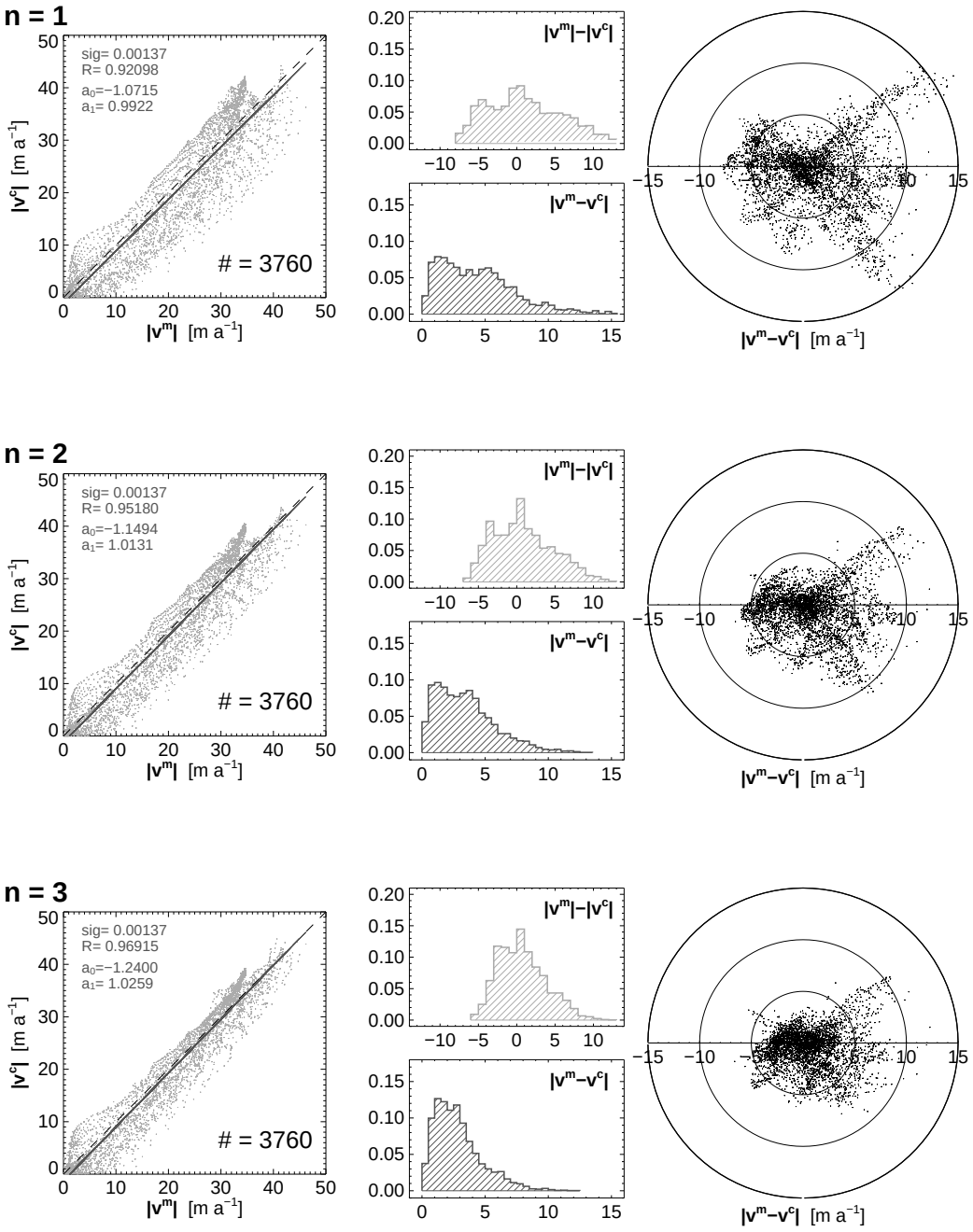

Abbildung 6.5: Übereinstimmung der Beträge von gemessenen und skalierten, berechneten Geschwindigkeiten (links), Verteilung der Beträge der Differenz der Vektoren (Mitte oben), Verteilung der Beträge der Differenzvektoren (Mitte unten) und Orientierung der Differenzvektoren (rechts) für $n = 1$ (oben) bis $n = 3$ (unten).

rund $1\,\mathrm{m\,a^{-1}}$ unterhalb des Ursprungs. Die Verteilung der mittleren Differenz zwischen den Beträgen der gemessenen und berechneten Geschwindigkeiten ist bei der besten Übereinstimmung $n = 5$ symmetrisch um 0 angeordnet. Mit geringer werdender Übereinstimmung nimmt zuerst die Schärfe des maximalen Bereichs (z.B. $n = 4$) ab, entfernt sich von 0 und verteilt sich später zunehmend asymmetrisch. Ein analoges Bild zeigt sich auch für die Verteilung der Beträge der Differenzvektoren mit dem Unterschied, dass nur positive Werte vorhanden sind. Die Polardarstellung

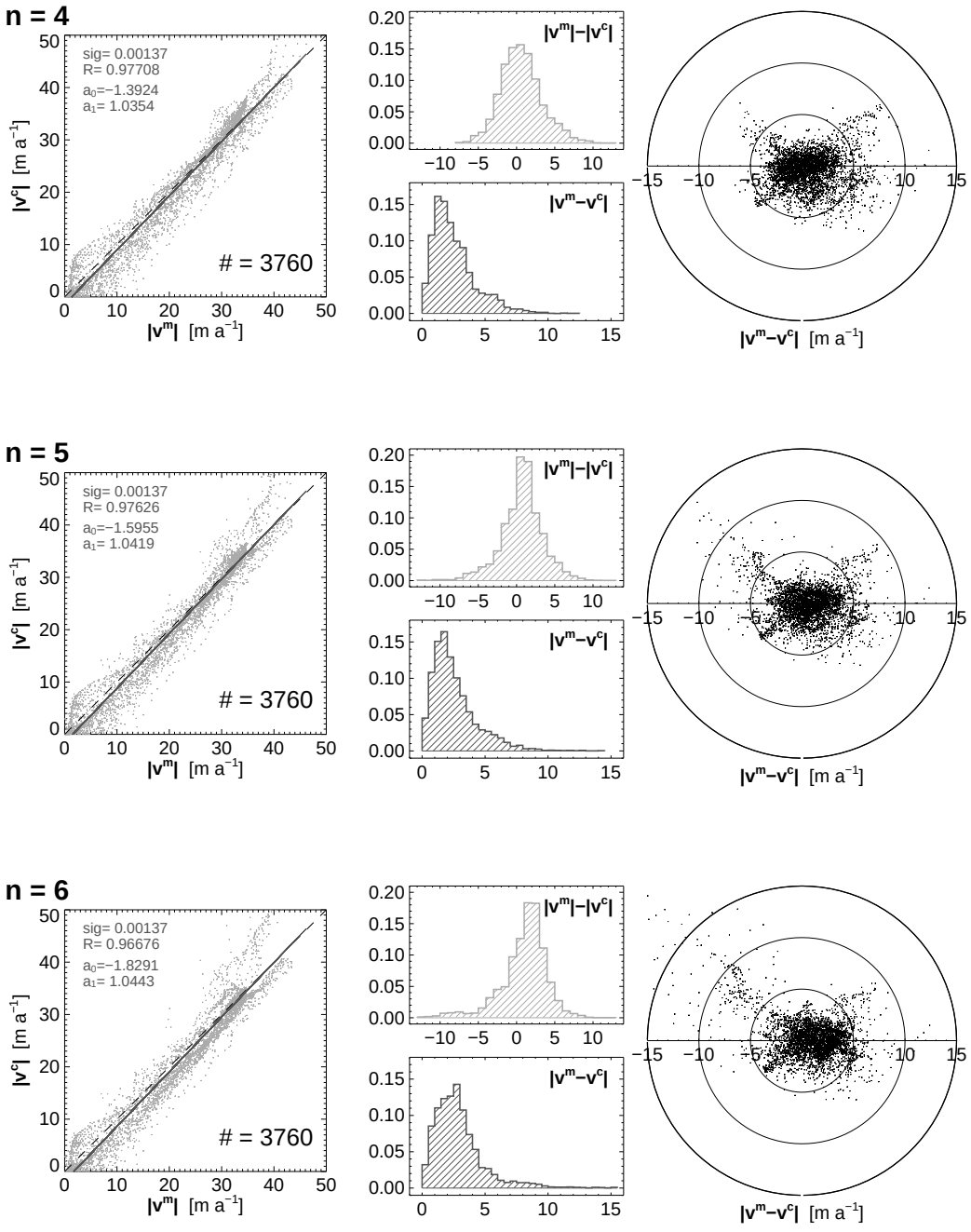

Abbildung 6.6: Übereinstimmung der Beträge von gemessenen und skalierten, berechneten Geschwindigkeiten (links), Verteilung der Beträge der Differenz der Vektoren (Mitte oben), Verteilung der Beträge der Differenzvektoren (Mitte unten) und Orientierung der Differenzvektoren (rechts) für $n = 4$ (oben) bis $n = 6$ (unten).

der Differenzvektoren visualisiert die Orientierung am einfachsten. Sie bestätigt die gleichmässige Verteilung. Bei besserer Übereinstimmung ($n = 3$ bis $n = 6$) sind die Differenzbeträge von mehr als 85 % der Datenpunkte kleiner als $5\,\mathrm{m\,a^{-1}}$.

In der Studie von Gudmundsson (1999) ergab ein analoger Vergleich für n den Wert 3. Dazu wurden jedoch nur 39 Pegelmessungen von Wintergeschwindigkeiten verwendet, die sich auf eine begrenzte Region beim Zusammenfluss beschränkten. Es wurde angenommen, dass die Wintergeschwindigkeiten hauptsächlich die Eisdefor-

mation und kaum das saisonal variierende, basale Gleiten beinhalten. Einen Grund für die tendenziell bessere Übereinstimmung im Lauteraargletscher bei $n = 3$ oder $n = 4$ ist, dass in diesem Bereich das Gleiten weniger dominiert. In dasselbe Bild passen auch die alten seismischen Resultate mit nicht vorgefundener Zwischenschicht im unteren Lauteraargletscher. Ein Einfluss von deformierbarem Sediment am Gletscherbett auf das Gleiten ist allgemein akzeptiert (z.B. Iverson et al., 1995).

6.5 Modellresultate

Das Fliessmodell liefert die Verteilung der Geschwindigkeiten, Spannungen und Deformationsraten nicht nur an der Oberfläche, sondern über die gesamte Tiefe. Stellvertretend für die Illustration des komplexen Fliessverhaltens sind in Abbildung 6.7 Isoflächen der vertikalen Geschwindigkeitskomponente dargestellt. Die vorgefundenen Verhältnisse sind typisch für einen alpinen Talgletscher. Bedingt durch die sehr komplexe Geometrie zeichnen die dreidimensionalen Einflüsse ein vielfältiges Bild.

Abbildung 6.7: Isoflächen der vertikalen Geschwindigkeit für $n = 3$ in [m a^{-1}].

6.5.1 Vertikale Deformation

Im Bereich des Zusammenflusses ist die Variation der vertikalen Deformationsraten sehr komplex (Gudmundsson et al., 1997; Gudmundsson, 1999). Die spekta-

kuläre Mittelmoräne auf dem Unteraargletscher beeinflusst die Verhältnisse der Deformationsraten entscheidend. Eine Moräne dieser Grössenordnung ist eine markante Störung des allgemeinen Fliessfeldes. Die rheologischen Fliesseigenschaften des Eises reagieren äusserts sensibel auf eine solche Störung. Die Auswirkung des gestörten Fliessfeldes zeigt sich in der vorhandenen Verteilung der vertikalen Deformation an der Oberfläche sehr deutlich (siehe auch Abb. 6.12). Es existieren Messungen der vertikalen Deformation vom April 1997 bei der Bohrstelle B (Abb. 6.8). Während

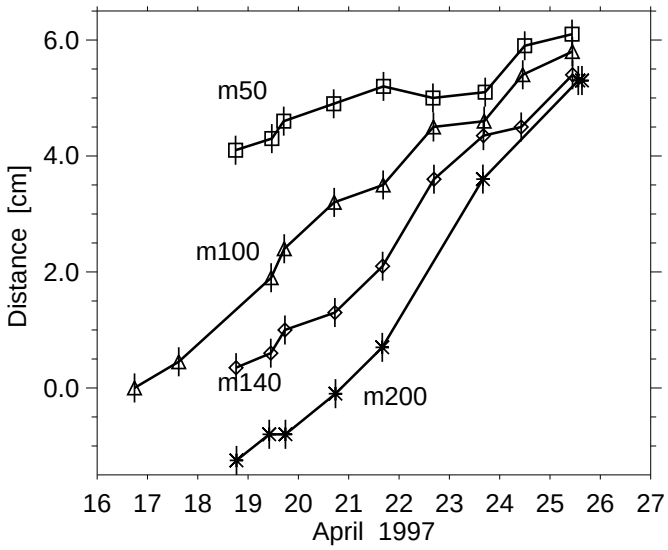

Abbildung 6.8: Messresultate von 4 Magnetringen in 50 m, 100 m, 140 m und 200 m Tiefe.

einer Zeitspanne von 10 Tagen wurde die relative Bewegung von Magnetringen in Bohrlöchern zweimal täglich verfolgt. Daraus wurden die vertikalen Geschwindigkeiten relativ zur Oberfläche berechnet. In Abbildung 6.9 werden diesen Werten die Resultate des Fliessmodells gegenübergestellt. Die Messungen und Modellresultate stimmen für $n = 4$ am besten überein. Zur Zeit der Messungen im April 1997 herrschten noch winterliche Verhältnisse, weil die Schmelze noch nicht eingesetzt hatte. Dies beweisen auch gleichzeitig ausgeführte GPS-Messungen der Geschwindigkeiten an der Oberfläche (Gudmundsson, 2000). Die daraus ermittelte, durchschnittliche vertikale Geschwindigkeit stimmt mit $n = 3$ überein. Unter Berücksichtigung der winterlichen Verhältnisse verwundert dies wenig. Denn während der schmelzwasserarmen Winterperiode nimmt das basale Gleiten ab und bewirkt eine Reduktion der Geschwindigkeitsbeträge an der Oberfläche. Dagegen fallen die horizontalen Komponenten in den GPS-Messungen im Vergleich mit den Modellresultaten deutlich zu gering aus ($n = 2$). Dieser Sachverhalt lässt vermuten, dass die vertikale Geschwindigkeit in der Modellierung unterschätzt wird.

Im Querschnitt zeigt sich der Einfluss der Mittelmoräne sehr deutlich. Die Verteilung der entdimensionierten Geschwindigkeit (Abb. 6.10) und der entdimensionierten vertikalen Deformationsrate (Abb. 6.11) sind im Querprofil senkrecht zur Fliessrichtung bei Bohrloch für $n = 1$, $n = 3$ und $n = 5$ dargestellt. Die grün gestrichelte Linie markiert das Bohrloch B. Die Lage des Bohrlochs im Unteraargletscher sowie der Verlauf des Querprofils sind in Abbildung 6.12 eingezeichnet. Um die mit

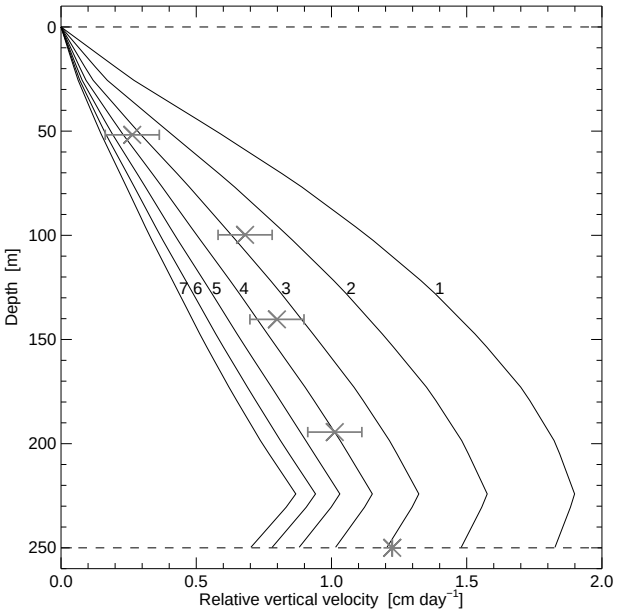

Abbildung 6.9: Die vertikale Geschwindigkeit relativ zur Oberfläche der Messungen (grau) sowie die Resultate des Fliessmodells für verschiedenen Werte von n sind als Funktion der Tiefe aufgetragen. Mit $*$ ist der unabhängig bestimmte Messwert der vertikalen Oberflächengeschwindigkeit markiert.

unterschiedlich gewähltem Paramter n modellierten Geschwindigkeiten und Deformationsraten besser miteinander vergleichen zu können, wurden die Werte durch Normalisierung mit dem Maximalbetrag entdimensionalisiert. In den Darstellungen der Geschwindigkeit sind der Anteil in der Profilebene als Pfeile und der vertikale Anteil als Konturlinien angegeben.

Die Mittelmoräne bewirkt eine deutliche negative, vertikale Deformation. Diese überlagert die im Ablationsgebiet in ungestörten Verhältnissen vorhandene, zur Oberfläche gerichtete (Auftauch-)Bewegung. Damit wird der Bildungsprozess eindeutig nachgewiesen. Die Schuttbedeckung isoliert die Oberfläche und schützt so das darunterliegende Eis vor dem Abschmelzen. Die herrschenden differentiellen Ablationsverhältnisse formen die Mittelmoräne und übertreffen den entgegengesetzt wirkenden Zerfliessprozess von Unebenheiten. Demgegenüber bewirkt die geringe oder gar fehlende Schuttbedeckung zwischen den Moränen eine verstärkte Ablation, welche die vorhandene Auftauchbewegung neutralisiert.

6.5.2 Vertikale Geschwindigkeiten der Oberfläche

Für die beabsichtigte Anwendung der Resultate zur indirekten Bestimmung der Massenbilanz (siehe Kap. 7) interessieren speziell die vertikalen Geschwindigkeiten an der Oberfläche. Für den Modellparameter $n = 5$ mit bester Übereinstimmung mit den Messungen der horizontalen Oberflächengeschwindigkeiten zeigt das Bild der räumlichen Verteilung (Abb. 6.12) eine beachtliche Variabilität. Die Bandbreite der Werte liegt im Meterbereich, also in derselben Grössenordnung wie die direkten Feldmessungen der Massenbilanz. Deutlich aufgelöst ist wiederum die Mittelmoräne.

Es ist weder ein von der Meereshöhe abhängiger Gradient noch sonst ein systematischer Trend auszumachen.

Versuche mit einem veränderten Fliessgesetz, das den Verhältnissen sehr kleiner deviatorischer Spannungen besser Rechnung trägt, haben keine entscheidenden Verbes-

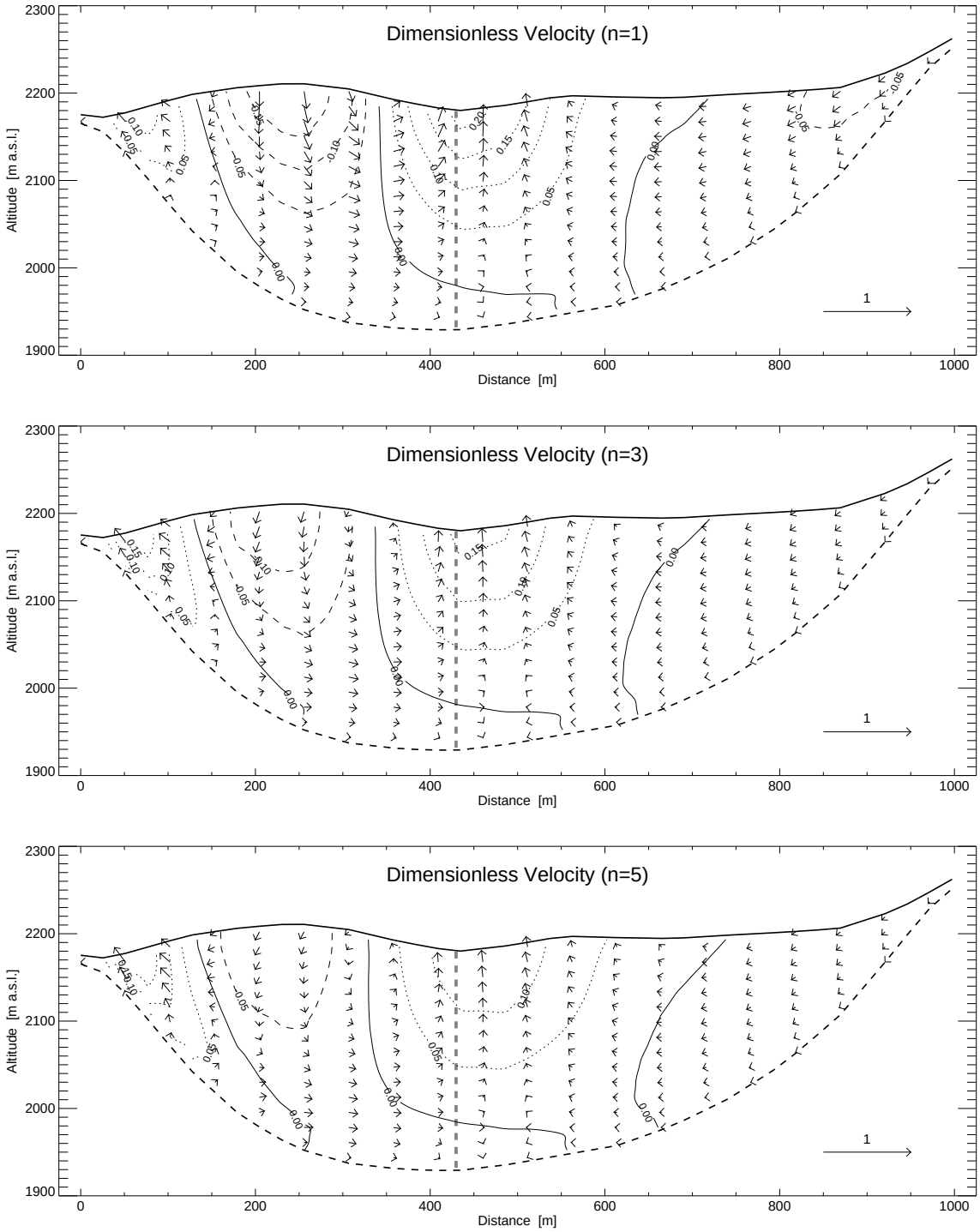

Abbildung 6.10: Verteilung der dimensionslosen Geschwindigkeit für $n = 1$ (oben), $n = 3$ (Mitte) und $n = 5$ (unten) im Querschnitt bei Bohrloch B (grau). Die Konturlinien stellen den relativen Anteil der vertikalen Komponenten am Gesamtbetrag dar.

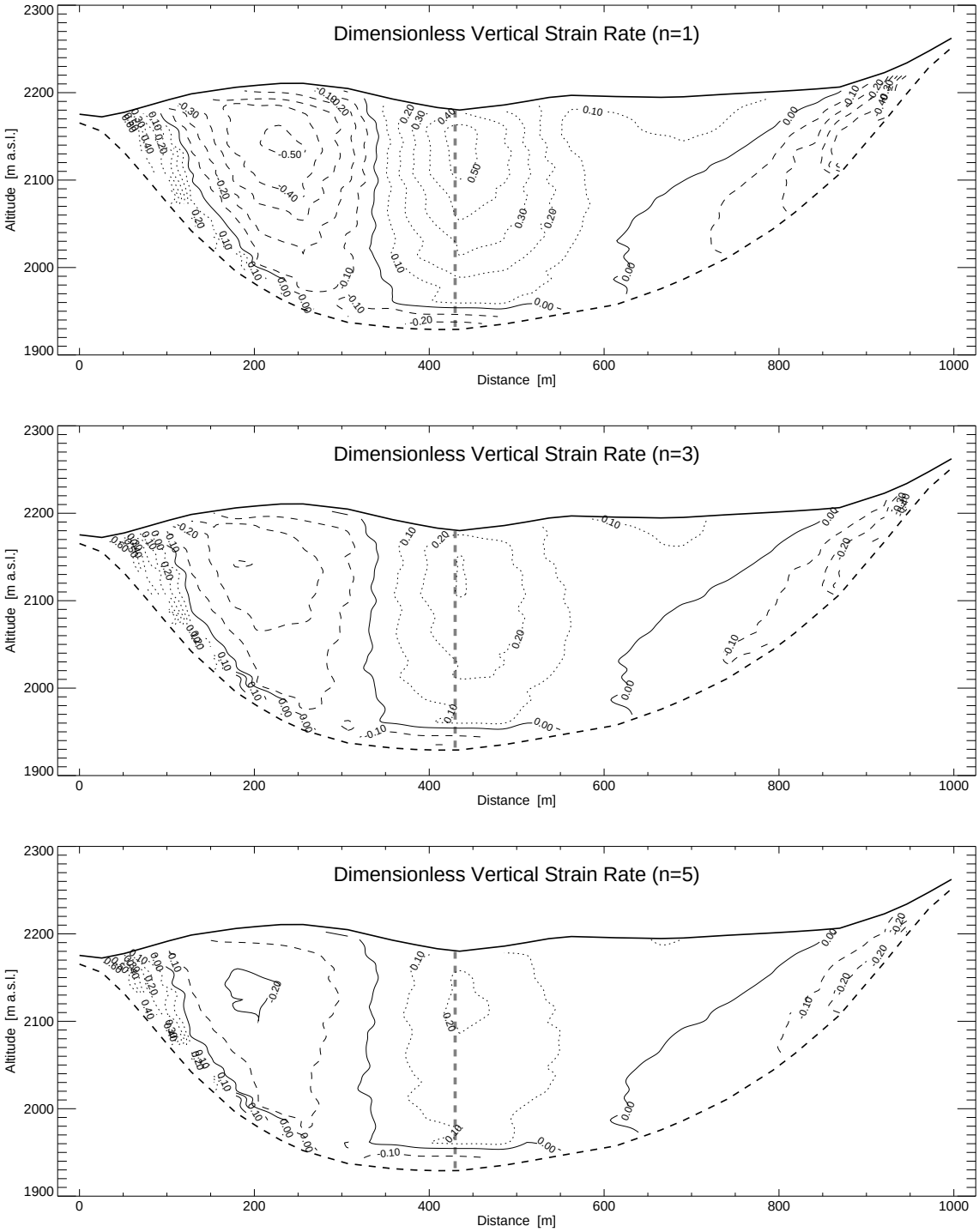

Abbildung 6.11: Verteilung der dimensionslosen, vertikalen Deformationsrate für $n = 1$ (oben), $n = 3$ (Mitte) und $n = 5$ (unten) im Querschnitt bei Bohrloch B (grau).

serungen gezeigt. Es resultieren gering unterschiedliche Werte. Das Bild der räumlichen Verteilung jedoch erfährt keine markante Veränderung. Deutlich zeigt sich, dass die Oberflächentopographie und nicht die allgemeinen Fliesseigenschaften in einem Gletscher für das entstehende Bild der räumlichen Verteilung verantwortlich ist.

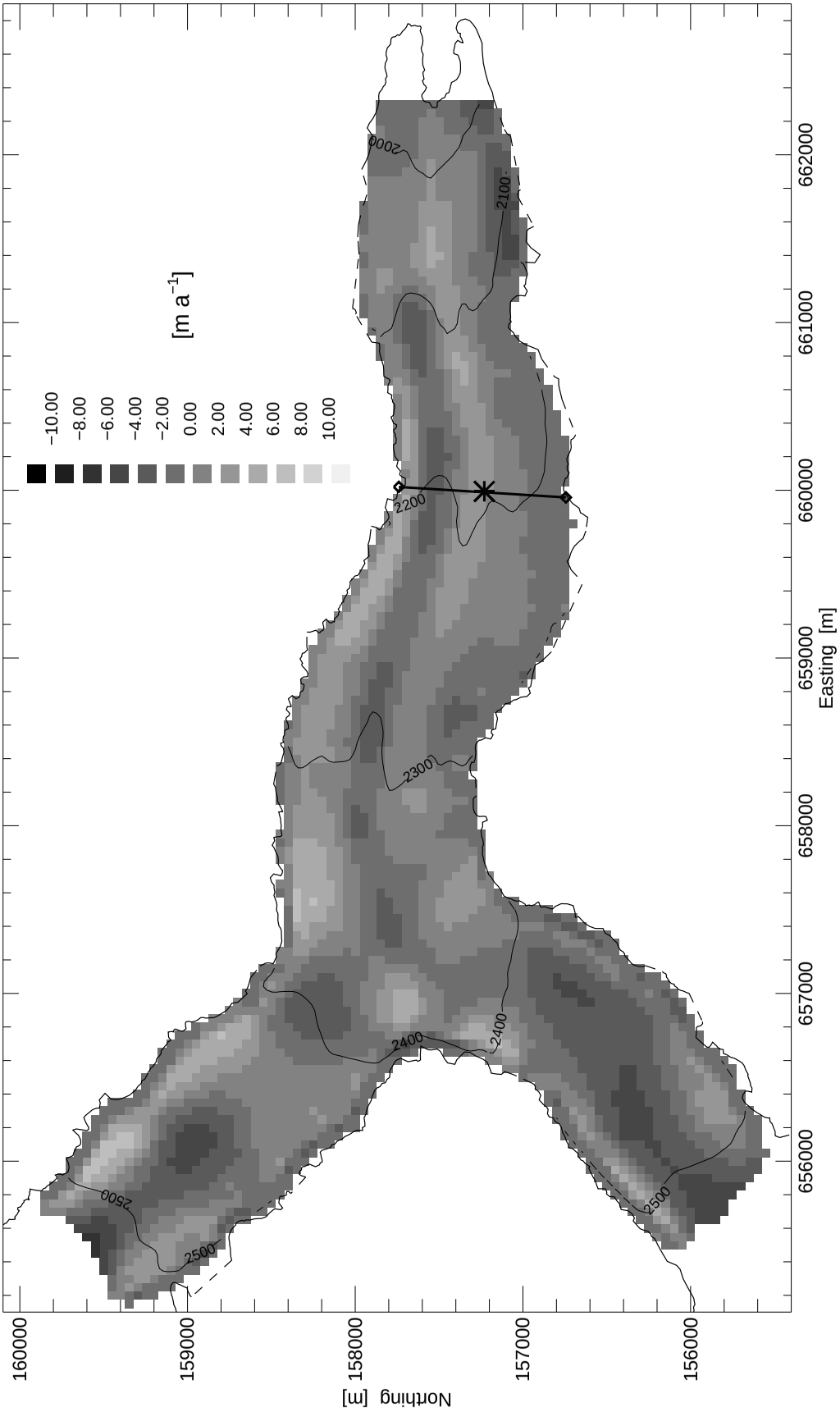

Abbildung 6.12: Die räumliche Verteilung der modellierten vertikalen Geschwindigkeit an der Oberfläche für $n = 5$ in [m a^{-1}]. Die Lage des Bohrlochs ($*$) und des Querprofils ($\diamond\!\!-\!\!\diamond$) sind markiert.

Kapitel 7

Massenbilanz

Die vorhandene Datengrundlage liefert die notwendigen Informationen zur Bestimmung der Massenbilanzverteilung anhand der kinematischen Randbedingung. Die einzelnen Terme der kinematischen Randbedingung werden nochmals ausführlicher erklärt. Die Unterschiede der verschiedenen besprochenen Messverfahren lassen sich anschaulich aufzeigen. Die Implementierung mit ihren möglichen Alternativen wird detailliert diskutiert. Der Hauptteil bildet die ausführliche Besprechung und Analyse der Resultate von zwei untersuchten Jahresperioden. Die Verifikation der Resultate gelingt durch einen Vergleich mit den direkten Feldmessungen (siehe Kap. 3.3).

7.1 Kinematische Randbedingung

Die Massenbilanzrate $\dot{b}(x,y)$ an einem Punkt der Oberfläche lässt sich direkt mit der Oberflächengeschwindigkeit ($\mathbf{v}^{\mathrm{s}} = (v_x, v_y, v_z)$), der zeitlichen Veränderung der Oberflächenhöhe ($\dot{h}(x,y) = \frac{\partial h(x,y)}{\partial t}$) und der Oberflächenneigung ($\frac{\partial h(x,y)}{\partial x}$, $\frac{\partial h(x,y)}{\partial y}$) in funktionalen Zusammenhang setzen. Diese Beziehung beschreibt die kinematische Randbedingung (Gl. 2.5), hier als Funktion der Position (x,y)

$$\frac{\dot{b}(x,y)}{\rho} = \dot{h}(x,y) + v_x(x,y)\,\frac{\partial h(x,y)}{\partial x} + v_y(x,y)\,\frac{\partial h(x,y)}{\partial y} - v_z(x,y) \tag{7.1}$$

dargestellt. Dabei zeigt die z-Achse des Koordinatensystems vertikal nach oben, während die x- und y-Achsen in der Horizontalen liegen.

Während die Pegelmessung die Grössen $\Delta x = v_x\,\Delta t$, $\Delta y = v_y\,\Delta t$, $\Delta z = v_z\,\Delta t$ und $\frac{\dot{b}}{\rho}$ liefert, ermitteln die photogrammetrischen Methoden die Grössen $\Delta h = \frac{\partial h}{\partial t}\,\Delta t$, $\Delta x\,\frac{\partial h}{\partial x} = v_x\,\frac{\partial h}{\partial x}\,\Delta t$, $\Delta y\,\frac{\partial h}{\partial y} = v_y\,\frac{\partial h}{\partial y}\,\Delta t$, $\Delta x = v_x\,\Delta t$ und $\Delta y = v_y\,\Delta t$. In Abbildung 7.1 sind diese diskretisierten Grössen aus der kinematischen Randbedingung nochmals an den zwei überlagerten Momentaufnahmen der Oberfläche dargestellt. Gleichzeitig sind auch die Unterschiede zwischen der Pegelmessung und der photogrammetrischen Höhen- und Bewegungsmessung angegeben.

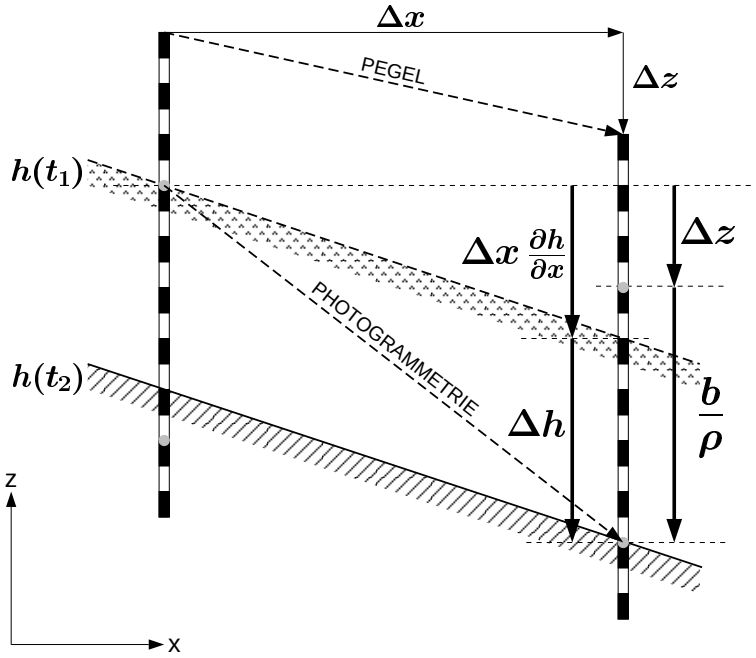

Abbildung 7.1: Die an Pegeln und mit photogrammetrischen Auswertungen messbaren, diskreten Grössen aus der kinematischen Randbedingung Δx, Δz, Δh, $\Delta x \frac{\partial h}{\partial x}$ und $\frac{b}{\rho}$ im zweidimensionalen Fall.

7.1.1 Implementierung der kinematischen Randbedingung

Der erste Term $\dot{h}(x,y)$ auf der rechten Seite der Gleichung 7.1 beschreibt die Höhenänderung, welche als Differenz $\Delta h = h_{t_2}(x,y) - h_{t_1}(x,y)$ zwischen den beiden photogrammetrisch generierten Geländemodellen $h_{t_1}(x,y)$ und $h_{t_2}(x,y)$ hervorgeht (siehe Kap. 4.2). Die Neigung der Oberfläche $\partial_i h(x,y) = \frac{\partial h(x,y)}{\partial x_i}$ im zweiten und dritten Term kann ebenfalls direkt aus den beiden Geländemodellen berechnet werden. Dabei wurde an jedem Ort (x,y) der Mittelwert $\frac{1}{2}(\partial_i h_{t_1} + \partial_i h_{t_2})$ zwischen den beiden Geländemodellen verwendet. Die photogrammetrischen Bewegungsmessungen (Δx, Δy) liefern die horizontalen Komponenten $v_x(x,y) = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ und $v_z(x,y) = \frac{\Delta y}{\Delta t}$ der Geschwindigkeit an der Oberfläche (siehe Kap. 5.1).

Die vertikale Geschwindigkeitskomponente $v_z(x,y)$ im letzten Term auf der rechten Seite der Gleichung 7.1 ist die einzige Grösse, die nicht direkt mit aerophotogrammetrischen Höhen- und Bewegungsmessungen ermittelt werden kann.

Die vertikale Geschwindigkeitskomponente an der Oberfläche ${v_z}^{\mathrm{s}}$ lässt sich aus der Verteilung der vertikalen Deformationsrate $\dot{\epsilon}_{zz}$ durch Integration über die Gletscherdicke $z_{\mathrm{s}} - z_{\mathrm{b}}$ und aus der vertikalen Geschwindigkeitskomponente am Gletscherbett ${v_z}^{\mathrm{b}}$

$$ {v_z}^{\mathrm{s}} = \int_{z_{\mathrm{b}}}^{z_{\mathrm{s}}} \dot{\epsilon}_{zz}\, dz + {v_z}^{\mathrm{b}} \tag{7.2} $$

berechnen. Diese Beziehung bietet eine einfache Möglichkeit zur Abschätzung von v_z. Die horizontalen Deformationsraten entlang der Oberfläche ($\dot{\epsilon}_{xx}$, $\dot{\epsilon}_{yy}$ und $\dot{\epsilon}_{xy}$) können nämlich direkt aus den photogrammetrisch ermittelten, horizontalen Geschwindigkeitskomponenten an der Oberfäche bestimmt werden. Die vertikale Deformationsrate folgt anschliessend aus der Anwendung des Inkompressibilitätkriteriums $\dot{\epsilon}_{ii} = 0$.

Diese Berechnungen mit angewandter Filterung zur Unterdrückung unerwünschter Verstärkung von Messfehlern ist detailliert in Kapitel 5.1 erläutert.

Von den bisherigen Studien, welche die Anwendung der kinematischen Randbedingung zur Bestimmung der Massenbilanzverteilung erprobten, wurde diese Vorgehensweise mit angenommener linearer Variation der vertikalen Deformationsrate über die Dicke eingesetzt (Bauder, 1996; Bauder and Gudmundsson, 1996; Kääb, 1996; Gudmundsson and Bauder, 1999; Kääb and Funk, 1999). Die Annahmen über den Verlauf der vertikalen Deformationsraten mit der Tiefe, die sich höchstens an vereinzelten Stellen überprüfen lassen, erweisen sich in diesen Studien als deutlicher Nachteil.

Eine alternative Bestimmung der vertikalen Geschwindigkeitskomponente an der Oberfläche v_z^{s} wird durch das dreidimensionale numerische Fliessmodell ermöglicht (siehe Kap. 6). Dieses liefert unter anderem alle Komponenten der Geschwindigkeit. Die vorliegende Arbeit befasst sich eingehend mit diesem Ansatz. Im Unterschied zum zuvor beschriebenen Ansatz mit dem angenommenen linearen Verlauf der vertikalen Deformationsraten werden hier die notwendigen Informationen zur Eisdicke bzw. Gletscherbetttopographie eingesetzt, um die Spannungsverhältnisse selbst zu berechnen. Anschliessend kann die vertikale Geschwindigkeitskomponente an den gewünschten Positionen direkt aus den Resultaten des numerischen Fliessmodells anhand der Interpolationsfunktion der Elemente (MARC, 1997; Taylor and Hughes, 1981) ermittelt werden.

7.2 Resultate

Für die beiden aufeinanderfolgenden Perioden 1996–97 und 1997–98 sind die notwendigen Geländemodelle, photogrammetrischen Geschwindigkeitsmessungen und Resultate des numerischen Fliessmodells ermittelt worden, um daraus die Massenbilanz $\frac{b}{\rho} = \frac{\dot{b}}{\rho}\,\Delta t$ zu berechnen.

Die präsentierten Werte der Massenbilanz sind in Meter Eis für das explizite Messjahr zwischen den Zeitpunkten der Luftaufnahmen angegeben. Dies genügt für die beabsichtigten Analysen. Der grösste Teil der mit Resultaten abgedeckten Fläche liegt im Ablationsgebiet. Diese Werte liessen sich mit der Dichte von Eis $\rho_{\mathrm{Eis}} = 917\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$ direkt in Wasseräquivalente umrechnen. Obwohl damit keine entscheidende, zusätzliche Fehlerquelle zu befürchten ist, wurde darauf jedoch verzichtet, um den folgenden Vergleich mit direkten Feldmessungen zu vereinfachen.

7.2.1 Bilanzjahr 1996/97

Die räumliche Verteilung der ermittelten Massenbilanz $\frac{b}{\rho}$ für die Periode 1996–97 ist in Abbildung 7.2 dargestellt. Am Unteraargletscher zeigt sich ein eindeutiges Bild. Ausser im zentralen Bereich der Mittelmoräne und in einer schmalen Zone entlang des orographisch rechten Randes finden sich die im Ablationsgebiet erwarteten, negativen Werte. Während für die ausgeglichene Bilanz der Mittelmoräne die

Schuttbedeckung verantwortlich ist, verstärkt in der Randzone die abgeschattete Orientierung die Wirkung der Schuttbedeckung zusätzlich. In den beiden Zuflüssen Finsteraar- und Lauteraargletscher sind die Resultate weniger klar. Abgesehen von den Ausreissern in den Anfangsbereichen, die als Randeffekte erklärt werden, sind die positiven Werte eher unerwartet, da sie sich immer noch im Ablationsbereich befinden. Die Variationsbreite der Werte erstreckt sich über einen weiten Bereich (siehe Tab. 7.1). In der Darstellung mit der Verteilung der Werte als Funktion der Meereshöhe (Abb. 7.4a) tritt dies sehr deutlich hervor. Dabei beträgt die Variationsbreite etwa die zweifache Standardabweichung (Streuung).

Um die verschiedenen Effekte etwas genauer zu untersuchen, wurde der Beitrag der einzelnen Komponenten $\Delta h = \dot{h}\,\Delta t$, $\Delta x\,\partial_x h + \Delta y\,\partial_y h = v_x\,\partial_x h\,\Delta t + v_y\,\partial_y h\,\Delta t$ und $\Delta z = v_z\,\Delta t$ in der kinematischen Randbedingung (Gl. 2.5) getrennt analysiert (siehe Abb. 7.3). Auf den ersten Blick fällt die unterschiedliche Streuung der Werte auf. Diese ist für die photogrammetrisch ermittelten Höhenänderungen Δh (Abb. 7.3 oben) und die Beiträge der horizontalen Geschwindigkeitskomponenten an der Auftauchbewegung (vertikale Emergenzkomponente) $\Delta x\,\partial_x h + \Delta y\,\partial_y h$ (Abb. 7.3 Mitte) bedeutend kleiner als für die modellierte vertikale Bewegung Δz (Abb. 7.3 unten). Die Folge davon zeigt sich im offensichtlichen Befund, dass das räumliche Verteilungsmuster der vertikalen Bewegungskomponente und der Massenbilanz analog ist. Die genaue Kenntnis der Verteilung der vertikalen Bewegungskomponente ist dehalb für die Bestimmung der Massenbilanz sehr entscheidend.

Die Darstellung der Werte als Funktion der Meereshöhe (Abb. 7.4) verdeutlicht, dass die Streuung der beiden photogrammetrisch ermittelten Terme jeweils etwa halb so gross ist wie diejenige der vertikalen Bewegung und der aus allen Werten zusammen berechneten Massenbilanz.

Die Höhenänderungen (Abb.7.4b) zeigen eine Zunahme als Funktion der Meereshöhe. Dieser Trend ist in Höhenänderungen, die über längere Perioden berechnet werden (siehe Kap. 4.2), ausgeprägt vorhanden. Bei den Anteilen der Auftauchbewegung vom Beitrag der horizontalen Geschwindigkeitskomponente ($\Delta x\,\partial_x h + \Delta y\,\partial_y h$) sind Unterschiede in Zonen mit veränderter Neigung der Oberfläche in Fliessrichtung zu erwarten. Bei Zunahme der Oberflächenneigung vergrössern sich sowohl $\partial_i h$ als auch v_i und verstärken sich gegenseitig. Zwei Zonen zeigen diesen Effekt. Die eine liegt im Finsteraargletscher unterhalb der Einmündung des Strahleggletschers, die andere befindet sich im Lauteraargletscher etwas weniger deutlich ausgeprägt, da am Rand des Datenbereiches.

Tabelle 7.1: Statistische Werte der berechneten Massenbilanz 1996/97

	Anzahl	*Minimum* [m]	*Maximum* [m]	*Mittel* [m]	*Streuung* [m]
Δh	4755	-13.42	8.47	-0.75	1.35
$\Delta x\,\partial_x h + \Delta y\,\partial_y h$	3888	-9.82	4.92	-1.75	1.22
Δz	4615	-10.46	7.27	-0.45	2.55
b/ρ	3842	-13.81	7.45	-2.24	2.60

Die Tabelle 7.1 fasst die statistischen Werte Minimum, Maximum, Mittelwert und

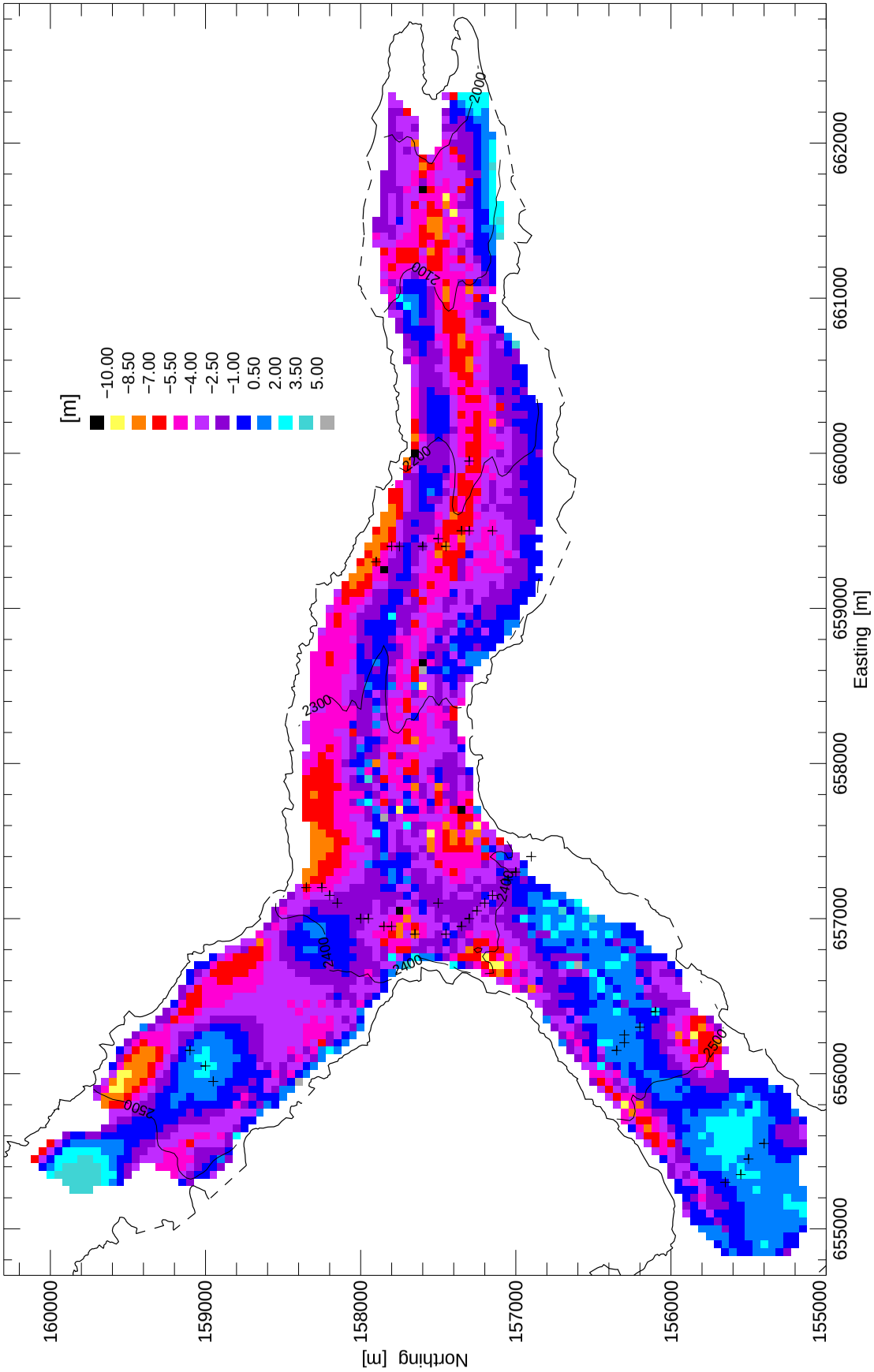

Abbildung 7.2: Räumliche Verteilung der berechneten Massenbilanz (in m Eis) für das Bilanzjahr 1996/97. Die Gitterpunkte mit direkten Feldmessungen sind mit Kreuzen markiert.

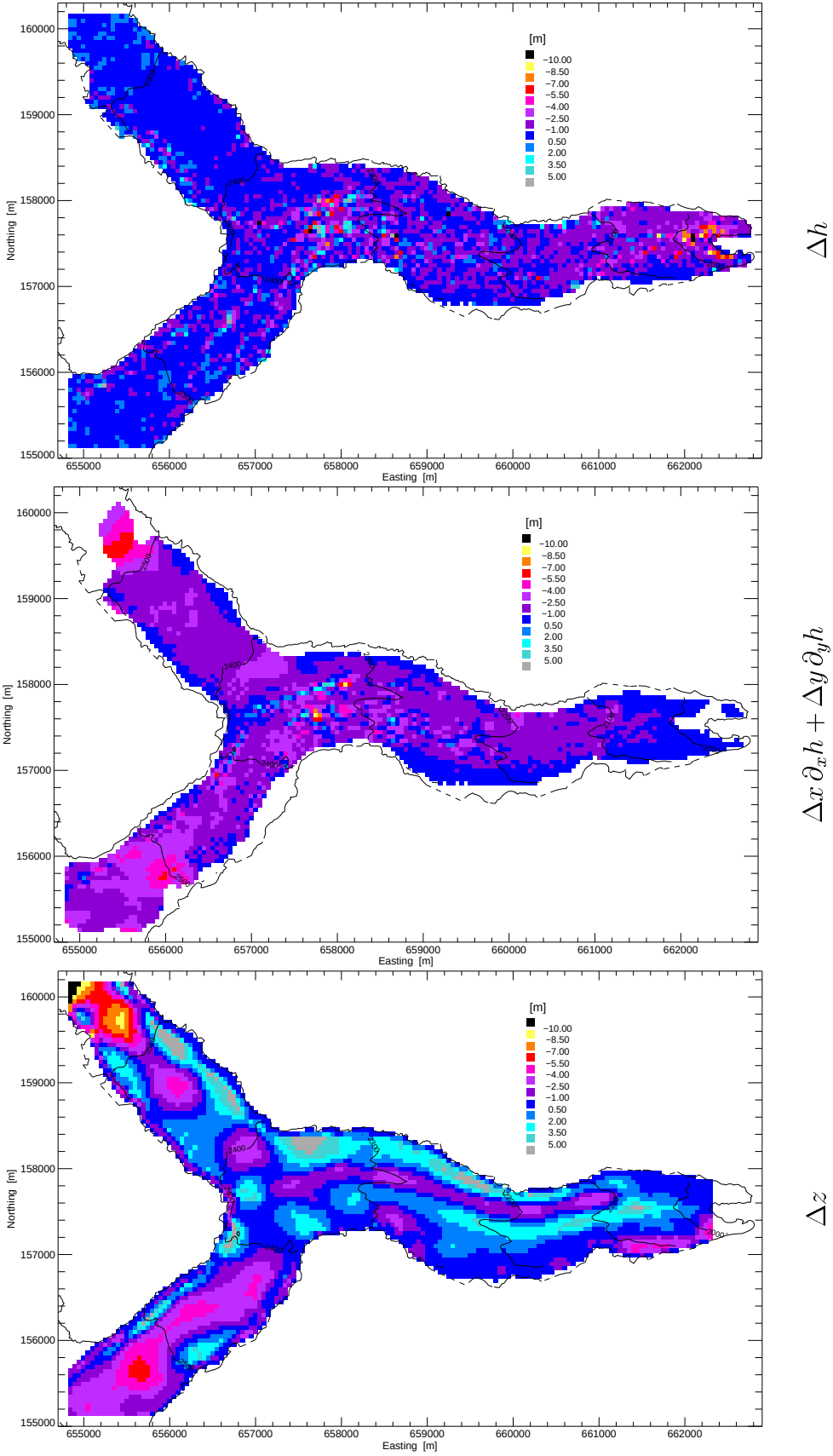

Abbildung 7.3: Räumliche Verteilung der verschiedenen Komponenten der Massenbilanz für das Bilanzjahr 1996/97: Höhenänderungen (oben), horizontale Anteile an der Auftauchbewegung (Mitte) und vertikale Bewegung (unten).

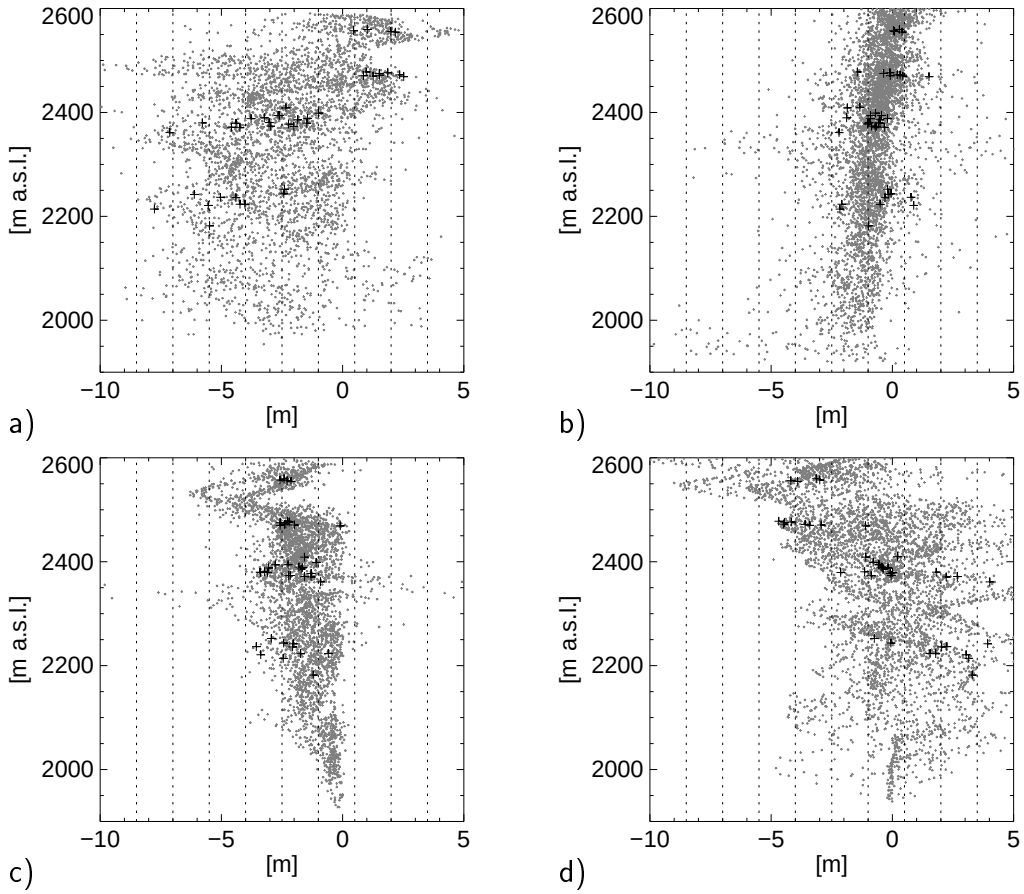

Abbildung 7.4: Die Verteilung der berechneten Massenbilanz b/ρ (a), Höhenänderungen Δh (b), horizontale Anteile an der Auftauchbewegung $\Delta x\,\partial_x h + \Delta y\,\partial_y h$ (c) und die vertikale Bewegung Δz (d) als Funktion der Meereshöhe für die Periode 1996–97 (in m Eis). Die schwarzen Kreuze markieren die entsprechenden Werte der Gitterpunkte mit direkten Massenbilanzmessungen.

Streuung (Standardabweichung) der berechneten Massenbilanz (b/ρ) und der einzelnen Komponeten (Δh, $\Delta x\,\partial_x h + \Delta y\,\partial_y h$, Δz) für die Periode 1996–97 zusammen. Während für alle analysierten Grössen die Variationsbreite in derselben Grössenordung liegt, sind Unterschiede in der Streuung feststellbar. Eine grössere Streuung entspräche durchaus den wahren Verhältnissen und bedeutete nicht zwangsläufig eine geringere Genauigkeit. Der Grund der Streuung muss jedoch abgeklärt werden. Denn falls sich die grössere Streuung als zutreffend erweisen sollte, ist deren genaue Bestimmung von höchster Priorität, da der Einfluss auf die Massenbilanz entscheidend ist.

7.2.2 Bilanzjahr 1997/98

Die Abbildung 7.5 zeigt die räumliche Verteilung der ermittelten Massenbilanz b/ρ für die zweite untersuchte Periode 1997–98. Es präsentiert sich ein weitgehend analoges Bild zur vorangehenden Periode. Die Werte sind jedoch im Mittel um $3\,\mathrm{m\,a^{-1}}$ negativer (Tab. 7.2). Die Variationsbreite und die Streuung sind grösser. Die räumliche Verteilung der verschiedenen Komponenten zeigt ebenfalls keine neuen Erkenntnisse.

Der grösste Unterschied liegt bei der rund 30% grösseren Streuung der Höhenänderungen (siehe auch Kap. 4.2 Tab. 4.5) vor. Dieser Umstand ist vermutlich auch für die grössere Streuung der Massenbilanz um den gleichen absoluten Betrag von 0.5m verantwortlich. Währenddessen resultieren für die Beiträge der beiden horizontalen Geschwindigkeitskomponenten an die Auftauchbewegung ($\Delta x\,\partial_x h + \Delta y\,\partial_y h$) und der vertikalen Bewegung (Δz) dieselben statistischen Werte wie in der vorangehenden Periode.

Tabelle 7.2: Statistische Werte der berechneten Massenbilanz 1997/98

	Anzahl	*Minimum* [m]	*Maximum* [m]	*Mittel* [m]	*Streuung* [m]
Δh	4888	-20.20	8.72	-3.75	1.79
$\Delta x\,\partial_x h + \Delta y\,\partial_y h$	4226	-10.57	4.83	-1.83	1.36
Δz	4713	-11.92	8.30	-0.51	2.78
b/ρ	4155	-17.75	5.89	-5.41	3.18

7.2.3 Genauigkeit

Entscheidend für eine verbreiterte Einsatzfähigkeit der vorgestellten indirekten Massenbilanzbestimmung mit der Methode der kinematischen Randbedingung ist die erreichbare Genauigkeit des Verfahrens. Diese setzt sich direkt aus den Genauigkeiten der einzelnen Terme in der kinematischen Randbedingung (siehe Gl. 2.5) zusammen. Die sinnvolle Anwendbarkeit erfordert deshalb von den eingesetzten Methoden der Fernerkundung und numerischen Fliessmodellierung eine bestimmte Genauigkeit.

Der Fehler $\Delta(\dot{b}/\rho)$ in der bestimmbaren Massenbilanzrate nach der Methode der kinematischen Randbedingung ist:

$$\Delta\left(\frac{\dot{b}}{\rho}\right) = \Delta\left(\dot{h}\right) + \Delta\left(v_x\frac{\partial h}{\partial x}\right) + \Delta\left(v_y\frac{\partial h}{\partial y}\right) + \Delta\left(v_z\right)\ . \tag{7.3}$$

Für die einzelnen Fehlerterme gilt weiter:

$$\Delta\left(\dot{h}\right) = \frac{\sqrt{2}}{\Delta t}\Delta(h) \tag{7.4}$$

$$\Delta\left(v_x\frac{\partial h}{\partial x}\right) = |v_x|\frac{\sqrt{2}\Delta(h)}{\Delta x} + \Delta(v_x)\left|\frac{\partial h}{\partial x}\right| \tag{7.5}$$

$$\Delta\left(v_y\frac{\partial h}{\partial y}\right) = |v_y|\frac{\sqrt{2}\Delta(h)}{\Delta y} + \Delta(v_y)\left|\frac{\partial h}{\partial y}\right|\ . \tag{7.6}$$

Dabei bedeuten die Ausdrücke $\Delta(h)$, $\Delta(v_x)$, $\Delta(v_y)$ und $\Delta(v_z)$ die Genauigkeiten der in die kinematische Randbedingung eingehenden Variablen und entsprechen den expliziten Genauigkeiten der Höhen- und der Geschwindigkeitsbestimmung.

Während die erreichbare Genauigkeit der angewandten aerophotogrammetrischen Höhen- und Bewegungsmessungen im Dezimeterbereich liegt (siehe Kap. 3.6), ist die

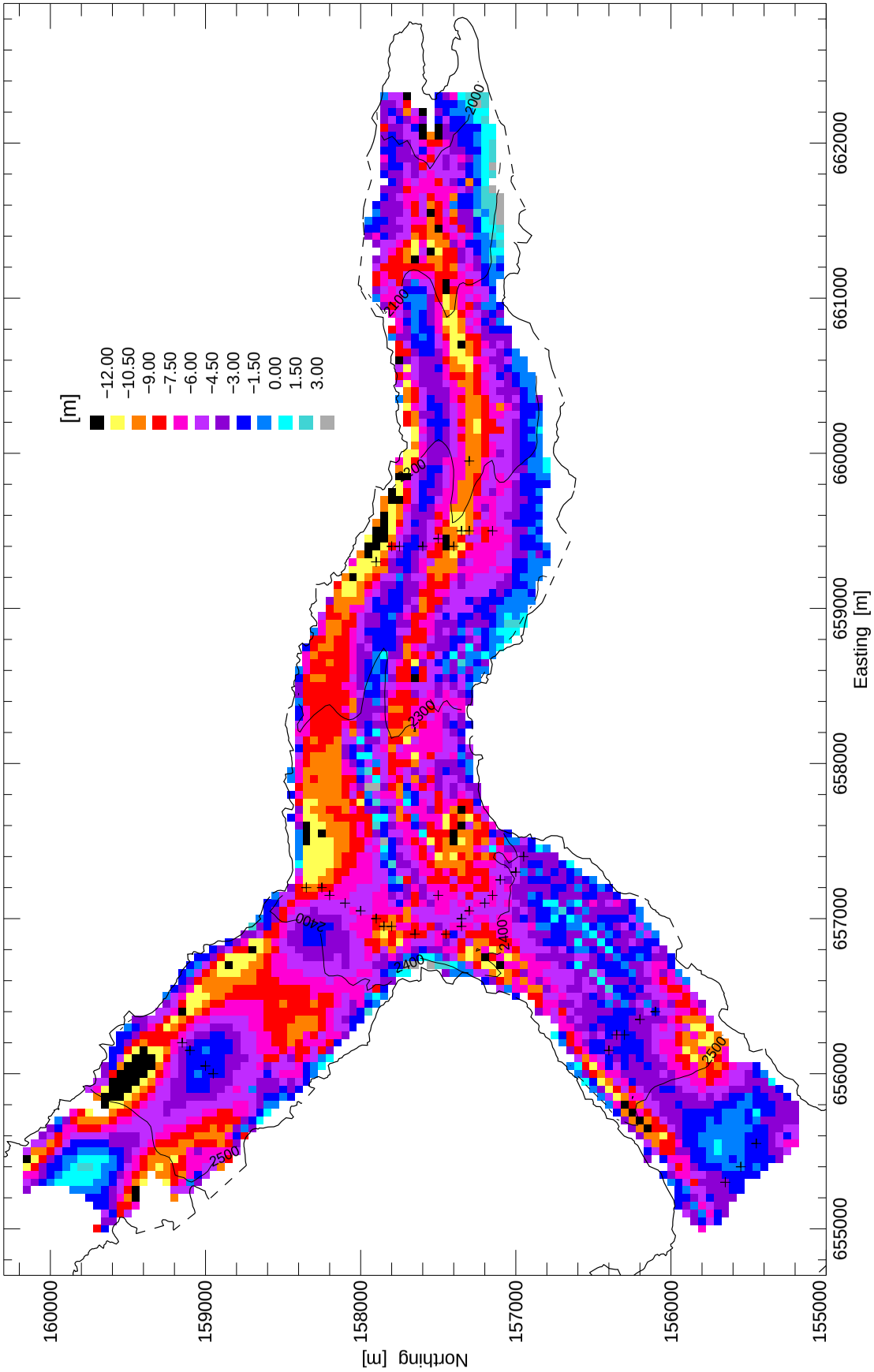

Abbildung 7.5: Räumliche Verteilung der berechneten Massenbilanz (in m Eis) für das Bilanzjahr 1997/98. Die Gitterpunkte mit direkten Feldmessungen sind mit Kreuzen markiert.

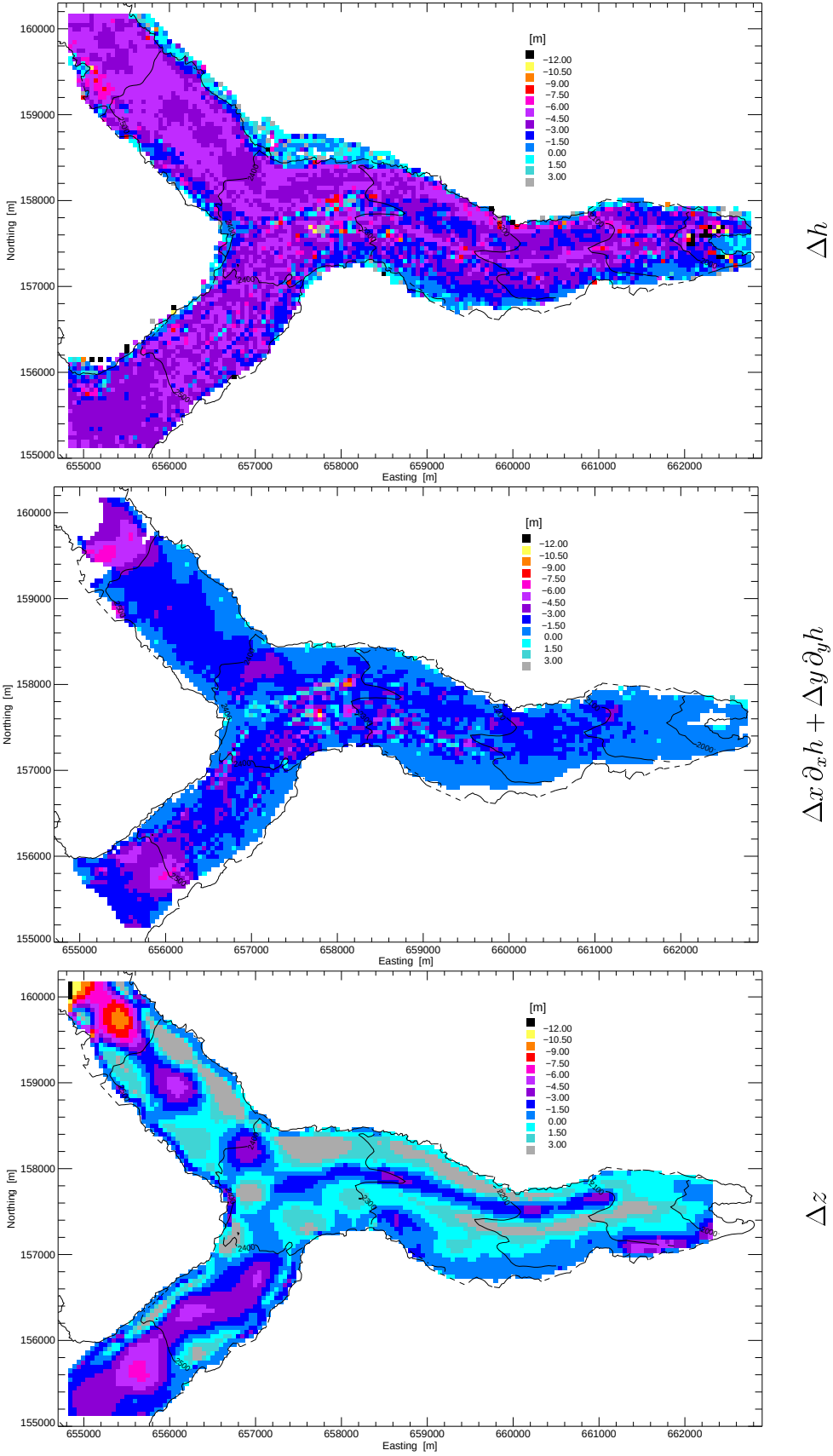

Abbildung 7.6: Räumliche Verteilung der verschiedenen Komponenten der Massenbilanz für das Bilanzjahr 1997/98: Höhenänderungen (oben), horizontale Anteile an der Auftauchbewegung (Mitte) und vertikale Bewegung (unten).

Unsicherheit der berechneten vertikalen Oberflächengeschwindigkeiten viel grösser. Für die Verwendung der berechneten Geschwindigkeiten ist die reine Genauigkeit der Numerik des Modells nämlich zu wenig aussagekräftig, da vielmehr die Realitätstreue der Resultate interessiert. Der für die Modellabstimmung angewandte Vergleich zwischen gemessenen und berechneten, horizontalen Oberflächengeschwindigkeiten liefert eine grobe Angabe der gewünschten Genauigkeit von gut 5 %. Wie direkt dieses Resultat für die horizontalen Geschwindigkeiten auf vertikale übertragen werden kann, ist jedoch ungewiss. Eine unabhängige und genauere Quantifizierung liesse sich durch einen Vergleich mit direkten Feldmessungen bewerkstelligen. Weder die Anzahl noch die räumliche Verteilung der vorhandenen Feldmessungen ist dafür ausreichend. Keine Schlüsse erlauben die Unterschiede in der Streuung zwischen den photogrammetrisch ermittelten, horizontalen Anteilen und den modellierten vertikalen Geschwindigkeitskomponenten. Ein Zusammenhang zwischen der Streuung in den horizontalen und den vertikalen Geschwindigkeiten besteht nicht.

Die ermittelten Werte für die Genauigkeiten der einzelnen Grössen in den beiden untersuchten Perioden 1996–97 und 1997–98 und der daraus resultierende mittlere Fehler sind in Tabelle 7.3 zusammengefasst. Für die Genauigkeiten der photogrammetrischen Geschwindigkeitsbestimmung wurden die aus den vorhandenen Mehrfachmessungen bestimmten, expliziten Werte (Tab. 3.6) verwendet. Eine grobe Fehlerabschätzung mit allgemeineren Annahmen von ± 0.3 m für die Höhengenauigkeit $\Delta(h)$ und generell 5% für jede Komponente der Geschwindigkeit liefert ähnliche Werte wie die Resultate der differenzierten Fehlerbestimmung mit individuell bestimmten Genauigkeiten.

Tabelle 7.3: Genauigkeiten in der Höhen- und Geschwindigkeitsbestimmung und ermittelter, mittlerer Fehler für die berechnete Massenbilanz als absoluter Wert oder relativ zum mittleren Betrag

Periode	$\Delta(h)$	$\Delta(v_x)$	$\Delta(v_y)$	$\Delta(v_z)$	$\left\lvert\Delta\left(\frac{b}{\rho}\right)\right\rvert$	
	[m]	[m a^{-1}]	[m a^{-1}]	[%]	[m]	[%]
1996–97	0.30	0.73	0.65	5	0.77	28
1997–98	0.30	1.27	1.00	5	0.87	16

Die Genauigkeit der berechneten Massenbilanz ist – verglichen mit derjenigen der direkten Feldmessungen (siehe Kap. 3.3 und Anh. A.1) – um das zwei- bis fünffache schlechter. In der Diskussion der Genauigkeit nicht ausser acht gelassen werden darf die Tatsache, dass die kleinräumige Variabilität von Massenbilanzmessungen ebenfalls in der Grössenordnung von Dezimetern liegt (Braithwaite, 1986). Eine generelle, mittlere Genauigkeit von $\pm\,0.8$ m in den Berechnungen stellt für allgemeine weitere Betrachtungen einen realistischen Wert dar.

7.2.4 Gesamtbilanz und Volumenänderung

Nur die Gesamtbilanz und die gesamte Volumenänderung des Gletschers lassen sich direkt miteinander vergleichen (siehe Kap. 2.1). Die für die beiden untersuchten Pe-

rioden ermittelten Werte der Massenbilanz und Höhenänderung decken jedoch nicht die gesamte Gletscherfläche im Einzugsgebiet ab. Ein Vergleich innerhalb eines Sektors des Gletschers ist dennoch möglich, falls die einfliessenden q_{in} und ausfliessenden Eismassen q_{out} mitberücksichtigt werden. Die Kontinuitätsgleichung (Gl. 2.4) auf einen Sektor angewendet lautet diskretisiert

$$\sum_S \frac{\dot{b}}{\rho} = \sum_S \dot{h} + \Delta q \,, \tag{7.7}$$

wobei S hier die Oberfläche des Sektors ist und $\Delta q = q_{\text{out}} - q_{\text{in}}$ die Differenz des Eisabflusses und Eiszuflusses beschreibt.

Für die beiden untersuchten Perioden 1996–97 und 1997–98 wurde ein Sektor bestimmt, der sich von der Zunge bis auf eine Höhe von 2500 m im Lauteraar- und auf 2550 m im Finsteraargletscher erstreckt. Die Tabelle 7.4 fasst die für diesen Sektor berechneten Werte der Gesamtbilanz ($\sum_S b/\rho = \sum_S \dot{b}/\rho\,\Delta t$), der Volumenänderung ($\sum_S \Delta h = \sum_S \dot{h}\,\Delta t$) und der daraus ermittelten Differenz $\Delta q\,\Delta t$ zusammen. Die Dif-

Tabelle 7.4: Vergleich zwischen Gesamtbilanz ($\sum_S b/\rho$) und Volumenänderung ($\sum_S \Delta h$) im Ablationsgebiet (in m^3 Eis)

Periode	*Dauer* [d]	*Punkte/Fläche* [km^2]	$\sum_S b/\rho$ [10^6 m^3]	$\sum_S \Delta h$ [10^6 m^3]	$\Delta q\,\Delta t$ [10^6 m^3]
1996–97	357	3612/9.030	-22.487	-7.638	-14.849
1997–98	390	3969/9.923	-50.571	-34.889	-15.682

ferenz entspricht dem vorhandenen Eiszufluss aus den Firngebieten. Die Resultate zeigen deutlich, dass sich der Zufluss im Gegensatz zur Massenbilanz und Volumenänderung über die beiden aufeinanderfolgenden Perioden kaum verändert. Der Gletscher verhält sich somit stationär, obwohl er sich nicht in einem Gleichgewichtszustand befindet, was der anhaltend massive Rückzug an der Zunge manifestiert. Während Δq nur um 5% variiert, machen die Unterschiede zwischen den beiden untersuchten Bilanzjahren sowohl für die exakte Periodendauer als auch für die zur Verfügung stehenden Datenpunkte (Sektorfläche) 10% aus. Die Übereinstimmung fällt noch besser aus, wenn zusätzlich berücksichtigt wird, dass sich die Grössenordnung der Gesamtbilanz und Volumenänderung zwischen den beiden Perioden markant unterscheidet, diejenige der Differenz – der Eiszufluss also – hingegen kaum.

7.3 Vergleich mit Feldmessungen

Die am Pegelnetz direkt gemessenen Massenbilanzwerte aber auch die ermittelten Geschwindigkeiten bieten nicht nur die Möglichkeit eines Vergleichs mit den Resultaten der berechneten Massenbilanz, sondern auch einer Verifizierung der einzelnen Komponenten in der Gleichung der kinematischen Randbedingung.

7.3.1 Vergleich mit direkten Massenbilanzmessungen

Der Vergleich der bestimmten Massenbilanz mit direkten Feldmessungen stellt eines der wichtigsten Ziele dieser Arbeit dar. Nur so kann eine erfolgversprechende Anwendbarkeit der Methode schlüssig bewiesen werden.

Ein Problem ergibt sich durch die nicht gleichzeitig ausgeführten Pegelmessungen und Aufnahme der Luftbilder. Die Luftaufnahmen waren leider bereits vorhanden, als das Pegelmessnetz zu Beginn dieser Studie im Herbst 1996 eingerichtet wurde. Die Luftbilder im folgenden Herbst wurden bereits Mitte August aufgenommen. Gleichzeitig wurden jedoch nur 7 Pegel abgelesen. Die Witterung bescherte damals einen relativ kühlen Sommer und erst von Anfang August an eine anhaltende Schönwetterperiode über 9 Wochen. Alle Pegel wurden erst danach vollständig abgelesen. Einzig im Herbst 1998 konnten die direkten Messungen gleichzeitig vorgenommen werden. Die nahegelegene Klimastation im SMA-Netz auf dem Grimsel-Hospiz ermöglicht, anhand von Niederschlag und Temperatur die Wettercharakteristik für die Überschneidungsbereiche qualitativ abzuschätzen (SMA-Annalen, 1864-1999). Für die erste Vergleichsperiode ergibt sich folgende Ausgangslage: Während im Herbst 1996 in den nicht registrierten 5.5 Wochen bereits nach 2 Wochen der erste Schneefall eintritt, finden sich im August/September 1997 beinahe 9 Wochen mit ausgesprochen guten Ablationsverhältnissen, in denen die 7 vorhandenen Pegelmessungen Beträge von durchschnittlich gut zwei Metern aufweisen. Die direkten Messungen dürften deshalb zu negativ ausfallen. Dagegen fehlt diese zusätzliche Ablation in der nächsten Periode, wo die direkten Messungen um diesen Betrag zu positiv ausfallen. Eine Korrektur der Massenbilanzwerte aus diesen groben Beobachtungen ist wenig erfolgsversprechend. Deshalb wurde darauf verzichtet. Dagegen wird versucht, diese Einschränkungen direkt bei der Interpretation der beim Vergleich der verschiedenen Datensätze entstehenden Unterschiede zu berücksichtigen.

Für beide Vergleichsperioden stehen rund 40 direkte Messungen zur Verfügung. Die ermittelten Differenzen

$$\Delta b = b^{\mathrm{m}} - b^{\mathrm{c}} \tag{7.8}$$

zwischen direkten Feldmessungen b^{m} und den berechneten Werten b^{c} der beiden Perioden zeigen ein kompliziertes Bild. Die statistische Analyse der Differenzen mit Minimum, Maximum, Mittelwert und Streuung (rms-Abweichung) ist in Tabelle 7.5 enthalten. Nicht nur die grosse Streuung, sondern auch die grossen Extremwerte sind unbefriedigend.

Die Mittelwerte bestätigen die erwartbaren Abweichungen aufgrund der nicht gleichzeitig vorgenommenen direkten Messungen und Aufnahmen der Luftbilder. Weil die Messungen in der ersten Periode zu tief ausgefallen sind, ist ein negativer Mittelwert verständlich. Für die folgende Periode wird jedoch das Gegenteil erwartet. Obwohl für die zweite Periode einige Werte für die versetzte Überschneidung vorhanden wären, ist eine Korrektur der direkten Messungen nicht so leicht möglich. Eine konstante Verschiebung aller Messwerte kommt einer Korrektur der ELA gleich, während eine reine Drehung um den Nullpunkt (ELA) den Höhengradienten $\frac{\partial b}{\partial z}$ verändert. Um die allfällige Ablation bzw. Akkumulation einer Periode zu berücksichtigen, ist weder eine Verschiebung noch eine Drehung, sondern vielmehr die Kombination der beiden in Betracht zu ziehen. Denn obwohl Unterschiede der Ablations-

Tabelle 7.5: Differenzen Δb zwischen gemessener b^{m} und berechneter b^{c} Massenbilanz von allen vorhandenen Stichproben (Δb_{alle}) einerseits und ausschliesslich derjenigen auf dem Unteraargletscher bis zum Zusammenfluss (Δb_{uaar}) andererseits.

	Anzahl	*Minimum* [m]	*Maximum* [m]	*Mittel* [m]	*Streuung* [m]
1996/97					
Δb_{alle}	40	-6.36	3.73	-2.04	2.35
Δb_{uaar}	28	-3.66	3.73	-0.83	1.65
1997/98					
Δb_{alle}	41	-2.68	6.51	1.73	2.40
Δb_{uaar}	29	0.33	6.51	2.90	1.72

bzw. Akkumulationsverhältnisse gleichzeitig auf dem gesamten Gletscher vorhanden sind, haben diese nicht überall gleich starke Auswirkungen.

Die Vergleiche der Variationsbreite zeigt für beide Perioden das gleiche Bild: Die berechneten Werte b^{c} streuen viel mehr als die Messungen b^{m}. Die Darstellung der berechneten Werte gegenüber den direkten Feldmessungen (Abb. 7.7) zeigt dies klar auf. Bei optimaler Übereinstimmung würden alle Datenpunkte auf der gestrichel-

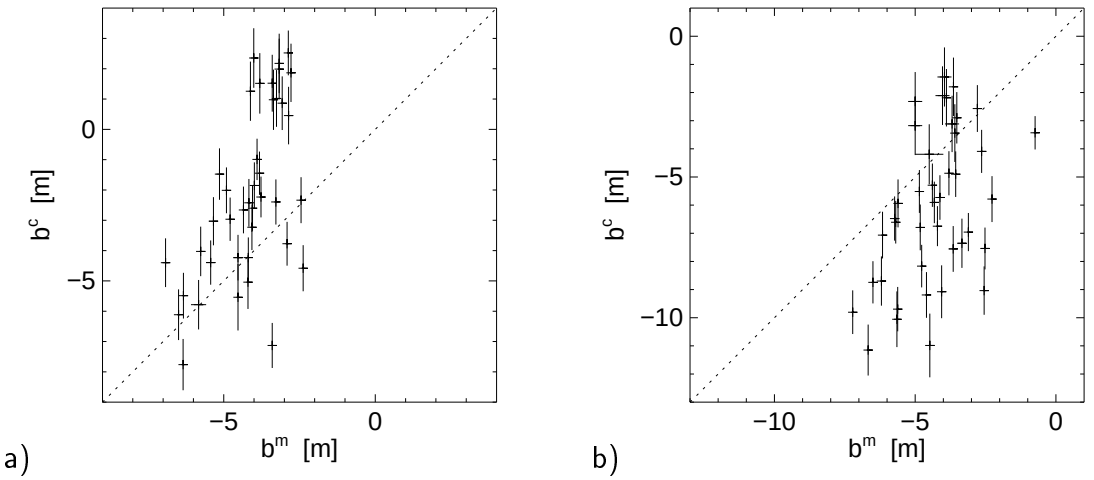

Abbildung 7.7: Vergleich der Massenbilanz : Für die Periode 1996–97 (a, links) und 1997–98 (b, rechts) sind die berechneten Werte b^{c} den direkten Feldmessungen b^{m} gegenübergestellt. Werte in m Eis.

ten Diagonale zu liegen kommen. Besonders in der ersten Periode (1996–97, links) sind zwei deutlich voneinander getrennte Wertebereiche auszumachen. In einer abgesetzten Zone mit schlechter Übereinstimmung konzentrieren sich einige Punkte mit positiven Werten für die berechnete Massenbilanz b^{c}, während die zugehörigen direkten Messungen b^{m} negativ ausfallen. Die Identifikation dieser Punkte sollen die folgenden, räumlichen Analysen ermöglichen. Würde für die zweite Periode (1997–98, rechts) die in den direkten Messungen nicht erfasste Zeitperiode im Herbst 97 mit zusätzlicher Ablation berücksichtigt und alle Datenpunkte in Abbildung 7.7b) um gut 2 m horizontal nach links verschoben, ergäbe sich ein ähnliches Bild der gegenseitigen Übereinstimmung wie für die erste Periode.

7.3.1.1 Räumliche Verteilung

Um die Übereinstimmung einzelner Punkte genauer zu analysieren, muss die räumliche Verteilung der Differenzen herangezogen werden. In den Darstellungen der

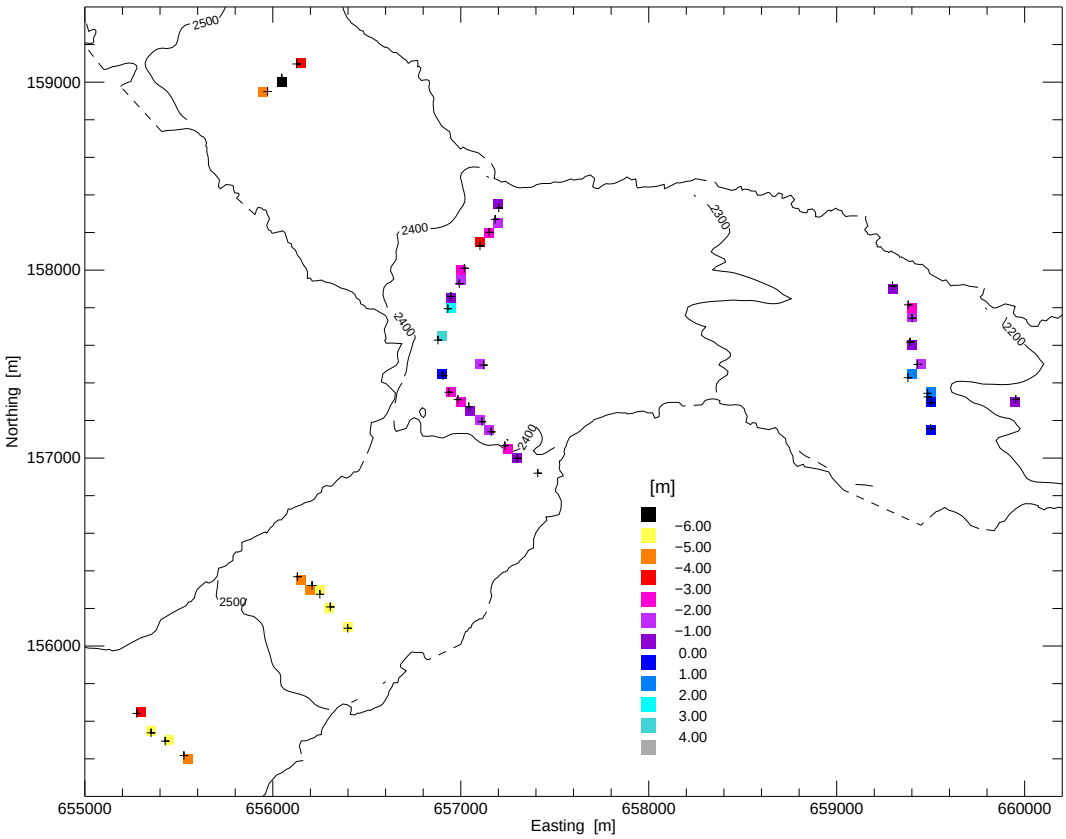

Abbildung 7.8: Räumliche Verteilung der Differenzen $b^{\mathrm{m}} - b^{\mathrm{c}}$ zwischen direkten Messungen und Berechnungen der Massenbilanz für die Periode 1996–97. Die Kreuze markieren die genaue Position der Messpegel.

räumlichen Verteilung der Differenzen (Abb. 7.8 und 7.9) lassen sich für beide Perioden zwei Zonen unterscheiden. Die eine umfasst den Unteraargletscher bis hin zum Zusammenfluss, die andere den Lauteraar- und Finsteraargletscher.

Während die Differenzen von 1996/97 im Unteraargletscher bis zum Zusammenfluss mit zwei Ausnahmen, in welchen die Verhältnisse (Schuttbedeckung, Fliesseigenschaften) kleinräumig sehr stark variieren, im Bereich von -3 m bis 2 m (bis 50 % der direkten Messungen) liegen, können die erreichten Abweichungen weiter oben im Lauteraar- und Finsteraargletscher erst recht nicht befriedigen. Dabei ist nicht nur der Betrag, sondern auch die einseitige negative Abweichung störend. Die Differenzen der folgenden Periode repräsentieren das umgekehrte Bild. Diejenigen Werte im Lauteraar- und Finsteraargletscher variieren mit einer positiven Ausnahme zwischen -2.5 m und 0 m. Unterhalb des Zusammenflusses finden sich ausschliesslich positive Abweichungen in einem – mit 1996/97 verglichen – konzentrierteren Bereich bis 6 m (Abb. 7.9).

Der unterschiedliche Höhenbereich der beiden Zonen erfordert, die Verteilung der direkten Messungen, der berechneten Werte und der Abweichungen ebenfalls als

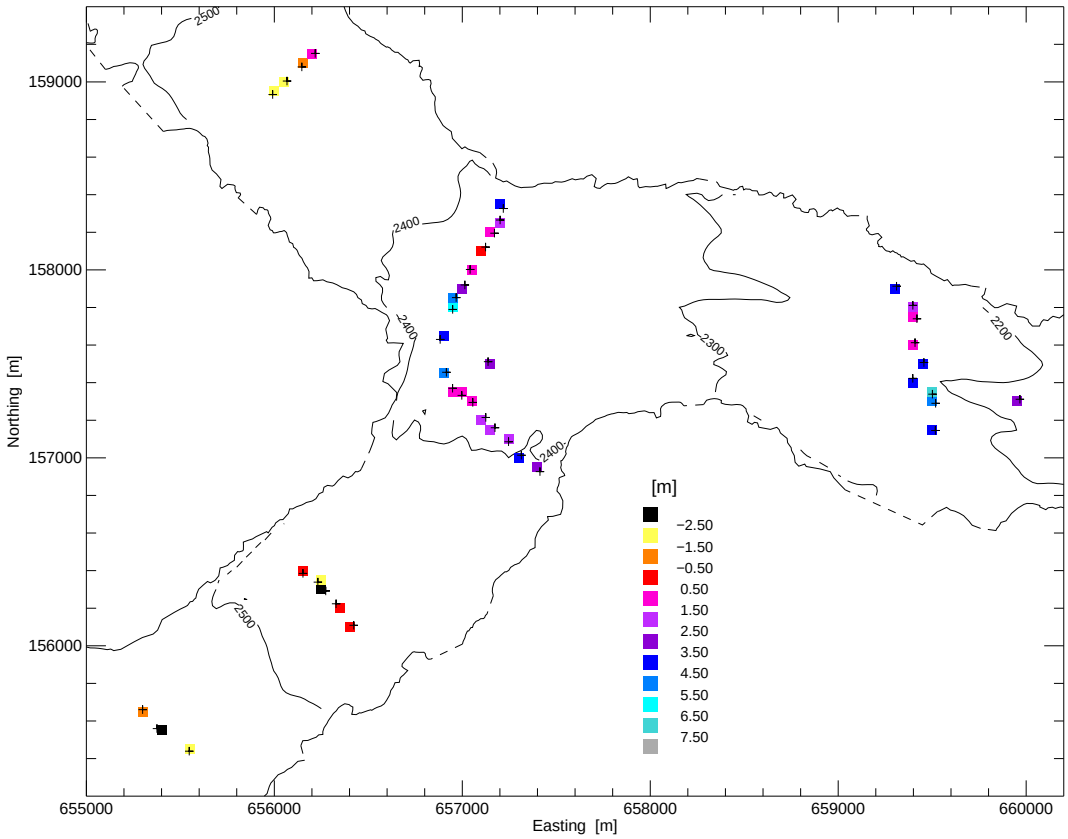

Abbildung 7.9: Räumliche Verteilung der Differenzen $b^{\mathrm{m}} - b^{\mathrm{c}}$ zwischen direkten Messungen und Berechnungen der Massenbilanz für die Periode 1997–98. Die Kreuze markieren die genaue Position der Messpegel.

Funktion der Meereshöhe zu betrachten (Abb. 7.10). In beiden Perioden weicht der Verlauf (mit zunehmender Meereshöhe) von Messungen (blaue +) und Berechnungen (rote +) deutlich voneinander ab. Der Verdacht wird erhärtet, dass es sich um unerwünschte, systematische Abweichungen handelt. In beiden Fällen weisen die

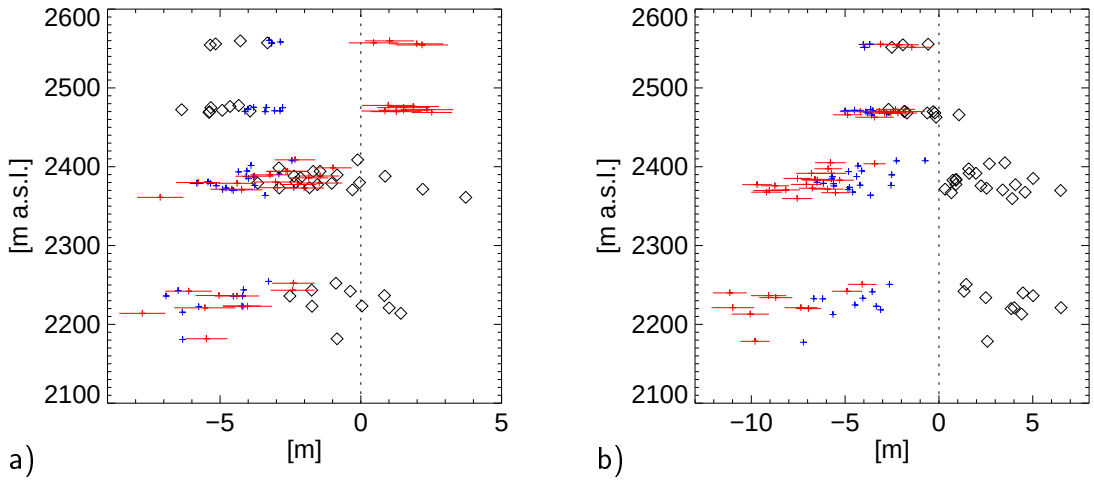

Abbildung 7.10: Vergleich der direkten Feldmessungen b^{m} (blaue +) und der Berechnungen b^{c} (rote +) mit den Differenzen Δb ($\diamond$) als Funktion der Meereshöhe für die Periode 1996–97 (links, a) und 1997–98 (rechts, b). Werte in m Eis.

Messungen einen stärkeren Höhengradienten auf, was auch die in Abbildung 7.7 festgestellte, grössere Streuung erklärt. Der Unterschied zwischen den beiden Perioden zeigt sich in den dargestellten Differenzen (Δb, $\diamond$). Während 1996/97 die Abweichungen bei den Pegeln unterhalb des Zusammenflusses (< 2450 m) gleichmässig um 0 verteilt sind (Abb. 7.10a), passen 1997/98 die Messungen b^{m} und Berechnungen b^{c} im Lauteraar- und Finsteraargletscher besser überein (Abb. 7.10b). Dieser Unterschied ist wiederum in den nicht gleichzeitig aufgenommenen Luftbildern und direkten Feldmessungen begründet.

Die Analysen der räumlichen und speziell der meereshöheabhängigen Verteilung haben die unterschiedlichen Werte eindeutig verschiedenen Zonen zugeordnet. Deshalb wurden die statistischen Analysen der 28 bzw. 29 Werte im Unteraargletscher und beim Zusammenfluss nochmals getrennt durchgeführt (Tab. 7.5). Einerseits ist eine Verbesserung der Streuung zu verzeichnen. Die Streuung sowie die Variationsbreite sind denn auch durch die ungleiche Periodendauer weniger oder kaum beeinflusst. Der Wert von 1.65 m beziehungsweise 1.72 m ist nahezu identisch in beiden Perioden. Setzt man diesen Betrag in Relation zur berechneten Genauigkeit von 0.8 m, erhält man ein sehr befriedigendes Resultat. Nicht ausser acht gelassen werden darf, dass die Lage einiger Pegel speziell und von lokal kleinräumigen Verhältnissen (Schuttbedeckung, Moränen) geprägt ist. Die viel gröbere Auflösung der Berechnungen vermag solche kleinräumigen Verhältnisse nicht zwangsläufig widerzugeben. Andererseits entspricht der Mittelwert den Erwartungen durch die direkten Feldmessungen besser. Während in der Periode 1996–97 mit einer leicht negativen Differenz gerechnet werden darf, ist eine positive Abweichung um mehrere Meter für die nachfolgende Periode vorhanden. Die entscheidende Erkenntnis ist jedoch, dass in der tieferen Zone die gemessenen und die berechneten Massenbilanzwerte besser aber kaum befriedigend übereinstimmen.

Die Frage der Repräsentativität der gewählten Standorte der direkten Feldmessung lässt sich noch zusätzlich erörtern. In den Darstellungen mit der Verteilung der Massenbilanz, der Höhenänderungen, der horizontalen Anteile an der Auftauchgeschwindigkeit und der vertikalen Geschwindigkeiten als Funktion der Meereshöhe (Abb. 7.4) sind diejenigen Datenpunkte mit zugehörigen direkten Feldmessungen speziell markiert. Aus der Verteilung geht klar hervor, dass die gesamte Variationsbreite im Gegensatz zum höhenabhängigen Verlauf jeweils sehr gut abgedeckt ist.

7.3.2 Vergleich mit Geschwindigkeitsmessungen

Um den systematisch scheinenden Abweichungen und Unterschieden noch genauer auf den Grund zu gehen, wurden die direkten Messungen der Oberflächengeschwindigkeiten hinzugezogen. Zur Verfügung stehen einige wenige, horizontale und vertikale Geschwindigkeiten von wiederholt terrestrisch vermessenen Pegeln (siehe Kap. 3.3). Damit soll ein möglicher, entscheidender Einfluss aufgedeckt werden.

Einerseits können die terrestrisch bestimmten Geschwindigkeiten einiger Pegel zu Hilfe genommen werden, um die Massenbilanz zu berechnen und damit die direkte Messung zu überprüfen. Andererseits lassen sich die horizontalen und vertikalen

terrestrischen Geschwindigkeitsmessungen auch direkt mit den verwendeten, photogrammetrisch gemessenen, horizontalen und modellierten vertikalen Geschwindigkeiten vergleichen und so allfällige Abweichungen feststellen.

7.3.2.1 Massenbilanzvergleich

Zur Bestimmung der Massenbilanz mittels kinematischer Randbedingung können anstatt der photogrammetrisch ermittelten, horizontalen und modellierten vertikalen Geschwindigkeiten direkt auch die Geschwindigkeitsmessungen an den Pegeln verwendet werden. Dazu wurden die beiden in Tabelle 3.2 aufgeführten Datensätze vom Winter 1996/97 und Sommer 1998 verwendet. Damit diese Messungen, die zum Teil den geringeren Wintergeschwindigkeiten entsprechen, Jahresgeschwindigkeiten repräsentieren, wurden die Beträge mit den photogrammetrisch ermittelten Geschwindigkeit skaliert. Es wurde analog zur Abstimmung des Fliessmodells vorgegangen (siehe Kap. 6, Gl. 6.10). Die Problematik der zeitlichen Übereinstimmung der Pegelablesung (Massenbilanz), der Pegelvermessung (Geschwindigkeit) und der Aufnahme der Luftbilder ist dadurch jedoch nicht ganz sauber behoben. Für die beiden Perioden konnte die Massenbilanz b^{s} für 28 beziehungsweise 19 Pegelstangen gewonnen werden. Diese wurden den entsprechenden Werten der direkten Feldmessungen b^{m} und den Berechnungen aus photogrammetrisch bestimmten, horizontalen und modellierten vertikalen Oberflächengeschwindigkeiten b^{c} gegenübergestellt. Die statistische Analyse mit Maximum, Minimum, Mittelwert und Streuung der drei Datensätze (b^{m}, b^{s}, b^{c}) und ihrer jeweiligen Differenzen ($b^{\mathrm{m}} - b^{\mathrm{s}}$, $b^{\mathrm{m}} - b^{\mathrm{c}}$, $b^{\mathrm{s}} - b^{\mathrm{c}}$) ist in Tabelle 7.6 zusammengefasst. Eine eindeutige Aussage ist problematisch. Wird der Mittelwert der Abweichungen betrachtet, so zeigt sich für die Periode 1996–97 die beste Übereinstimmung zwischen b^{s} und b^{c}, während für die folgende Periode b^{m}

Tabelle 7.6: Statistische Werte für die unterschiedlich ermittelten Massenbilanzen und deren Differenzen an ausgewählten Pegelstandorten

	Anzahl	*Minimum* [m]	*Maximum* [m]	*Mittel* [m]	*Streuung* [m]
1996/97	28				
b^{m}		-6.92	-0.66	-4.38	1.39
b^{s}		-6.91	0.66	-3.30	1.86
b^{c}		-7.86	-0.40	-3.47	2.06
$b^{\mathrm{m}} - b^{\mathrm{s}}$		-3.53	1.35	-1.08	1.13
$b^{\mathrm{m}} - b^{\mathrm{c}}$		-3.71	3.30	-0.91	1.80
$b^{\mathrm{s}} - b^{\mathrm{c}}$		-2.68	3.92	0.16	1.47
1997/98	19				
b^{m}		-6.50	-0.74	-4.15	1.42
b^{s}		-7.20	-1.01	-3.68	1.71
b^{c}		-10.59	-1.76	-6.10	2.10
$b^{\mathrm{m}} - b^{\mathrm{s}}$		-2.35	4.09	-0.47	1.49
$b^{\mathrm{m}} - b^{\mathrm{c}}$		-1.88	6.37	1.95	2.00
$b^{\mathrm{s}} - b^{\mathrm{c}}$		-0.29	5.63	2.42	1.60

und b^s die geringste mittlere Differenz aufweisen.

Bildet jedoch die lineare Korrelation die Entscheidungsgrundlage für das Mass der Übereinstimmung, folgt eine divergente Aussage. Dazu sind in Abbildung 7.11 jeweils zwei Datensätze einander gegenübergestellt: b^s und b^m (links), b^c und b^m (Mitte) und b^c und b^s (rechts). Grundsätzlich passen die direkten Messungen (b^m) besser

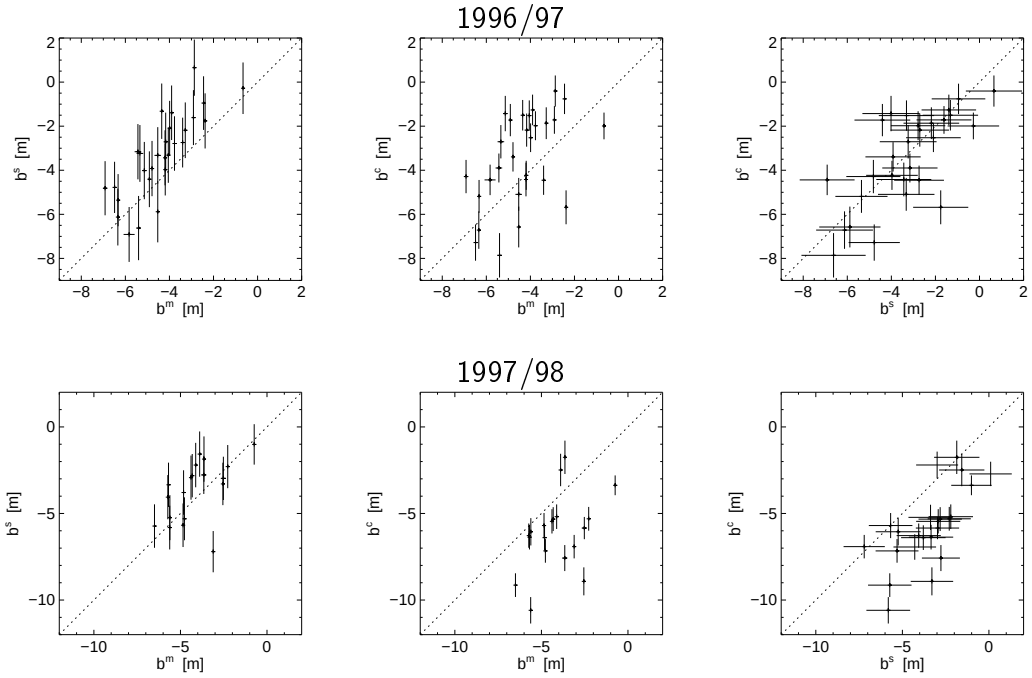

Abbildung 7.11: Vergleiche zwischen den unterschiedlich ermittelten Massenbilanzwerten b^m, b^s, und b^c an ausgewählten Pegeln für die Periode 1996–97 (oben) und 1997–98 (unten).

mit den berechneten Massenbilanzwerten aus den Pegelgeschwindigkeiten (b^s) als mit denjenigen aus den Oberflächengeschwindigkeiten (b^c) überein. Dieser Befund ist zu erwarten, da sowohl die direkten Messungen der Massenbilanz als auch die Pegelgeschwindigkeiten die Verhältnisse der gleichen Position wiedergeben, während die photogrammetrisch bestimmten, gefilterten und die numerisch modellierten Geschwindigkeiten weniger lokal repräsentativen Charakter haben. Jedoch zeigt keiner der Vergleiche eine wirkliche Korrelation ($r > 0.9$).

Zwischen den direkt gemessenen (b^m) und berechneten (b^c) Massenbilanzwerten wurden Unterschiede im Verlauf mit der Meereshöhe festgestellt (siehe Abb. 7.10). Um diese weiter zu begründen, wurden b^m und b^c den aus den Pegelgeschwindigkeiten berechneten Werte (b^s) gegenübergestellt (Abb. 7.12). Während sich für die erste Periode 1996–97 der Verlauf mit der Höhe für b^s recht gut mit demjenigen für b^c deckt, ist für die zweite Periode keine sinnvolle Aussage möglich, da in tiefer Lage nur ein einziger Wert vorhanden ist und der verbleibende Höhenbereich zu begrenzt ist.

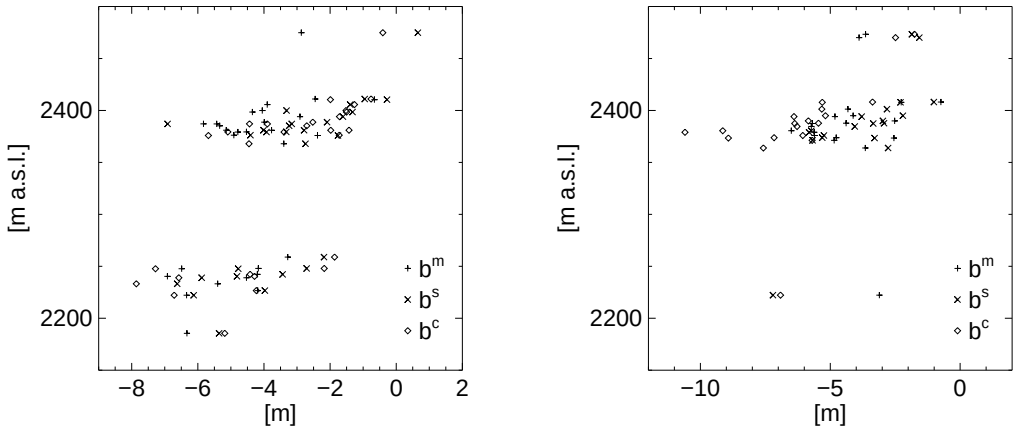

Abbildung 7.12: Gegenüberstellung der unterschiedlich ermittelten Massenbilanzwerte b^{m} (+), b^{s} (×) und b^{c} (⋄) an ausgewählten Pegeln, dargestellt als Funktion der Meereshöhe für die Periode 1996–97 (links) und 1997–98 (rechts).

7.3.2.2 Geschwindigkeitsvergleich

Die Analyse der aus den gemessenen Pegelgeschwindigkeiten direkt für die Pegelstangen berechneten Massenbilanzwerte stützt die Glaubwürdigkeit der direkten Feldmessungen und erhärtet den Verdacht, dass die Differenzen im Lauteraar- und Finsteraargletscher eher auf die ungenügenden Resultate der Modellierungen zurückzuführen sind. Bereits die räumliche Verteilung der berechneten Massenbilanzen und vertikalen Geschwindigkeitskomponenten an der Oberfläche (siehe Abb. 7.2 und 7.3) beweisen, dass der genauen Ermittlung der vertikalen Geschwindigkeit eine entscheidende Bedeutung für die indirekte Massenbilanzbestimmung zukommt.

Bevor nun die vertikale Komponente der Oberflächengeschwindigkeit eingehender analysiert wird, sollen an den Gitterpunkten der miteinander verglichenen Massenbilanzwerte die Differenzen zwischen den horizontalen Komponenten der gemessenen und berechneten, skalierten Oberflächengeschwindigkeiten separat überprüft werden (Abb. 7.13). Diese Gegenüberstellung ($\mathbf{v}_h^{\mathrm{m}} - \mathbf{v}_h^{\mathrm{c}}$) bestätigt keine deutlich grösseren Abweichungen im Finsteraar- und Lauteraargletscher (> 2450 m), wo die Übereinstimmung im Vergleich der Massenbilanzwerte zuwenig befriedigte. Die modellierten Geschwindigkeiten an der Oberfläche können deshalb nicht von vornherein als falsch angenommen werden.

Nur der Vergleich von gemessenen mit berechneten vertikalen Geschwindigkeiten kann eine Entscheidungsgrundlage darstellen. Dazu wurden die terrestrisch vermessenen Pegelgeschwindigkeiten $\mathbf{v}^{\mathrm{s}}$ (siehe Kap. 3.3, Tab. 3.2) zuerst anhand der photogrammetrischen, horizontalen Geschwindigkeitsmessungen $\mathbf{v}^{\mathrm{m}}$ auf Jahresgeschwindigkeiten skaliert. In der anschliessenden Gegenüberstellung mit den resultierenden Geschwindigkeiten des Fliessmodells $\mathbf{v}^{\mathrm{c}}$ wurde je die horizontale (v_h) und vertikale (v_z) Komponente getrennt analysiert (Abb. 7.14 und Tab. 7.7). In beiden Perioden zeigt sich ein ähnliches Bild. Während die Übereinstimmung der horizontalen Komponente zwischen terrestrisch vermessener und modellierter Geschwindigkeit befriedigend ausfällt, passen die vertikalen Komponenten viel schlechter zusammen. Die Variationsbreite der modellierten Geschwindigkeit ist in beiden Vergleichsperioden grösser als diejenige der gemessenen. Die mittleren Differenzbeträge der horizon-

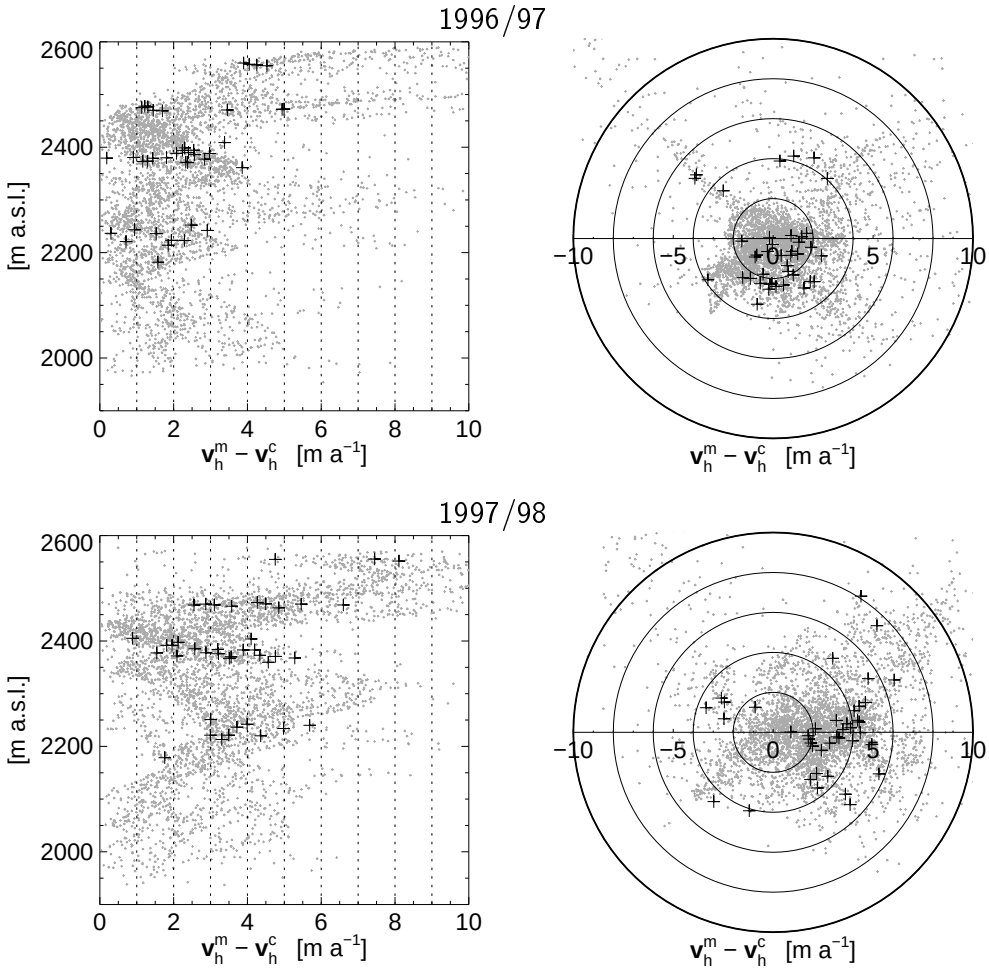

Abbildung 7.13: Betrag als Funktion der Meereshöhe (links) und Richtung (rechts) der Differenzvektoren $\mathbf{v}_h^{\mathrm{m}} - \mathbf{v}_h^{\mathrm{c}}$ zwischen gemessener und berechneter horizontaler Oberflächengeschwindigkeit für die Periode 1996–97 (oben) und 1997–98 (unten). Die schwarzen Kreuze heben diejenigen Datenpunkte mit zugehörigen, direkten Messungen der Massenbilanz hervor.

talen Geschwindigkeiten von gut $2.5\,\mathrm{m\,a^{-1}}$ in beiden Vergleichsperioden können die Vermutung einer ungenügenden Repräsentation der vorhandenen Verhältnisse durch die modellierten Geschwindigkeiten nicht ganz von der Hand weisen.

Tabelle 7.7: Differenzen zwischen direkt gemessenen und modellierten Geschwindigkeiten an ausgewählten Pegeln

	Anzahl	*Minimum* $[\mathrm{m\,a^{-1}}]$	*Maximum* $[\mathrm{m\,a^{-1}}]$	*Mittel* $[\mathrm{m\,a^{-1}}]$	*Streuung* $[\mathrm{m\,a^{-1}}]$
1996/97	28				
$v_h^{\mathrm{c}} - v_h^{\mathrm{s}}$		0.28	8.79	2.60	2.01
$v_z^{\mathrm{c}} - v_z^{\mathrm{s}}$		-2.74	4.52	0.16	1.51
1997/98	23				
$v_h^{\mathrm{c}} - v_h^{\mathrm{s}}$		0.20	8.64	2.50	2.09
$v_z^{\mathrm{c}} - v_z^{\mathrm{s}}$		-0.75	5.26	2.13	1.53

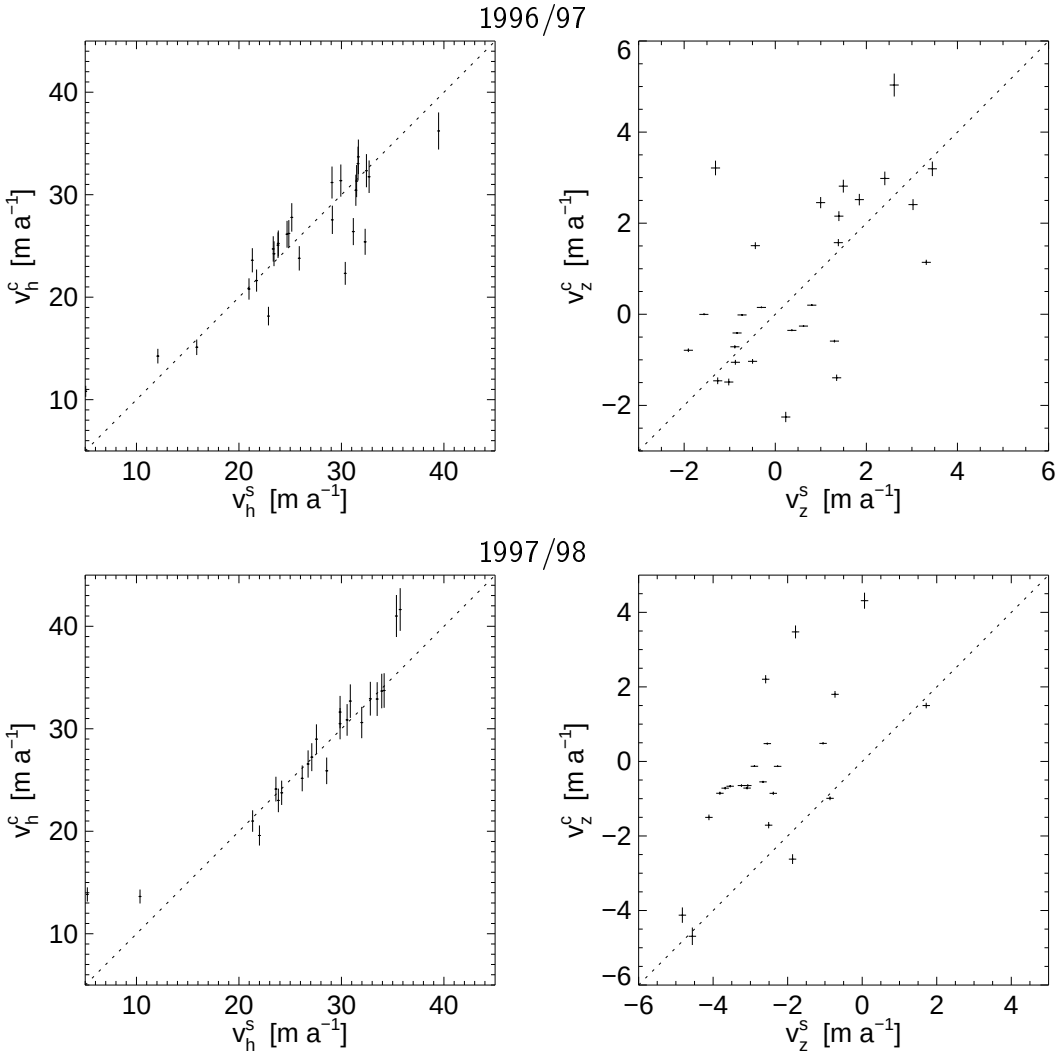

Abbildung 7.14: Vergleich zwischen direkt gemessenen ($\mathbf{v}^s$) und modellierten ($\mathbf{v}^c$) Oberflächengeschwindigkeiten an ausgewählten Pegeln für die Perioden 1996–97 (oben) und 1997–98 (unten). Getrennte Darstellung der horizontalen (links) und vertikalen (rechts) Komponenten.

7.3.3 Folgerung

Der Vergleich der Massenbilanz zwischen direkten Feldmessungen und berechneten Werten ist sehr stark von der Qualität der Fliessmodellierung abhängig. Er trägt deshalb zusätzlich zur Überprüfung der ermittelten Parameter und Randbedingungen des Fliessmodells bei. Untersuchungen haben gezeigt, dass ein weiter in den Finsteraar- und Lauteraargletscher ausgedehnter Bereich für die Modellabstimmung des numerischen Fliessmodells eine weniger gute Übereinstimmung zur Folge hatte. Die vorhandenen Differenzen im Massenbilanzvergleich lassen deshalb inkorrekte Randbedingungen vermuten. Einerseits sind das die vorgegebenen Spannungsverhältnisse im Querprofil des Finsteraargletschers und die angenommene Geometrie im Firnbereich des Lauteraargletschers. Andererseits ist unklar, ob die Wirkung des Gleitens mit der verwendeten, vereinfachten Methode ausreichend berücksichtigt wird. Viel wahrscheinlicher ist, dass das vorhandene numerische Fliessmodell mit dem verwendeten Glen'schen Fliessgesetz nicht in der Lage ist, die naturgetreuen

Verhältnisse der vertikalen Bewegung zu simulieren. Obwohl bei der Modellabstimmung eine gute Übereinstimmung der horizontalen Bewegungskomponenten mit den photogrammetrischen Messungen gefunden wurde, stimmen die vertikalen Modellresultate nicht mit den Geschwindigkeitsmessungen an den Pegeln überein. Die Bestimmung der vertikalen Komponente der Oberflächengeschwindigkeit stellte sich deshalb weiterhin als entscheidender Faktor heraus für die indirekte Massenbilanzberechnung. Die ausführliche Analyse hat deutlich gezeigt, dass mit den momentan möglichen, numerischen Modellierungen die vorgestellte Methode nicht verifiziert werden kann.

Bei der Installation der Pegel für die direkten Feldmessungen wurden absichtlich mitunter auch spezielle Verhältnisse (Gletscherrand, unterschiedlicher Grad der Schuttbedeckung, Moränen) ausgewählt. Diese extremen Situationen dienten dazu, das Verfahren und die Empfindlichkeit gründlich auszuloten. Die kleinräumig stark variierenden Verhältnisse können mit den angewendeten Fernerkundungsmethoden nur annähernd und vor allem mit den numerischen Fliessmodellierungen nicht wiedergegeben werden. Sie sind dennoch nicht für das Scheitern der Verifikation des vorgestellten Verfahrens zur Massenbilanzbestimmung verantwortlich. Diese komplexen Verhältnisse am Unteraargletscher haben aber die Probleme deutlicher offenbart und zur Erkenntnis beigetragen, dass das Verfahren mit den heute zur Verfügung stehenden Mitteln keine belastbaren Ergebnisse liefert.

7.4 Vergleich mit einfacheren Abschätzungen

Um die angestrebten Verbesserungen der Bestimmungsmethode durch den Einsatz des Fliessmodells zu evaluieren, ist auch ein Vergleich mit Resultaten von Gudmundsson und Bauder (1999) angebracht, die zur Ermittlung der vertikalen Komponente der Oberflächengeschwindigkeit einen vereinfachten Ansatz mit über die Tiefe linear verteiltem Verlauf der vertikalen Deformationsrate einsetzten.

Für die berechnete Massenbilanz b/ρ, die abgeschätzte vertikale Bewegung Δz und die Differenzen Δb zwischen gemessener und berechneter Massenbilanz sind die statistischen Parameter Minimum, Maximum, Mittelwert und Streuung in Tabelle 7.8 angegeben. Sowohl die Differenzwerte aller 40 Messorte (Δb_{alle}) als auch die 28 Ver-

Tabelle 7.8: Statistische Werte der berechneten Massenbilanz und deren Übereinstimmung mit den direkten Feldmessungen für die Periode 1996–97 (Bestimmung der vertikalen Geschwindigkeiten mit vereinfachtem Ansatz)

	Anzahl	*Minimum* [m]	*Maximum* [m]	*Mittel* [m]	*Streuung* [m]
b/ρ	3888	-13.91	7.73	-3.12	1.91
Δz	4118	-11.99	5.93	0.56	1.43
Δb_{alle}	40	-3.80	2.86	-0.38	1.43
Δb_{uaar}	28	-3.33	2.86	-0.28	1.44

gleichswerte auf dem Unteraargletscher (Δb_{uaar}) sind getrennt aufgeführt. Die Resultate lassen sich mit denjenigen der ausführlich berechneten Massenbilanz in Tabelle 7.1 und den Differenzen zu den direkten Feldmessungen in Tabelle 7.5 vergleichen. Die erhaltenen Werte für die Streuung sowohl der Massenbilanz als auch der vertikalen Bewegung sind kleiner. Ebenfalls geringer fallen die mittleren Abweichungen zwischen direkten Feldmessungen und den entsprechenden Berechnungen aus. Eine getrennte Aufstellung aller Differenzwerte und derjenigen im Unteraargletscher zeigt deutlich, dass eine bessere Übereinstimmung über den gesamten Gletscher hinweg vorhanden ist. Die Variationsbreite der berechneten Massenbilanz ist gleich gross wie diejenige der direkten Feldmessungen (Abb. 7.15). Die Darstellung der Berechnungen gegenüber den direkten Feldmessungen zeigt unmissverständlich, dass kein funktionaler Zusammenhang auszumachen ist und die Korrelation deshalb nicht genügen kann.

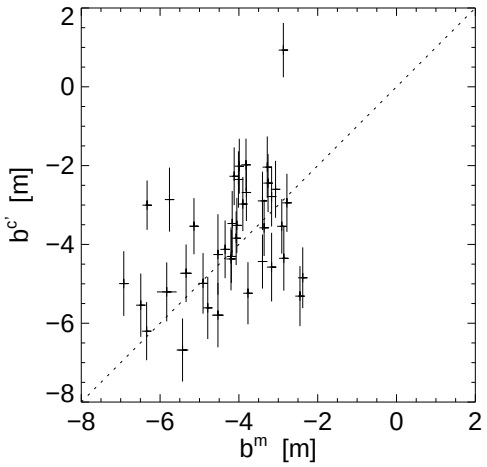

Abbildung 7.15: Vergleich der gemessenen (b^{m}) und mit vereinfachtem Ansatz berechneten ($b^{c'}$) Massenbilanz der Periode 1996–97. Werte in m Eis.

Die auf dem Unteraargletscher angetroffene, ausserordentlich unebene Oberflächentopographie stellt die Annahme der linearen Verteilung der vertikalen Deformationsrate über die Tiefe besonders in Frage. Dass diese vereinfachte Situation nicht gegeben ist, beweist der Vergleich in Kapitel 6 zwischen Resultaten des numerischen Fliessmodells und Messungen der vertikalen Deformation. Dennoch stimmen die Vergleiche zwischen gemessener und berechneter Massenbilanz unter Verwendung der vereinfacht abgeschätzten, vertikalen Geschwindigkeiten besser überein als mit den Resultaten des numerischen Fliessmodells. Trotzdem ist diese Übereinstimmung nicht genügend. Eine genauere Bestimmung der vertikalen Geschwindigkeiten in der benötigten, hohen räumlichen Auflösung ist jedoch nur durch eine numerische Fliessmodellierung realisierbar. Für diesen Zweck muss das vorhandene Fliessmodell noch besser auf die typisch alpinen Verhältnisse (kleine Spannungen an der Oberfläche, grosse kleinräumige Variationen) angepasst werden. Die Verwendbarkeit der mit dem momentanen Stand des Fliessmodells modellierten vertikalen Geschwindigkeiten ist anzuzweifeln, obwohl die horizontalen Oberflächengeschwindigkeiten sehr gut mit den photogrammetrischen Messungen übereinstimmen.

7.4.1 Vergleich mit anderen Studien

Die Studie von Kääb und Funk (1999) verwendet denselben, vereinfachten Ansatz von linear verteilten, vertikalen Deformationsraten zur Bestimmung der Massenbilanz. Mit aerophotogrammetrischen Höhen- und Bewegungsmessungen wurde der begrenzte Zungenbereich des Griesgletschers analysiert, der nicht nur flach ist, sondern auch keine kleinräumigen Unebenheiten oder Schuttbedeckung aufweist. Es standen nur vier bis fünf Pegel mit Bewegungs- und direkten Bilanzmessungen zum Vergleich zur Verfügung.

Die Höhenänderungen und Geschwindigkeitsfelder wurden mit einem rudimentären Verfahren geglättet, was den Nachteil birgt, dass Ungenauigkeiten nicht herausgefiltert, sondern nur verschmiert werden. Während die Übereinstimmung zwischen den berechneten und gemessenen vertikalen Geschwindigkeiten nachvollzogen werden kann, überzeugt der Vergleich von Messungen und Berechnungen der Massenbilanz nicht. Besonders die Streuung fällt zu gross aus. Die Genauigkeiten wurden sehr günstig beurteilt. Die ermittelte Genauigkeit für die Massenbilanz von $\pm 0.7\,\mathrm{m\,a^{-1}}$ ist mit derjenigen der vorliegenden Studie vergleichbar. Obwohl die Autoren die Behauptung einer genügend guten Übereinstimmung zwischen den gemessenen und berechneten Massenbilanzwerten vertreten, muss ihnen unter Berücksichtigung der hier vorliegenden Resultate widersprochen werden. Ein zufriedenstellender Nachweis geht aus der Studie von Kääb und Funk (1999) nicht hervor.

Die beiden Studien von Rasmussen (1988) und Rasmussen und Krimmel (1999) sind die einzigen weiteren, existierenden Arbeiten, welche die räumliche Verteilung der Massenbilanz indirekt und räumlich hoch aufgelöst ermitteln. Die angewandte Methode basiert auf der Kontinuitätsgleichung (Gl. 2.4). Die Bestimmung der horizontalen Divergenz des Eisflusses gelang aus der Eisdicke, der horizontalen Oberflächengeschwindigkeit und einer Abschätzung des Gleitanteils. Es kamen ebenfalls aerophotogrammetrische Höhen- und Bewegungsmessungen zur Anwendung, jedoch ist keine wirkliche Verifikation durch direkte Massenbilanzmessungen durchgeführt worden.

Es ist bisher noch in keiner Arbeit wirklich gelungen, den Nachweis zu erbringen, dass indirekt berechnete Massenbilanzen direkte Feldmessungen zu ersetzen vermögen.

Kapitel 8

Schlussfolgerungen und Ausblick

8.1 Messungen

Die ausgeführten, direkten Massenbilanz-, Radarecholot- und Neigungsmessungen in Bohrlöchern, wie auch die eingesetzte photogrammetrische Höhen- und Bewegungsbestimmung lieferten wichtige Teilresultate:

Während dreier aufeinanderfolgender Jahre wurde auf dem Finsteraar-, Lauteraar- und Unteraargletscher an rund 40 Pegelstangen die Massenbilanz direkt gemessen. Ein klarer Trend der Zunahme der Massenbilanz mit zunehmender Meereshöhe liegt vor. Dennoch weisen die einzelnen Messungen eine ziemlich weite Streuung auf. Dafür verantwortlich sind die stark variierenden Verhältnisse der unterschiedlichen Schuttbedeckung, welche das darunterliegende Eis vor Ablation schützt. In den orographisch rechten Randbereichen (v.a. Unteraargletscher) wird der Effekt der Schuttbedeckung allenfalls noch durch die vorhandene Abschattung verstärkt.

In der Eisdickenbestimmung mittels Radarecholotmessungen wurden durch eine verbesserte Aufnahmestrategie im Feld und intensivierte Datenverarbeitung entscheidende Fortschritte erzielt. Erstmals konnten verlässliche Angaben über die Betttopographie in einer engen und übertieften, rauhen Geometrie eines alpinen Talgletschers – wie im Finsteraar- und Lauteraargletscher typischerweise vorhanden – gemacht werden. Eine präzise Betttopographie ist eine grundlegende Vorraussetzung für erfolgreiche Fliessmodellierungen.

Neben diversen, photogrammetrisch erstellten, digitalen Geländemodellen von 1969 und den 90er Jahren konnten zusätzlich die Höhenlinien von drei topographischen Landkarten mit den Gletscherständen des gesamten Einzugsgebiets von 1927, 1947 und 1961 digitalisiert werden. Damit stehen nun mehr als zehn digitale Geländemodelle der Gletscheroberfläche zur Verfügung. Deren Vergleich zeigt einen deutlichen Trend in langfristigen Höhenänderungen. Während die Veränderungen im Akkumulationsgebiet sehr klein ausfallen, finden sich die grössten Differenzwerte am Zungenende. Dieser von der Meereshöhe abhängige Gradient ist in einjährigen Perioden nicht immer ersichtlich. Dafür ist nicht nur die grössere Streuung der einzelnen Werte verantwortlich, sondern auch die in einzelnen Sommern bis weit in die Firngebiete reichende, sehr starke Ausaperung (Ablation).

Die horizontalen Oberflächengeschwindigkeiten in den drei Perioden 1990–91, 1996–97 und 1997–98 konnten mit dem photogrammetrischen Verfahren des simultanen Monoplottings im multitemporalen Stereomodell bestimmt werden. Die Messungen von mehreren Tausend einzelnen Geschwindigkeitsvektoren ergaben eine sehr hohe räumliche Auflösung über weite Teile der Gletscheroberfläche. Vereinzelt enstandene, kleine Lücken sind bedingt durch zu starke Veränderungen (z.B. in Spaltenzonen, an Klippen). In den Firngebieten begrenzten ungenügend ausgeprägte Konturen und mangelnde Merkmale (z.B. wegen Schneebedeckung) die räumliche Ausdehnung. Die maximalen Geschwindigkeiten erreichen Beträge von $60\,\mathrm{m\,a^{-1}}$ bis $70\,\mathrm{m\,a^{-1}}$ und befinden sich im Bereich der Gleichgewichtslinie. Die geringen Beträge der untersten 1 km bis 1.5 km der Zunge des Unteraargletschers deuten darauf hin, dass es sich um eine grosse Masse 'Toteis' handelt, das, vollständig von der Dynamik des eigentlichen Gletschers abgetrennt, nur dank der Schuttbedeckung sehr langsam zusammenschmilzt.

Die eingesetzte Messanlage permanent installierter Inklinometersensoren zeigte eine unerwartet hohe Lebensdauer. Eine einmalige, kontinuierliche Messreihe von gut drei Jahren gelang. Der interessante Anwendungsbereich beschränkt sich lediglich auf das unterste Drittel der Eismächtigkeit, wo die hauptsächlichen Neigungsänderungen stattfinden. Zudem schloss sich das Bohrloch in dem Bereich genügend schnell um den Sensor und ermöglichte so die notwendige Fixation. Die Resultate ergaben im Unteraargletscher, wo eine unkonsolidierte Sedimentschicht am Untergrund vermutet wird, dass mit einem viel grösseren Gleitanteil als bisher angenommen gerechnet werden muss. Zudem beschränkt sich das Gleiten nicht nur auf die schmelzwasserreichen Sommermonate, ein geringerer Anteil ist auch den Winter hindurch noch vorhanden.

8.2 Fliessmodellierung

Ein dreidimensionales Finite-Element-Modell (FEM) berechnet für den Unteraar-, Lauteraar- und für einen Teil des Finsteraargletschers alle Komponenten der Geschwindigkeit, Spannung und Deformationsrate. Als Materialgesetz wurden das Glen'sche Fliessgesetz verwendet. Die beiden Materialparameter (A und n) wurden auf die photogrammetrischen Messungen der horizontalen Oberflächengeschwindigkeit kalibriert. Die gefundenen Abweichungen zwischen gemessenen und berechneten horizontalen Geschwindigkeiten sind wenig gestreut und zufällig verteilt. Der ermittelte, optimale Wert für den '*rate-factor*' A ist mit 60 % deutlich kleiner als der in der Literatur angegebene Standardwert (Paterson, 1994). Das Eis verhält sich demnach steifer. Dies ist jedoch ein Resultat, das mit verschiedenen neueren Studien übereinstimmt (Gudmundsson, 1999; Hubbard et al., 1998; Adalgeirsdóttir et al., 2000).

Obwohl ein Vergleich von Messungen der vertikalen Derformation mit den Modellrechnungen überzeugende Resultate lieferte, stimmen die modellierten vertikalen Geschwindigkeiten an der Oberfläche nicht mit unabhängig ausgeführten Messungen überein.

8.3 Massenbilanzbestimmung

Die vorgestellte und implementierte Methode zur indirekten Massenbilanzbestimmung anhand der kinematischen Randbedingung stellt noch eine beschränkte Alternative zu manuell aufwendigen, direkten Feldmessungen dar, da die eindeutige Verifikation nicht befriedigend gelungen ist. Das Scheitern ist vor allem auf die unzureichend genau modellierten, vertikalen Geschwindigkeiten an der Oberfläche zurückzuführen. Jedoch liegt die erreichte Genauigkeit der photogrammetrischen Auswertungen mitunter nahe am Grenzbereich der Anforderungen in der Grössenordnung von Dezimetern. Die untersuchte Methode zur Massenbilanzbestimmung eignet sich momentan nicht, um bisherige Messprogramme vollumfänglich zu ersetzen. Die Verifikation hat speziell gezeigt, dass andere Studien mit analogen Verfahren nochmals hinterfragt werden müssen. Limiten im Vergleich zu direkten Feldmessungen sind aufgrund der nicht frei wählbaren Zeitpunkten der Luftaufnahmen gegeben. Die Witterungsverhältnisse müssen nicht nur einen Flug zulassen, sondern gute Verhältnisse sind für eine optimale Datenqualität von entscheidender Bedeutung. Zudem besteht das Risiko, von einem frühen Wintereinbruch überrascht zu werden. Neuschnee schränkt die photogrammetrischen Auswertungsmöglichkeiten und Genauigkeiten stark ein.

Wie vor allem die Erfahrungen mit der Beschaffung von Fernerkundungsdaten und mit der Kontrolle der durch die Methode erreichbaren Genauigkeit zeigten, ist nach wie vor ein beträchtlicher Aufwand zur Bestimmung der Massenbilanz erforderlich. Ein grosser Teil dieser Anstrengungen ist einmalig und beschränkt sich auf die Arbeiten am Anfang. Der eigentliche Gewinn an Aufwand stellt sich demnach erst mit der Zeit ein.

Ein entscheidender Vorteil bringt die mit bisherigen Methoden unerreichte, hohe räumliche Auflösung. Kleinräumigere Unterschiede lassen sich wirklich auflösen. Dank der grossen Anzahl an Werten wirken sich vereinzelte Ungenauigkeiten viel weniger stark auf eine Gesamtbilanz aus, als durch die Inter- und Extrapolation einiger weniger, direkter Feldmessungen.

Auf dem Unteraargletscher wurde eine knapp befriedigende Übereinstimmung zwischen den direkten Feldmessungen und den berechneten Resultaten gefunden. Die vorhandenen Abweichungen liegen innerhalb der Genauigkeit oder sind auf lokale, nicht aufgelöste Effekte aufgrund der beträchtlichen, kleinräumigen Variation im Untersuchungsgebiet zurückzuführen. Die massiven Abweichungen oberhalb des Zusammenflusses von Lauteraar- und Finsteraargletscher hingegen sind bedingt durch die ungenügenden Resultate des numerischen Fliessmodells. Die variierenden Gleitverhältnisse sind allenfalls für die Bereiche mit unterschiedlichen Abweichungen verantwortlich. Es lässt sich durchaus vorstellen, dass in den beiden Zuflüssen sehr viel kleinere Gleitbeträge vorhanden sind. Einen Anhaltspunkt hierzu geben die jedoch wenig gesicherten Resultate der frühen seismischen Messungen (Knecht and Süsstrunk, 1952), die im Gegensatz zum Unteraargletscher in den Zuflüssen geringe bis fehlende basale Sedimentschichten identifizierten.

Der Vergleich mit direkten Geschwindigkeitsmessungen wie auch die Analyse der Empfindlichkeit der angewendeten Methode zur indirekten Bestimmung der Mas-

senbilanz ergaben eindeutig die Unerlässlichkeit der genauen Kenntnis der vertikalen Geschwindigkeiten.

8.4 Ausblick

Der Einsatz der indirekten Massenbilanzbestimmung mit der kinematischen Randbedingung hängt weiterhin massgebend von der genügend genauen, räumlich hoch aufgelösten Kenntnis der vertikalen Geschwindigkeitskomponente an der Oberfläche ab. Deren Bestimmung für alpine Talgletscher mit einem numerischen Fliessmodell erfordert entscheidende Verbesserungen. Zwei Ansatzrichtungen geben zu berechtigten Hoffnungen Anlass. Einerseits sollte der Einbezug der Gleitbewegung durch eine weiche Schicht am Bett überprüft werden. Andererseits verspricht ein modifiziertes Fliessgesetz, das den Verhältnissen der vorhandenen, kleinen Schubspannungen besser Rechnung trägt, einen entscheidenden Fortschritt. Obwohl erste Tests damit keine befriedigenden Resultate lieferten, sollte diesem Ansatz höchste Priorität einberäumt werden. Die räumliche Verteilung der Gleitbewegung am Bett kann nur durch eine richtige, inverse Modellierung ermittelt werden, was aber in Anbetracht der vorhandenen detaillierten Kenntnis der Oberflächengeschwindigkeiten realisierbar sein sollte.

Das Potential der Methode zur indirekten Massenbilanzbestimmung liegt auch in der Möglichkeit der nachträglichen Bearbeitung. Dazu zählen die Aufarbeitung und Schliessung von Lücken langjähriger Reihen. Das in den vergangenen drei bis vier Jahrzehnten angereicherte, inzwischen umfangreiche Archiv an Luftaufnahmen von Gletschern in der Schweiz kann einem neuen, erweiterten Verwendungszweck zugeführt werden. Eine Kombination mit einem minimalen Messprogramm im Feld (zu beschränkt um für sich alleine auszureichen) würde eine optimale Ausnützung der Stärken beider Verfahren bringen. Damit liesse sich ein längerfristiges Massenbilanzprogramm auch auf sehr grossen Gletschern (z.B. Grosser Aletschgletscher) aufrechterhalten. Dank der hohen räumlichen Auflösungsmöglichkeiten kann das indirekte Bestimmungsverfahren zudem zur Ermittlung repräsentativer Pegelstandorte eingesetzt werden.

Auf dem Unteraargletscher sollte die Anwendung auf weitere, zurückliegende Zeitpunkte ausgedehnt werden. Die so ermittelte, längerfristige Zeitreihe (z.B. 10-Jahres Schritte) liefert erstmals die Untersuchungsmöglichkeiten der Veränderungen eines fein aufgelösten, räumlichen Verteilungsmusters.

Erste Vergleiche von Laser-Altimetermessungen (*laser-scanning*) lieferten eine gute Übereinstimmung mit den photogrammetrischen Höhenauswertungen (Favey et al., 2000). Die zukünftige Integration und Kombination der Resultate sollte keine weiteren Probleme stellen. Jedoch erreichte von den beiden eingesetzten, photogrammetrischen Verfahren ohnehin die Höhenbestimmung die grössere räumliche Abdeckung der Firngebiete als die Bewegungsanalysen. Um die Möglichkeiten zur Massenbilanzbestimmung zu erweitern, sollten deshalb Anstrengungen zu Verbesserungen dieser Anwendung prioritär unternommen werden.

Die Übertragung des photogrammetrischen Verfahrens der Bewegungsmessung auf digitale Verarbeitungsgeräte verspricht zweierlei. Die Automatisierung bringt eine

weitere Reduktion des Arbeitsaufwandes mit sich. Von weit gewichtigerer Bedeutung ist jedoch eine erhoffte Verbesserung durch das digitale Korrelationsverfahren, welches Graustufen besser miteinbeziehen könnte, die dem Auge des Operateurs beim manuellen Betrieb verborgen bleiben. Dieser zukünftigen Übertragung ist nichts entgegen zu halten, solange eine brauchbare Genauigkeit ohne grosse Nachbearbeitung erreicht werden kann. Bereits ein entscheidender Schritt in der Weiterentwicklung bedeutet die mögliche Importierung einer extern generierten Modellorientierung in den Programmablauf der VAW-eigenen Installation. Besonders für Analysen von grösseren Modellverbänden liesse sich ein deutlicher Zeitgewinn erzielen und zudem die Qualität der Orientierung verbessern.

Mit weiteren Eisdickenmessungen in den Firngebieten von Lauteraar- und Finsteraargletscher wie auch auf dem Strahlegggletscher liessen sich die letzten verbleibenden Lücken in der Gletscherbetttopographie schliessen. Entscheidende Auswirkungen auf die Qualität des Resultats haben dabei nicht nur der Informationsgehalt im Signal selbst, sondern auch die dichte Anordnung der aufeinanderfolgenden Spuren.

Anhang A

Messresultate

A.1 Direkte Messungen der Massenbilanz

Tabelle A.1: Direkte Messungen der Massenbilanz (Glaziologische Methode) am Pegelnetz auf dem Unteraargletscher in cm Eis.

Pegel No.	b [cm Eis]	*Messperiode* 1996–1997	b [cm Eis]	*Messperiode* 1997–1998	b [cm Eis]	*Messperiode* 1998–1999
090			-415 ± 5	24/10 – 4/9		
099	-305 ± 5	5/8 – 8/7				
100	-633 ± 5	1/10 – 19/10	-722 ± 5	19/10 – 4/9	-605 ± 5	4/9 – 11/9
101	-649 ± 5	1/10 – 19/10	-667 ± 5	19/10 – 4/9		
102	-692 ± 10	1/10 – 19/10	-620 ± 5	19/10 – 4/9		
103	-417 ± 5	1/10 – 19/10	-356 ± 5	19/10 – 4/9		
104	-328 ± 5	1/10 – 19/10	-264 ± 5	19/10 – 4/9	-243 ± 5	4/9 – 10/9
105	-576 ± 5	1/10 – 19/10	-334 ± 15	19/10 – 4/9		
106	-634 ± 5	1/10 – 19/10	-565 ± 10	19/10 – 4/9		
107	-540 ± 10	1/10 – 19/10	-448 ± 5	19/10 – 4/9		
108	-453 ± 5	1/10 – 19/10				
109	-420 ± 5	1/10 – 19/10	-406 ± 5	19/10 – 4/9		
110	-419 ± 5	1/10 – 19/10	-311 ± 5	19/10 – 4/9	-107 ± 5	4/9 – 14/8
211	-583 ± 25	29/9 – 20/10	-562 ± 5	20/10 – 4/9	-505 ± 5	4/9 – 10/9
212	-543 ± 15	29/9 – 20/10	-650 ± 5	20/10 – 4/9	-366 ± 5	4/9 – 10/9
213	-534 ± 15	29/9 – 20/10	-616 ± 5	20/10 – 4/9	-400 ± 5	4/9 – 10/9
214	-514 ± 10	29/9 – 20/10	-561 ± 5	20/10 – 4/9	-399 ± 5	4/9 – 10/9
215	-491 ± 5	29/9 – 20/10	-485 ± 5	20/10 – 4/9	-408 ± 15	4/9 – 10/9
216	-479 ± 5	29/9 – 20/10	-477 ± 5	20/10 – 4/9	-410 ± 5	4/9 – 10/9
217	-453 ± 15	29/9 – 20/10	-460 ± 5	20/10 – 4/9	-346 ± 5	4/9 – 10/9
218	-238 ± 5	29/9 – 20/10	-255 ± 5	20/10 – 4/9	-434 ± 5	4/9 – 10/9
220	-340 ± 5	29/9 – 27/10	-365 ± 15	20/10 – 4/9		
221	-291 ± 5	29/9 – 20/10	-252 ± 15	20/10 – 4/9	-185 ± 5	4/9 – 10/9
222	-399 ± 5	29/9 – 20/10	-573 ± 5	20/10 – 4/9	-354 ± 5	4/9 – 10/9
223	-382 ± 5	29/9 – 27/10	-439 ± 5	20/10 – 4/9	-416 ± 5	4/9 – 10/9

224	-407 ± 5	29/9 – 27/10	-569 ± 5	20/10 – 4/9	-399 ± 5	4/9 – 10/9
225	-405 ± 5	29/9 – 27/10	-412 ± 5	20/10 – 4/9	-333 ± 5	4/9 – 10/9
226	-435 ± 5	29/9 – 27/10	-482 ± 5	20/10 – 4/9	-326 ± 20	4/9 – 10/9
227	-390 ± 5	29/9 – 27/10	-432 ± 5	20/10 – 4/9	-270 ± 20	4/9 – 10/9
228	-245 ± 5	29/9 – 27/10	-227 ± 5	20/10 – 4/9	-206 ± 5	4/9 – 10/9
229	-66 ± 5	29/9 – 20/10	-74 ± 5	20/10 – 4/9	-88 ± 10	4/9 – 10/9
230	-377 ± 5	29/9 – 27/10	-421 ± 5	20/10 – 4/9	-458 ± 10	4/9 – 10/9
311			-380 ± 5	27/10 – 4/9	-89 ± 5	4/9 – 10/9
312	-307 ± 5	29/9 – 27/10	-352 ± 5	27/10 – 4/9	-195 ± 5	4/9 – 10/9
313	-401 ± 10	29/9 – 27/10	-364 ± 5	27/10 – 4/9	-190 ± 5	4/9 – 10/9
314	-340 ± 5	29/9 – 27/10	-389 ± 5	27/10 – 4/9	-135 ± 15	4/9 – 10/9
321	-278 ± 5	29/9 – 26/10	-450 ± 50	26/10 – 15/7		
322	-336 ± 5	29/9 – 26/10	-500 ± 25	26/10 – 5/8		
323	-381 ± 5	29/9 – 26/10	-500 ± 25	26/10 – 5/8		
324	-412 ± 5	29/9 – 26/10	-359 ± 5	26/10 – 4/9		
325	-287 ± 5	29/9 – 26/10	-279 ± 5	26/10 – 4/9	-289 ± 15	18/6 – 10/9
421	-286 ± 5	29/9 – 26/10	-369 ± 25	26/10 – 4/9	-88 ± 20	6/8 – 10/9
422	-317 ± 5	29/9 – 26/10	-396 ± 25	26/10 – 5/8		
423	-317 ± 5	29/9 – 26/10				
424	-326 ± 5	29/9 – 26/10	-403 ± 25	26/10 – 5/8		
606					-615 ± 20	8/11 – 10/9
610					-213 ± 10	18/6 – 10/9
700					-270 ± 15	4/9 – 8/9
702					-247 ± 15	4/9 – 11/9
703					-210 ± 15	4/9 – 10/9
704					-205 ± 15	4/9 – 10/9
705					-170 ± 5	8/11 – 10/9
706					-188 ± 5	8/11 – 10/9
707					-195 ± 5	8/11 – 10/9
708					-228 ± 5	8/11 – 10/9
709					-152 ± 5	18/6 – 10/9
710					-240 ± 5	28/5 – 10/9
804					-367 ±10	17/6 – 10/9
805					-110 ±15	17/6 – 10/9
806					-22 ±10	17/6 – 10/9
902					-417 ± 5	25/6 – 2/7
GPSB					-563 ±25	4/9 – 11/9
GPSC					-471 ±10	19/6 – 10/9
GPSZ					-473 ± 5	18/6 – 10/9

A.2 Passpunkte

Tabelle A.2: Bezeichnung und Koordinaten der 62 Passpunkte auf dem Unteraargletscher.

Name	*Schweizer Landeskoordinaten* [m]			*frühere Bezeichnung*
1010	663434.070	157882.590	2079.370	3 = L+T
1015	662991.800	157997.460	2102.810	
1020	662663.980	157921.370	2029.730	5
1030	662162.370	158055.050	2166.510	7 = L+T
1040	661701.790	157961.300	2069.350	
1050	661048.340	158067.320	2173.230	9
1060	660537.860	157955.810	2308.450	
1070	660052.020	157857.840	2319.000	11
1080	659457.220	158067.840	2306.780	
1090	659065.620	158389.490	2385.350	13
1100	658490.270	158533.420	2414.280	
1110	657755.200	158503.500	2454.370	15 = L+T
1120	657711.520	158473.090	2397.930	
2010	663157.590	157038.430	2092.260	2 = L+T
2020	662682.880	157107.140	2089.330	4
2030	661965.710	156942.250	2217.770	6 = L+T
2040	661485.450	156978.220	2182.760	
2050	661001.350	157047.880	2189.830	8
2060	660588.600	156544.450	2492.920	
2070	659909.840	156609.440	2377.880	10 = L+T
2080	659297.930	156605.620	2321.700	
2090	658930.130	156865.230	2370.670	
2100	658644.970	157102.380	2360.320	12
2110	658310.340	157252.210	2384.240	
3010	657201.200	158503.940	2426.080	
3020	656928.920	158786.170	2453.660	18
3030	656613.360	159303.080	2544.660	
3040	656095.460	159720.700	2561.690	20 = L+T
3050	655557.610	160209.720	2623.870	
3060	655103.770	160714.670	2688.510	23
3070	654414.970	161118.530	2849.660	
3080	653409.440	161958.520	3217.280	
4010	656629.830	157583.800	2485.690	16
4020	656376.350	157849.380	2530.900	
4021	656325.050	157899.590	2488.010	
4030	655571.840	158646.590	2560.460	
4040	655137.230	159010.930	2595.080	19
4044	655130.280	159035.350	2594.940	
4050	654962.330	159570.700	2620.550	
4060	654366.880	160108.980	2737.160	21
4070	654083.710	160170.480	2994.950	

4080	653171.810	161415.730	3178.840	
5020	656389.500	156922.900	2498.190	
5021	656396.660	156920.370	2494.630	25
5030	655992.420	156752.360	2653.980	
5040	655635.930	156427.350	2634.450	
5050	655356.080	156135.190	2607.120	28
5060	654918.310	156007.300	2646.020	
6010	657613.060	157001.850	2493.750	14 = L+T
6020	657219.580	156338.790	2490.520	24
6030	656793.720	155900.610	2544.460	
6040	656231.400	155465.940	2600.590	
6050	656026.480	155156.060	2705.520	26
6060	655173.550	154654.760	2724.160	29
6066	654317.870	155454.610	2759.180	30
7010	654604.590	156909.020	3029.700	
7020	653950.980	157484.510	2988.430	
7030	653368.460	157969.140	3082.920	
7040	653098.220	158280.310	3186.130	
8010	653595.140	156111.660	3021.830	
8020	652976.810	157101.930	2941.410	
8030	652588.350	157721.570	3039.420	

L+T = Vermessungspunkt der Landestopographie

Literaturverzeichnis

Adalgeirsdóttir, G., Gudmundsson, G. H., and Björnsson, H. (2000). The response of a glacier to a surface disturbance, a case study on vatnajökull ice cap. *Annals of Glaciology*, 31:104–110.

Aellen, M. (1995). Glacier mass balance studies in the Swiss Alps. *Zeitschrift für Gletscherkunde und Glazialgeologie*, 31:159–168.

Agassiz, L. (1840). *Etudes sur les glaciers*, volume 1. Jent & Gassmann, Neuchâtel.

Agassiz, L. (1847). *Système glaciaire ou recherches sur les glaciers, leur mécanisme, leur ancienne extension et le rôle qu'ils ont joué dans l'histoire de la terre. Premiére partie: Nouvelles études et expériences sur les glaciers actuels, leur structure, leur progression et leur action physique sur le sol par.* V. Masson, Paris. 2 vols.

Akima, H. (1978). A method of bivariate interpolation and smooth surface fitting for irregularly distributed data points. *ACM Transactions on Mathematical Software*, 4:148–159.

Anonym (1969). Mass-balance Terms. *Journal of Glaciology*, 8(52):3–7.

Bassi, A. (1999). Messungen der Oberflächengeschwindigkeitsänderungen des Unteraargletscher, Berner Alpen, mit hoher räumlicher und zeitlicher Auflösung. Diplomarbeit, Abteilung für Glaziologie, VAW, ETH Zürich. pp. 142.

Bauder, A. (1996). Massenbilanzmodellierungen mit photogrammetrischen Messungen und eismechanischen Berechnungen am Beispiel des Unteraargletschers. Diplomarbeit, Abteilung für Glaziologie, VAW, ETH Zürich. pp. 64.

Bauder, A. (1998). Automatischer Theodolit auf dem Unteraargletscher. Jahresbericht, Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie der ETH Zürich, Gloriastrasse 37-39, ETH-Zentrum, CH-8092 Zürich. p. 43–44.

Bauder, A. and Gudmundsson, G. H. (1996). Mass balance of a section of Unteraarglacier determined with the use of photogrammetric methods. *EOS, Transactions, AGU*, 77(46):F194. Fall Meet. Suppl.

Bindschadler, R., Vornberger, P., Blankenship, D., Scambos, T., and Jacobel, R. (1996). Surface velocity and mass balance of Ice Streams D and E, West Antarctica. *Journal of Glaciology*, 42(142):461–475.

Bindschadler, R. A. and Scambos, T. A. (1991). Satellite-image-derived velocity field of an Antarctic Ice Stream. *Science*, 252(5003):242–246.

Blake, E. W. and Clarke, G. K. C. (1992). Interpretation of borehole-inclinometer data: a general theory applied to a new instrument. *Journal of Glaciology*, 38(128):113–124.

Blake, E. W., Clarke, G. K. C., and Gérin, M. C. (1992). Tools for examining subglacial bed deformation. *Journal of Glaciology*, 38(130):388–396.

Blake, E. W., Fischer, U. H., and Clarke, G. K. C. (1994). Direct measurement of sliding at the glacier bed. *Journal of Glaciology*, 40(136):595–599.

Braithwaite, R. J. (1986). Assessment of mass-balance variations within a sparse stake network, Qamanârssuûp sermia, West Greenland. *Journal of Glaciology*, 32(110):50–53.

Brecher, H. H. (1986). Surface velocity determination on large polar glaciers by aerial photogrammetry. *Annals of Glaciology*, 8:22–26.

Chandrasekharaiah, D. S. and Debnath, L. (1994). *Continuum Mechanics*. Academic Press, Inc, San Diego.

Chen, J. and Funk, M. (1990). Mass balance of Rhonegletscher during 1882/83-1986/87. *Journal of Glaciology*, 36(123):199–209.

Cohen, J. K. and Stockwell Jr., J. W. (1996). *CWP/SU: Seismic Unix release 29: a free package for seismic research and processing*. Center for Wave Phenomena, Colorado School of Mines.

Copland, L., Harbor, J., Minner, M., and Sharp, M. (1997). The use of borehole inclinometry in determining basal sliding and internal deformation at Haut Glacier d'Arolla, Switzerland. *Annals of Glaciology*, 24:331–337.

Dobrin, M. B. and Savit, C. H. (1988). *Introduction to geophysical prospecting*. McGraw-Hill, New York, forth edition.

Echelmeyer, K. A., Harrison, W. D., Larsen, C. F., ano, J. S., DeMallie, J., Rabus, B., Adalgeirsdóttir, G., and Sombardier, L. (1996). Airborne surface profiling of glaciers: a case-study in alaska. *Journal of Glaciology*, 42(142):538–547.

Engelhardt, H. F., Harrison, W. D., and Kamb, B. (1978). Basal sliding and conditions at the glacier bed as revealed by bore-hole photography. *Journal of Glaciology*, 20(84):469–508.

Engelhardt, H. F. and Kamb, B. (1998). Basal sliding of Ice Stream B, West Aantarctica. *Journal of Glaciology*, 44(147):223–230.

Fabri, K. (1991). Eisdickenmessung im Aaregletschergebiet, eine Anwendung von Radio-Echo-Sounding. Praktikumsarbeit an der VAW, ETH Zürich, unter Anleitung von M. Funk und G. Meyer (unveröffentlicht).

Favey, E., Geiger, A., Gudmundsson, G. H., and Wehr, A. (1999). Evaluating the potential of an airborne laser-scanning system for measuring the volume change of glaciers. *Geografiska Annaler*, 81A(4):555–561.

Favey, E., Pateraki, M., Baltsavias, E. P., Bauder, A., and Bösch, H. (2000). Surface modelling for alpine glacier monitoring by airborn laser scanning and digital photogrammetry. In *International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing, XIXth ISPRS Congress, Amsterdam*, volume XXXIII (B4), pages 269–277.

Ferrigno, J. G., Lucchitta, B. K., Mullins, K. F., Allison, A. L., Allen, R. J., and Gould, W. G. (1993). Velocity measurement and changes in position of Thwaites Glacier/iceberg tongue from aerial photography, Landsat images and NOAA AVHRR data. *Annals of Glaciology*, 17:239–244.

Finsterwalder, Ri. (1954). Photogrammetry and glacier research with special reference to glacier retreat in the Eastern Alps. *Journal of Glaciology*, 2(15):306–312.

Finsterwalder, S. (1897). Der Vernagtferner : seine Geschichte und seine Vermessung in den Jahren 1888 und 1889. *Wissenschaftliche Ergänzungshefte zur Zeitschrift des D. u. Ö. Alpenvereins*, 1(1):1–96.

Fischer, U. H. and Clarke, G. K. C. (1997). Clast collision frequency as an indicator of glacier sliding rate. *Journal of Glaciology*, 43(145):460–466.

Flotron (1924–1998). Vermessung der Aaregletscher. Jährliche Berichte im Auftrag der Kraftwerke Oberhasli (unveröffentlicht).

Flotron, A. (1973). Photogrammetrische Messung von Gletscherbewegungen mit automatischer Kamera. *Vermessung, Photogrammetrie und Kulturtechnik*, 1/73:15–17.

Flotron, A. (1979). Verschiebungsmessungen aus Luftbildern. In *Festschrift Peter Kasser*, volume 41, pages 39–44. Mitteilungen der Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie, Gloriastrasse 37-39, ETH-Zentrum, CH-8092 Zürich.

Fountain, A. G. and Vecchia, A. (1999). How many stakes are required to measure the mass balance of a glacier? *Geografiska Annaler*, 81A(4):563–573.

Funk, M. (1987a). Schlussbericht über die Sondierungen 1986. Bericht Nr. 20.4, unveröffentlicht, Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie der ETH Zürich. Im Auftrag der Kraftwerke Oberhasli AG, Innertkirchen.

Funk, M. (1987b). Überprüfung des angenommenen Gletscherrückzuges; Abschätzung des Schmelzvermögens des Sees. Bericht Nr. 20.5, unveröffentlicht, Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie der ETH Zürich. Im Auftrag der Kraftwerke Oberhasli AG, Innertkirchen.

Funk, M., Gudmundsson, G. H., and Hermann, F. (1994). Geometry of the glacier bed of the Unteraarglacier, Bernese Alps, Switzerland. *Zeitschrift für Gletscherkunde und Glazialgeologie*, 30:187–194.

Funk, M., Morelli, R., and Stahel, W. (1997). Mass balance of Griesgletscher 1961-1994: different methods of determination. *Zeitschrift für Gletscherkunde und Glazialgeologie*, 33(1):41–55.

Funk, M. and Röthlisberger, H. (1989). Forecasting the effects of a planned reservoir that will partially flood the tongue of Unteraargletscher in Switzerland. *Annals of Glaciology*, 13:76–80.

Gerrard, J., Perutz, M., and Roch, A. (1952). Measurements of the velocity distribution along a vertical line through a glacier. *Proceedings of the Royal Society of London, Ser A*, 213(1115):546–558.

Glen, J. W. (1955). The creep of polycrystalline ice. *Proceedings of the Royal Society of London, Ser A*, 228(1175):519–538.

Glen, J. W. and Paren, J. G. (1975). The electrical properties of snow and ice. *Journal of Glaciology*, 15(73):15–38.

Goldstein, R. M., Engelhart, H., Kamb, B., and Frolich, R. M. (1993). Satellite radar interferometry for monitoring ice sheet motion: application to an Antarctic ice stream. *Science*, 262(5139):1525–1530.

Grün, A. (1982). The accuracy potential of modern bundle block adjustment in aerial photogrammetry. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 48(1):45–54.

Gudmundsson, G. H. (1994a). Converging glacier flow — a case study: the Unteraarglacier. Mitteilungen 131, Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie der ETH Zürich, Gloriastrasse 37-39, ETH-Zentrum, CH-8092 Zürich. pp. 120.

Gudmundsson, G. H. (1994b). Glacier sliding over sinusoidal bed and the characteristics of creeping flow over bedrock undulations. Mitteilungen 130, Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie der ETH Zürich, Gloriastrasse 37-39, ETH-Zentrum, CH-8092 Zürich. pp. 102.

Gudmundsson, G. H. (1996). New observations of uplift events on Unteraarglacier. *EOS, Transactions, AGU*, 77(46):F212. Fall Meet. Suppl.

Gudmundsson, G. H. (1997). Ice deformation at the confluence of two glaciers investigated with conceptual map-plain and flow-line models. *Journal of Glaciology*, 43(145):537–547.

Gudmundsson, G. H. (1999). A three-dimensional numerical model of the confluence area of Unteraargletscher, Bernese Alps, Switzerland. *Journal of Glaciology*, 45(150):219–230.

Gudmundsson, G. H. (2000). Measurements of temporal variations in vertical and longitudinal strain rates associated with a short-term speed-up event on Unteraargletscher, Bernese Alps, Switzerland. *Journal of Glaciology*. submitted.

Gudmundsson, G. H., Bassi, A., Vonmoos, M., Bauder, A., Fischer, U. H., and Funk, M. (2000). High-resolution measurements of spatial and temporal variations in surface velocities of Unteraargletscher, Bernese Alps, Switzerland. *Annals of Glaciology*, 31:63–68.

Gudmundsson, G. H. and Bauder, A. (1999). Towards an indirect determination of the mass-balance distribution of glaciers using the kinematic boundary condition. *Geografiska Annaler*, 81A(4):575–583.

Gudmundsson, G. H., Bauder, A., Lüthi, M., Fischer, U. H., and Funk, M. (1999). Estimating rates of basal motion and internal ice deformation from continuous tilt measurements. *Annals of Glaciology*, 28:247–252.

Gudmundsson, G. H., Iken, A., and Funk, M. (1997). Measurements of ice deformation at the confluence area of Unteraargletscher, Bernese Alps, Switzerland. *Journal of Glaciology*, 43(145):548–556.

Gudmundsson, G. H., Raymond, C. F., and Bindschadler, R. (1998). The origin and longevity of flow-stripes on Antarctic ice streams. *Annals of Glaciology*, 27:145–152.

Haakensen, N. (1986). Glacier mapping to confirm results from mass-balance measurements. *Annals of Glaciology*, 8:73–77.

Haefeli, R. (1970). Changes in the behaviour of the Unteraargletscher in the last 125 years. *Journal of Glaciology*, 9(56):195–212.

Harper, J. T., Huphrey, N. F., and Pfeffer, W. T. (1998). Three-dimensional deformation measured in an Alaskan glacier. *Science*, 281(5381):1340–1342.

Harrison, W. D. and Kamb, B. (1973). Glacier bore-hole photography. *Journal of Glaciology*, 12(64):129–137.

Hodge, S. M. (1974). Variations in the sliding of a temperate glacier. *Journal of Glaciology*, 13(69):349–369.

Hoinkes, H. (1970). Methoden und Möglichkeiten von Massenhaushaltsstudien auf Gletschern. *Zeitschrift für Gletscherkunde und Glazialgeologie*, 6(2):37–90.

Hooke, R. L. and Hanson, B. (1986). Borehole deformation experiments, Barnes Ice Cap, Canada. *Cold Regions Science and Technology*, 12:261–276.

Hooke, R. L., Holmlund, P., and Iverson, N. R. (1987). Extrusion flow demonstrated by bore-hole deformation measurements over a riegel, Storglaciären, Sweden. *Journal of Glaciology*, 33(113):72–78.

Hooke, R. L., Pohjola, V. A., Jansson, P., and Kohler, J. (1992). Intra-seasonal changes in deformation profiles revealed by borehole studies, Storglaciären, Sweden. *Journal of Glaciology*, 38(130):348–358.

Hubbard, A., Blatter, H., Nienow, P., Mair, D., and Hubbard, B. (1998). Comparison of three-dimensional model for glacier flow with field data from Haut Glacier d'Arolla, Switzerland. *Journal of Glaciology*, 44(147):368–378.

Hugi, F. J. (1830). *Naturhistorische Alpenreise*. Amiet-Lutiger, Solothurn.

Hugi, F. J. (1842). *Über das Wesen der Gletscher*. J. G. Cotta'scher Verlag, Stuttgart und Tübingen.

Hutter, K. (1983). *Theoretical glaciology; material science of ice and the mechanics of glaciers and ice sheets*. D. Reidel Publishing Company / Terra Scientific Publishing Company.

Iken, A. (1977). Variations of surface velocities of some Alpine glaciers measured at intervals of a few hours. Comparison with Arctic Glaciers. *Zeitschrift für Gletscherkunde und Glazialgeologie*, 13(1/2):23–35.

Iken, A. and Bindschadler, R. A. (1986). Combined measurements of subglacial water pressure and surface velocity of Findelengletscher, Switzerland: Conclusions about drainage system and sliding mechanism. *Journal of Glaciology*, 32(110):101–119.

Iken, A., Röthlisberger, H., Flotron, A., and Haeberli, W. (1983). The uplift of the Unteraargletscher at the beginning of the melt season – a consequence of water storage at the bed? *Journal of Glaciology*, 29(101):28–47.

Iverson, N. R., Hanson, B., Hooke, R. L., and Jansson, P. (1995). Flow mechanism of glaciers on soft beds. *Science*, 267(5194):80–81.

Jansson, P. (1995). Water pressure and basal sliding on Storglaciären, northern Sweden. *Journal of Glaciology*, 41(138):232–240.

Jansson, P. A. (1999). Effect of uncertenties in measured variables on the calculated mass balance of Storglaciären. *Geografiska Annaler*, 81A(4):633–642.

Jóhannesson, T., Raymond, C. F., and Waddington, E. W. (1989). Time-scale for adjustment of glaciers to changes in mass balance. *Journal of Glaciology*, 35(121):355–369.

Jost, W. (1953). Das Grimselgebiet und die Gletscherkunde. *Die Alpen*, 29(8):203–214.

Joughin, I., Winebrenner, D., Fahnestock, M., Kwok, R., and Krabill, W. (1996a). Estimation of ice-sheet motion using satellite radar interferometry: method and error analysis with application to Humbolt Glacier, Greenland. *Journal of Glaciology*, 42(142):564–575.

Joughin, I., Winebrenner, D., Fahnestock, M., Kwok, R., and Krabill, W. (1996b). Measurement of ice-sheet topography using satellite-radar interferometry. *Journal of Glaciology*, 42(140):10–22.

Joughin, I. R., Kwok, R., and Fahnestock, M. A. (1998). Interferometric estimation of three-dimensional ice-flow using ascending and descending passes. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 36(1):25–37.

Joughin, I. R., Winebrenner, D. P., and Fahnestock, M. A. (1995). Observations of ice-sheet motion in greenland using satellite radar interferometry. *Geophysical Research Letters*, 22(5):571–574.

Kääb, A. (1996). Photogrammetrische Analyse zur Früherkennung gletscher- und permafrostbedingter Naturgefahren im Hochgebirge. Mitteilungen 145, Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie der ETH Zürich, Gloriastrasse 37-39, ETH-Zentrum, CH-8092 Zürich. pp. 182.

Kääb, A. and Funk, M. (1999). Modelling mass balance using photogrammetric and geophysical data. A pilot study at Griesgletscher, Swiss Alps. *Journal of Glaciology*, 45(151):575–584.

Kääb, A., Haeberli, W., and Gudmundsson, G. H. (1997). Analyzing the creep of mountain permafrost using high precision aerial photogrammetry: 25 years of monitoring Gruben rock glacier, Swiss Alps. *Permafrost and Periglacial Processes*, 8(4):409–426.

Kamb, B. and LaChapelle, E. (1964). Direct observation of the mechanism of glacier sliding over bedrock. *Journal of Glaciology*, 5(38):159–172.

Kamb, B., Raymond, C. F., Harrison, W. D., Engelhardt, H., Echelmeyer, K. A., Humphrey, N., Brugman, M. M., and Pfeffer, T. (1985). Glacier surge mechanism: 1982-1983 surge of Variegated Glacier, Alaska. *Science*, 227:469–479.

Knecht, H. and Süsstrunk, A. (1952). Bericht über die seismischen Sondierungen der schweizerischen Gletscherkommission auf dem Unteraargletscher, 1936 - 1950. Bericht No. 512, unveröffentlicht.

Kovacs, A., Gow, A. J., and Morey, R. M. (1995). The in-situ dielectric constant of polar firn revisited. *Cold Regions Science and Technology*, 23(3):245–256.

Kreis, A. (1941). Ergebnisse der seismischen Eistiefenbestimmungen auf dem Unteraargletscher. *Verhandlungen der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft*, 121:99–100. 121. Jahresversammlung.

Kreis, A., Florin, R., and Süsstrunk, A. (1952). Die Ergebnisse der seismischen Sondierungen des Unteraargletschers 1936 – 1950. *Verhandlungen der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft*, 132:124–126. 132. Jahresversammlung.

Krimmel, R. M. (1999). Analysis of difference between direct and geodetic mass balance measurements at South Cascade Glacier, Washington. *Geografiska Annaler*, 81A(4):653–658.

Kwok, R. and Fahnestock, M. A. (1996). Ice-sheet motion and topography from radar interferometry. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 34(1):189–200.

Lang, H. and Patzelt, G. (1971). Die Volumenänderung des Hintereisferners (Oetztaler Alpen) im Vergleich zur Massenänderung im Zeitraum 1953-1964. *Zeitschrift für Gletscherkunde und Glazialgeologie*, VII(1–2):39–55.

Laumann, T. and Reeh, N. (1993). Sensitivity to climate change of the mass balance of glaciers in southern Norway. *Journal of Glaciology*, 39(133):656–665.

Lliboutry, L. (1974). Multivariate statistical analysis of glacier annual balances. *Journal of Glaciology*, 13(69):371–392.

L+T (1993). Digitales Höhenmodell DHM25. Bundesamt für Landestopographie, Wabern, Switzerland. Produktinformation.

Lucchitta, B. K., Mullins, K. F., Allison, A. L., and Ferrigno, J. G. (1993). Antartic glacier-tongue velocities from Landsat images: first results. *Annals of Glaciology*, 17:356–366.

Lüthi, M. (2000). Rheology of cold firn and dynamics of a polythermal ice stream: Studies on Colle Gnifetti and Jakobshavns Isbræ. Mitteilung 165, Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie der ETH Zürich. pp. 212.

MARC (1997). *MARC/MENTAT User's Manual*. MARC Analysis Research Corporation, 260 Sheridan Avenue, Palo Alto, CA 94306, K7 edition.

Mattar, K. E., Vachon, P. W., Geudtner, D., Gray, A. L., Cumming, I. G., and Brugman, M. (1998). Validation of alpine glacier velocity measurements using ERS tandem-mission SAR data. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 36(3):974–984.

Meier, M., Lundstrom, S., Stone, D., Kamb, B., Engelhardt, H., Humphrey, N., Dunlap, W. W., Fahnestock, M., Krimmel, R., and Walter, R. (1994). Mechanical and hydrologic basis for the rapid motion of a large tidewater glacier. 1. Observations. *Journal of Geophysical Research*, 99(B8):15219–15229.

Meier, M. F. (1984). Contribution of small glaciers to global sea level. *Science*, 226(4681):1418–1421.

Meier, M. F. (1990). Reduced rise in sea level. *Nature*, 343(6254):115–116.

Meier, M. F., Rasmussen, L. A., Krimmel, R. M., Olsen, R. W., and Frank, D. (1985). Photogrammetric determination of surface altitude, terminus position, and ice velocity of Columbia Glacier, Alaska. *U.S. Geological Survey Professional Paper*, 1258(F):F1–F41.

Müller, F., Caflisch, T., and Müller, G. (1976). Firn und Eis der Schweizer Alpen: Gletscherinventar. Technical Report Publ. Nr. 57, Geographisches Institut der ETH Zürich, Zürich.

Müller-Lemans, H., Funk, M., Aellen, M., and Kappenberger, G. (1994). Langjährige Massenbilanzreihen von Gletschern in der Schweiz. *Zeitschrift für Gletscherkunde und Glazialgeologie*, 30:141–160.

Nye, J. F. (1952a). A comparison between the theoretical and the measured long profile of the Unteraar Glacier. *Journal of Glaciology*, 2(12):103–107.

Nye, J. F. (1952b). The mechanics of glacier flow. *Journal of Glaciology*, 2(12):82–93.

Nye, J. F. (1952c). Reply to Mr. Joel E. Fisher's comments. *Journal of Glaciology*, 2(11):52–53.

Nye, J. F. (1953). The flow law of ice from measurements in glacier tunnels, laboratory experiments and the Jungfraufirn borehole experiment. *Proceedings of the Royal Society of London, Ser A*, 219(1193):477–489.

Nye, J. F. (1965). The flow of a glacier in a channel of rectangular, elliptic or parabolic cross-section. *Journal of Glaciology*, 5(41):661–690.

Oerlemans, J. (1994). Quantifying global warming from the retreat of glaciers. *Science*, 264(5156):243–245.

Oerlemans, J. and Fortuin, J. P. F. (1992). Sensitivity of glaciers and small ice caps to greenhous warming. *Science*, 258(5079):115–117.

Østrem, G. and Brugman, M. (1991). Glacier mass-balance measurements — a manual for field and office work. Technical report, National Hydrology Research Institute. NHRI Science Report No. 4.

Paterson, W. S. B. (1994). *The Physics of Glaciers*. Pergamon, New York, third edition. pp. 480.

Paterson, W. S. B. and Savage, J. C. (1963). Measurements on Athabasca Glacier relating the flow low of ice. *Journal of Geophysical Research*, 68(15):4537–4543.

Pohjola, V. A. (1993). TV-video observations of bed and basal sliding on Storglaciären, Sweden. *Journal of Glaciology*, 39(131):111–118.

Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., and Flannery, B. P. (1996). *Numerical Recipes in FORTRAN 77: The Art of Scientific Computing*. Cambridge Univerity Press, Cambridge etc., second edition.

PV-WAVE (1995). *PV WAVE Technical Reference Manual*. Visual Numerics, Inc., 6230 Lookout Road, Boulder, CO 80301, 6th edition.

Rasmussen, L. A. (1988). Bed topography and mass-balance distibution of Colombia Glacier, Alaska, U.S.A., determined from sequential aerial photography. *Journal of Glaciology*, 34(117):208–216.

Rasmussen, L. A. and Krimmel, R. M. (1999). Using vertical aerial photography to estimate mass balance at a point. *Geografiska Annaler*, 81A(4):725–733.

Raymond, C. F. (1971). Flow in a transverse section of Athabasca Glacier, Alberta, Canada. *Journal of Glaciology*, 10(58):55–69.

Reynaud, L., Vallon, M., and Letreguilly, A. (1986). Mass-balance measurements: problems and two new methods of determining variations. *Journal of Glaciology*, 32(112):446–454.

Robin, G. de Q. (1975). Velocity of radio waves in ice by means of a bore-hole interferometric technique. *Journal of Glaciology*, 15(73):151–159.

Röthlisberger, H. (1986). Glaziologisches Gutachten im Zusammenhang mit der allfälligen Erstellung einer Stauanlage Grimsel-West. Bericht Nr. 20.3, unveröffentlicht, Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie der ETH Zürich. Im Auftrag der Kraftwerke Oberhasli AG, Innertkirchen.

Röthlisberger, H. and Funk, M. (1987). Sondierungen Unteraargletscher und Gletscherrückzug. Bericht Nr. 20.6, unveröffentlicht, Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie der ETH Zürich. Im Auftrag der Kraftwerke Oberhasli AG, Innertkirchen.

Röthlisberger, H. and Vögtli, K. (1967). Recent D. C. resistivity soundings on Swiss glaciers. *Journal of Glaciology*, 6(47):607–621.

Rott, H. and Mätzler, C. (1987). Possibilities and limits of synthetic aperature radar from snow and glacier surveying. *Annals of Glaciology*, 9:195–199.

Sambeth, U. and Frey, P. (1987a). Geophysikalische Messungen zur Abklärung des Aufbaus des Unteraargletschers, der unterliegenden Sedimente und der Felsoberkante. Bericht Ref. Nr. 87102, unveröffentlicht, Peter Frey, Geolog. Expertisen, Zug.

Sambeth, U. and Frey, P. (1987b). Auswertung der Geoelektrischen Messungen im unteren Gebiet der Zunge des Unteraargletschers. Bericht Ref. Nr. 87107, unveröffentlicht, Peter Frey, Geolog. Expertisen, Zug.

Savage, J. and Paterson, W. (1963). Borehole measurements in the Athabasca Glacier. *Journal of Geophysical Research*, 68(15):4521–4536.

Scambos, T. A., Dutkiewicz, M. J., Wilson, J. C., and Bindschadler, R. A. (1992). Application of image cross-correlation to the measurement of glacier velocity using satellite image data. *Remote Sensing of Environment*, 42(3):177–186.

Schwidefsky, K. and Ackermann, F. (1976). *Photogrammetrie: Grundlagen—Verfahren—Anwendungen*. Teubner, Stuttgart. 384 p.

Schwitter, M. P. and Raymond, C. F. (1993). Changes in the longitudinal profiles of glaciers during advance and retreat. *Journal of Glaciology*, 39(133):582–590.

Sharp, R. P. (1953). Deformation of the vertical bore hole in a Piedmont Glacier. *Journal of Glaciology*, 2(13):182–184.

Shreve, R. L. and Sharp, R. P. (1970). Internal deformation and thermal anomalies in lower Blue Glacier, Mount Olympus, Washinton, U.S.A. *Journal of Glaciology*, 9(55):65–86.

SMA-Annalen (1864–1999). *Annalen der Schweizerischen Meteorologischen Anstalt*. Zürich.

SOCET SET (1999). *SOCET SET User's Manual*. LH Systems, GmbH, 4.2 edition.

Taylor, C. and Hughes, T. (1981). *Finite Element Programming of the Navier-Stokes Equations*. Pineridge Press Swansea.

Theakstone, W. (1967). Basal sliding and movement near the margin of the glacier Østerdalsisen, Norway. *Journal of Glaciology*, 6(48):805–816.

Vaseghi, S. V. (1996). *Advanced signal processing and digital noise reduction*. John Wiley & Sons, Inc. 397 p.

Vivian, R. and Bocquet, G. (1973). Subglacial cavitation phenomena under the Glacier d'Argentière. *Journal of Glaciology*, 12(66):439–451.

Wagner, S. (1996). Dreidimensionale Modellierung zweier Gletscher und Deformationsanalyse von eisreichem Permafrost. Mitteilung 146, Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie der ETH Zürich, Gloriastrasse 37-39, ETH-Zentrum, CH-8092 Zürich. pp. 135.

WGMS (1999). Glacier Mass Balance Bulletin No. 5, (1996–1997). Technical report, IAHS(ICSI)–UNEP–UNESCO.

Yilmaz, O. (1988). *Seismic data processing*. Society of Exploration Geophysicists, Tulsa, OK, third edition.

Zienkiewicz, O. C. and Taylor, R. L. (1991). *The Finite Element Method*, volume 2. McGraw-Hill Book.

Zumbühl, H. and Holzhauser, H. (1988). Alpengletscher in der Kleinen Eiszeit. *Die Alpen*, 64(3):130–322. 3. Quartal, Sonderheft zum 125. jährigen Jubiläum des SAC.

Zumbühl, H. and Holzhauser, H. (1990). Alpengletscher in der Kleinen Eiszeit. *Geographica Bernensia*, Band G 31. Ergänzungsband zu 'Die Alpen 64(3)'.

Dank

Diese Arbeit wurde initiiert durch Dr. G. Hilmar Gudmundsson. Seine fortwährende Unterstützung und fachliche Betreuung hat massgebend zu deren Gelingen beigetragen und sei wärmstens verdankt.

Die Dissertation entstand an der Abteilung für Glaziologie der Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie (VAW) der ETH Zürich und wurde durch Prof. Dr. Dr. h.c. D. Vischer und nach dessen Altersrücktritt von seinem Nachfolger Prof. Dr. H.-E. Minor ermöglicht. Sie stellten die Infrastruktur zur Verfügung und regelten das Organisatorische.

Dr. Martin Funk danke ich nicht nur für die Mithilfe bei den Radarmessungen im Feld, sondern auch für sein Interesse und die Unterstützung meiner Arbeit.

Prof. Dr. Georg Kaser begegnete mir seit langem mit grossem Wohlwollen. Für die Übernahme des Korreferates bin ich ihm sehr dankbar.

Hermann Bösch leistete bei den photogrammetrischen Auswertungen einen sehr grossen Einsatz, und er zeichnete sich auch für die Vermessung verantwortlich.

Während der Feldarbeiten konnte ich auf die tatkräftige Mitarbeit von Etienne Favey, Urs Fischer, Paul Flück, Regula Frauenfelder, Tanja Gianettoni, Andreas Kääb, Gwendolyn Leysinger, Martin Lüthi, Joseph Luthiger, Bruno Nedela, Peter Oberholzer, Walter Peschke, Françoise Salamí, Thomas Schuler, Regina Sterr, Othmar Stöckli, Alla Theiler, Andreas Vieli und Matthias Wegmann zählen.

Die zahlreichen Luftbilder stellten die Eidgenössische Vermessungsdirektion und die Kraftwerke Oberhasli zur Verfügung. Die Firma Flotron AG übermittelten ihre Auswertungen und Resultate.

Von Prof. Dr. Hans Röthlisberger und besonders Herrn A. Flotron erhielt ich viele interessante und wertvolle Hintergrundinformationen zu den früheren glaziologischen Untersuchungen am Unteraargletscher.

Meiner Freundin Lara Zehnder danke ich für das entgegengebrachte Verständnis und die grosse Hilfe bei der Korrekturarbeit.

Die Arbeit wurde hauptsächlich finanziert durch den Schweizerischen Nationalfonds (Projekte 21-47095.96 und 20-53561.98). Logistische Unterstützung während der Feldarbeiten boten die Schweizer Armee, das Bundesamt für Zivilluftfahrt (BAZL) und die Kraftwerke Oberhasli.